



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$35 - 13x = (5 - x)^2$$

$$35 - 13x = 25 - 10x + x^2$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0. \text{ ~~реш~~$$

$$(x+5)(x-2) \geq 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \geq 2 - \text{не подходит} \\ x \leq -5 - \checkmark \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \leq -5, \text{ тогда } q = \sqrt[4]{4} \text{ проверкой убеждаемся, что подходит}$$

3) Если $q = -\sqrt[4]{x+1}$, то мы получим

тоже самое, что и в случае 1, т.е.

$$(-\sqrt[4]{x+1})^6 = (\sqrt[4]{x+1})^6. \text{ В этом случае } x = -5 \text{ и } q = -\sqrt[4]{4}.$$

4) С $q = -\sqrt[4]{x+1}$ абсолютно. Станем,

заменим то же самое как. представим возведе-
мось, т.е. $b_{15} > b_7$, но q может быть отри-
цательным. В таком случае члены будут
чередующиеся знаками.

$$\rightarrow \text{Ответ: } x \leq -5.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3$$

$$f'(x) = -9\pi x(12\cos^2 x + 12\cos x + 3) =$$

$$= -39\pi x(2\cos x + 1)^2. \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

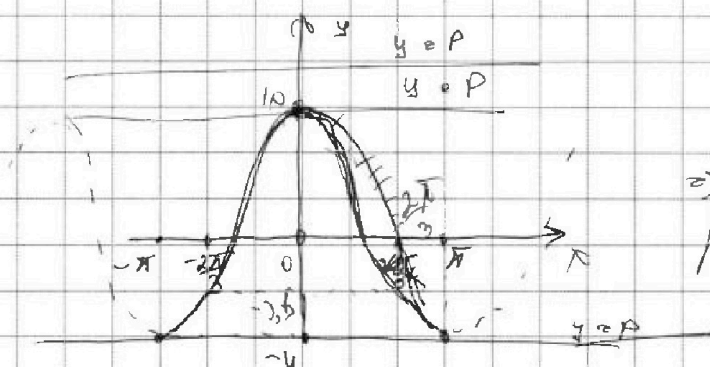
Заметим, что $f(x+2\pi) = f(x)$,

$\Rightarrow$ $x \in [-\pi; \pi]$ $f'(x)$:



Т.е. $x = -\pi + 2\pi k$ — можем использовать, $x = 2\pi k$ — можем использовать.

Значит $f(x)$ на $[-\pi; \pi]$:



$$\begin{aligned} f(-\pi) &= -4 & f(2\pi/3) &= 3.5 \\ f(0) &= 10 & f(-2\pi/3) &= 3.5 \\ f(\pi) &= -4 \end{aligned}$$

$$\text{Т.е. } B(f(x)) = [-4; 10].$$

$\Rightarrow$ при $p \in (-\infty; -4) \cup (10; \infty)$ решений нет.

при $p \in [-4; 10]$ — бесконечное множество решений с периодом 2π .

Ответ: при $p \in [-4; 10]$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. Преобразуем левую часть:

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x \Rightarrow$$

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = 4\cos^3 x - 3\cos x + 3(2\cos^2 x - 1) + 6\cos x = \\ = 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3$$

$$\text{Пусть } \cos x = t, |t| \leq 1$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t+1)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow t \geq -\frac{1}{2} - \text{т. пересечения.}$$

т.е. $f(t)$ - мон. на всей на обл. определ.

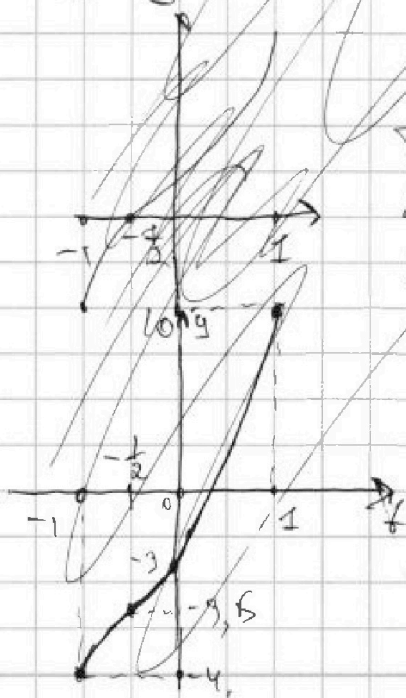
значит

$$f(-1) = -4$$

$$f(-\frac{1}{2}) = -3,5$$

$$f(1) = 10$$

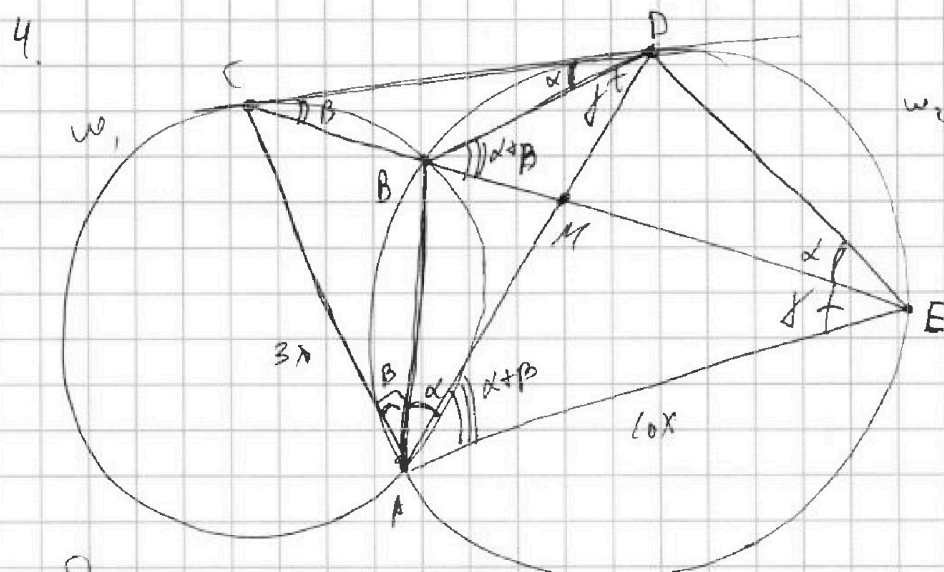
т.е. $E(f(t)) = [-4; 10] \Rightarrow$
или $\rho \in (-4; 10)$ -
уменьшить ρ !



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Примеры: 3 $AD \cap CE = M$, $\angle BDC = \alpha$, $\angle BCD = \beta$, тогда
м.к. (D) - коллинеарность u и w , и u и w , то
 $\angle BED = \alpha$, $\angle CAB = \beta$ (из св-а описанности кр.
и хорды), $\angle DAB = \alpha$ (из вписанности $\angle BDE$)
 $\Rightarrow \angle CAD = \alpha + \beta$. $\angle DBM$: $\angle DBM = \alpha + \beta$ (вписанн.)
 $\Rightarrow \angle DAE = \alpha + \beta$ (из вписанности $\angle BDE$)

$\rightarrow$ Δ М-высказание в Δ ACE $\Rightarrow$

$$\frac{CM}{ME} = \frac{AC}{AE} = \frac{3}{10} \quad \checkmark \quad AC = 3x \Rightarrow AE = 10x$$

$$\angle BDM = \angle BEA = x. \quad \triangle ADE \text{ u } \triangle ACD:$$

$\triangle ADB \sim \triangle ACD$ по 2 углам св

$$\frac{AE}{AP} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD^2 = 30x^2 \Rightarrow AD = x\sqrt{30}$$

$$\Rightarrow \frac{DE}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{x\sqrt{30}}{3x} = \frac{\sqrt{30}}{3}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{30}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5. Обозначим множество A , B и C как мн-во способов раскрасить клетки горизонт. или, верт. или, и черн. или, бел. Тогда по условию имеем равенство:

$M = A \cup B \cup C$. По формуле включения-исключения:
 $M = A \cup B \cup C = A + B + C - AB - BC - CA + ABC$.

Найдем все эти мн-ва:

A : это кол-во способов закрасить 4 клетки красной краской горизонт. или, верт. или, и черн. или, бел. Тогда имеем:

м. е. C_{25000}^4 , т. к. краску и определяются однозначно.

но, а клетки внешней части - половина от всех.

B : Аналогично, C_{25000}^4 .

C : Это мн-во кол-во способов закрасить 4 клетки, при этом закрасивание ^{первого} ~~каждого~~ мн-ва клеток из. или, верт. или, и черн. или, бел. Тогда имеем:

м. е. способов будет: $5 \cdot 10^4 \cdot (5 \cdot 10^4 - 2) \cdot (5 \cdot 10^4 - 3) \cdot (5 \cdot 10^4 - 4)$.

~~мн-во~~

AB : Это кол-во способов выбрать



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2 клетки в левом нижнем квадрате
(прямоугольник полученный разделим
средним штрихом), т.е. остальные
определяющие относительно, $\Rightarrow C_{12500}^2$
ВПС: Запомним, что еще выделены верш.
инии и центральные, то из нее следует
и корзинки. ИЛИ, т.е. ВПС = АПС, АБПС.
Таких способов, относительно САПВ, будет
 C_{12500}^2 , т.е. и АПС - C_{12500}^2 , т.е. достаточно
выделить клетки в левом нижнем квадрате,
остальные будут определяющие относительно.
Запомним, что $АПС + ВПС = \frac{2 \cdot C_{12500}^2}{2}$, т.е. 2.
~~Все остальные исчисления АПС и ВПС являются лишними.~~
~~Все способы для ВПС.~~
~~ААВПС: АБВПС: C_{12500}^2~~
 $\Rightarrow M = 2 \cdot C_{25000}^4 \cdot (5 \cdot 10^4) \cdot (5 \cdot 10^4 - 2) \cdot (5 \cdot 10^4 - 6) \cdot (5 \cdot 10^4 - 4) - 2 \cdot C_{12500}^2$
Ответ: $2 \cdot (C_{25000}^4 - C_{12500}^2) + 5 \cdot 10^4 \cdot (5 \cdot 10^4 - 2) \cdot (5 \cdot 10^4 - 4) \cdot (5 \cdot 10^4 - 6)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) $\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases}$ Аналогично получили $a-b = p^2$, $a-b = 4$
т.е. $\begin{cases} b_1 = 23, a_1 = 31, c_1 = 32 \\ b_2 = -24, a_2 = -16, c_2 = -15 \end{cases}$

$\rightarrow$ тройки $(31, 23, 32)$ и $(-16, -24, -15)$ - подходит

6) $\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases} \rightarrow$ Аналогично со случаем 3)
получили произведение $a-b < 0$.

Других случаев нет $\rightarrow$

Ответ: $(31, 23, 32), (-16, -24, -15), (31, 23, 32), (-16, -24, -15)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. $\exists (a-c)(b-c) = p^2$, p -простое, тогда возможны случаи:

1) $a-c = p, b-c = p$, в том числе случае $a = b$, но $a > b \Rightarrow \emptyset$.

2) $a-c = -p, b-c = -p$ аналогично с 1).

3) $a-c = 1, b-c = p^2$, откуда

$a-b = 1-p^2$, но $p^2 \geq 2 \Rightarrow 1-p^2 < 0$, а

по условию $a-b > 0 \Rightarrow \emptyset$.

~~$a-c = 1, b-c$~~

4) $a-c = p^2, b-c = 1$, тогда:

$a-b = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$. По условию

$a-b \geq 3 \Rightarrow p-1 \geq 3$ и $p+1 \geq 3$, но в

том же случае $p \geq 3$ (и.и. $p \geq 3$ по условию)

и $p \equiv 3 \pmod{3} \Rightarrow p = 3, \Rightarrow$

$a-b = 8, a = 8+b$, откуда

$8+b+b^2 \geq 560 \Rightarrow b^2+b-552 \geq 0$

$(b+24)(b-23) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} b \geq 23 \\ b \leq -24 \end{cases}$

Тогда $a_1 = 31 \Rightarrow c_1 = 22$
 $a_2 = -16 \Rightarrow c_2 = -25$

Т.е. тройки $(31, 23, 22)$ и $(-16, -24, -25)$ подходят.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

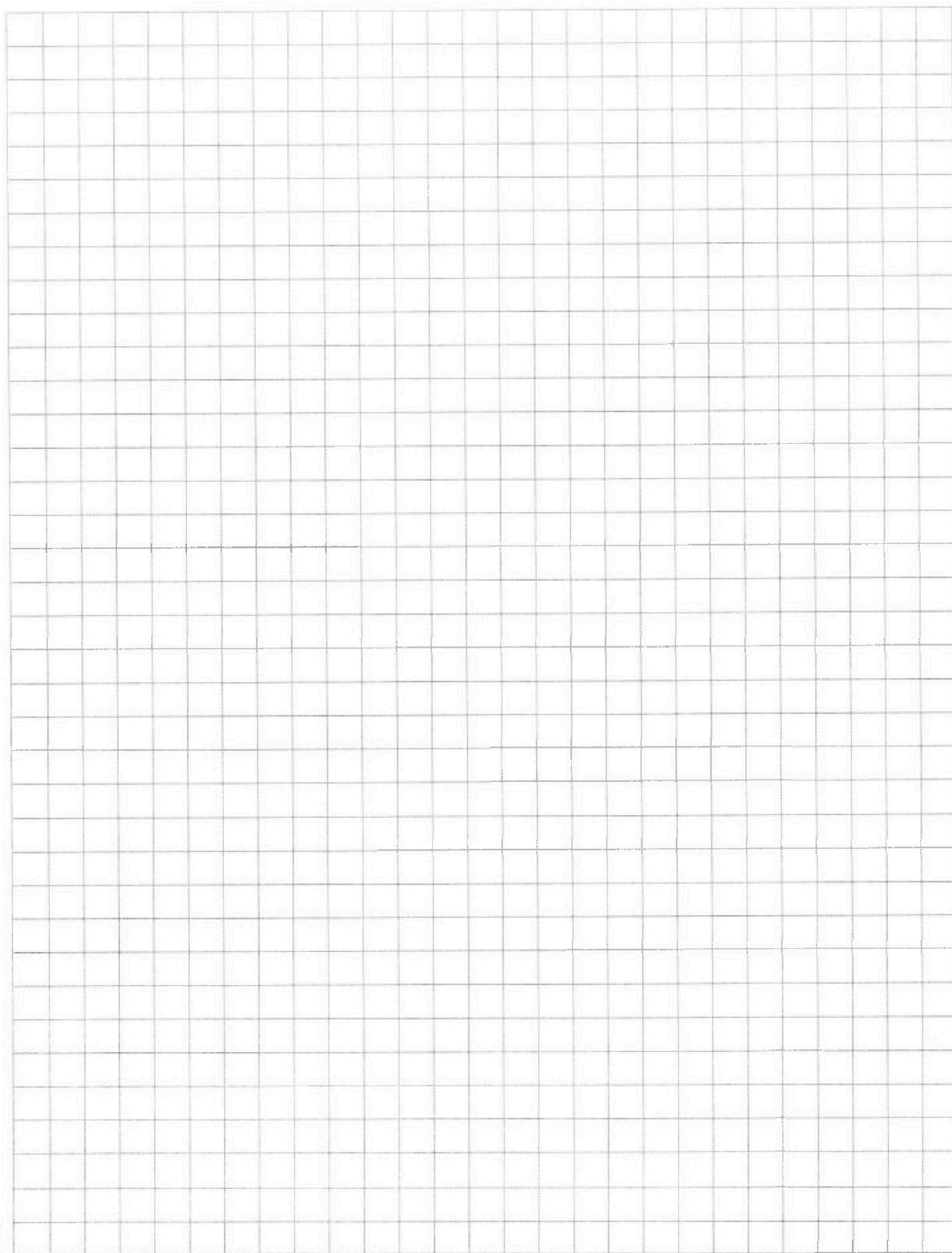
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. 1) $a > b$

$$a - b \neq 3$$

$$(a - c)(b - c) = p^2, \quad p - \text{целое.}$$

$$1) \quad a - c = p, \quad b - c = p, \quad \rightarrow a = b \quad \emptyset$$

$$2) \quad a - c = 1, \quad a - b = 1 - p^2 = (1 - p)(1 + p), \quad 1 < 3$$

$$b - c = p^2, \quad p \geq 2 \Rightarrow a - b < 0 \quad \emptyset.$$

$$3) \quad a - c = p^2, \quad b - c = 1 \Rightarrow a - b = (p - 1)(p + 1) = p^2 - 1$$

$$\Rightarrow p = 3 \Rightarrow p^2 = 9$$

$$a - b = 8$$

$$a = 8 + b$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$D =$$

$$D =$$

$$(b + 24)(b - 23) = 0.$$

$$b = 23 \quad a = 31 \quad c = 31 - 8 = 23$$

$$b = -24 \quad a = -16 \quad c = -24 - 8 = -32$$

$$(31 - 30)(-9)$$

$$a - c = -1$$

$$b - c = -p^2$$

$$a - b = p^2 - 1$$

$$a - b = 8, \quad b_1 = 23, \quad a_1 = 31.$$

$$c = 32$$

$$(b - c)(a - c) = 9.$$

$$a - c = a - 1, \quad c = 30$$

$$a = -12.$$

$$c = b - 1 = 22$$

$$-25.$$

$$a - c = -p^2$$

$$b - c = -1$$

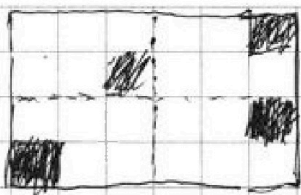


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

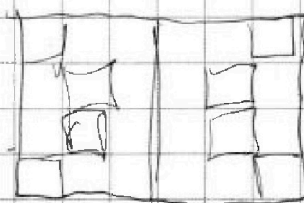
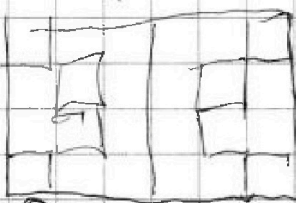
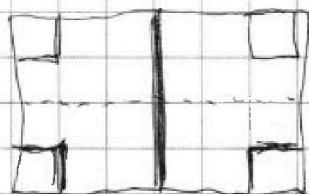
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

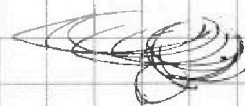
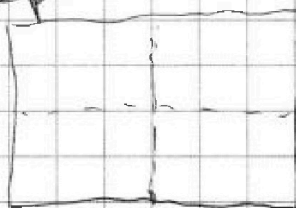


$$2 \cdot 10^4 \cdot (2 \cdot 10^4 - 2) \cdot (2 \cdot 10^4 - 4) \cdot (2 \cdot 10^4 - 6) \\ 2 \cdot 10^4 + (2 \cdot 10^4 - 1) \cdot (2 \cdot 10^4 - 2) \cdot (2 \cdot 10^4 - 3) \cdot 8 \\ (2 \cdot 10^4)! \\ (2 \cdot 10^4 - 4)! \cdot 8$$



$$4b^2 + 6(2b - 3) = p.$$

$$b' \leq \sqrt{1 - b^2} \\ \sqrt{(1 - b^2)(2b + 1)^2}$$

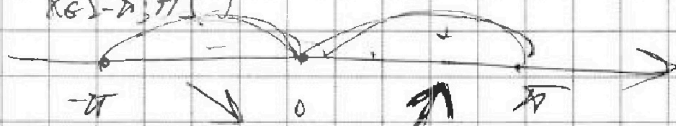
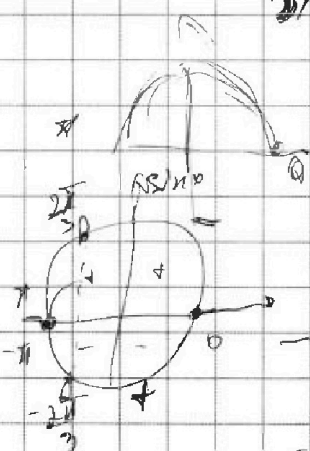


$$4\cos^3 x + 3\cos x + 3(2\cos^2 x - 1) + 6\cos x = p.$$

$$11\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p.$$

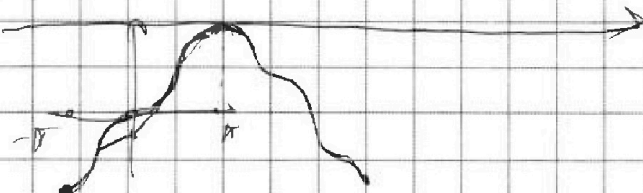
$$12\cos^3 x \cdot (-8/n\pi) + 62\cos^2 x \cdot (-8/n\pi) + 3(-8/n\pi) = 0.$$

$$-8/n\pi(2\cos x + 1)^2$$



$$-3 \sin x / (2\cos x + 1)^2$$

$$x \geq \pi/2 \\ x = \pi/3$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5) \begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases}$$

Аналогично получим $a-b = p^2 - 1$,
и $a-b < 8$

и.е. $\begin{cases} b_1 = 23, & a_1 = 31, & \text{но } c_1 = 32 \\ b_2 = -24, & a_2 = -16, & c_2 = -15 \end{cases}$

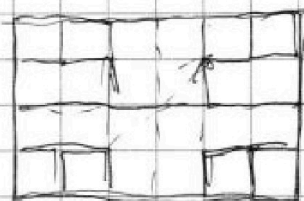
$\Rightarrow$ тройки $(31, 23, 32)$ и $(-16, -24, -15)$ удовлетворяют.

$$6) \begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases}$$

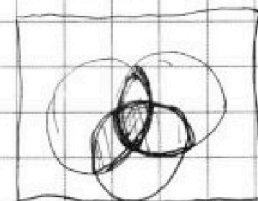
$\Rightarrow$ Аналогично с условием 3)
получим противоречие $a-b < 0$.

$\Rightarrow$ Ответ: других случаев нет, $\Rightarrow$

Ответ: $(31, 23, 32), (-16, -24, -15), (31, 23, 32), (-16, -24, -15)$



1. ш. А
1. ш. В
1. ш. С.
1. ш. В, и ш. ВД.



1) ш. ш. ш.

ш

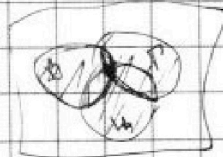
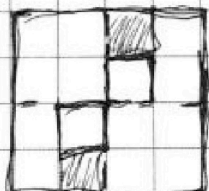
$$4 \times 4 = 16.$$

$$250 \cdot 200 - 250 - 2 \cdot 100 =$$

$$= 5 \cdot 10^4 - 10 \cdot 100 = 5 \cdot 10^4$$

$$(5 \cdot 10^4 - 2)$$

$$A \cup B \cup C = A \cup B \cup C - A \cap B - A \cap C - B \cap C + A \cap B \cap C$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2023 \quad x \geq -3$$

$$x \cdot y \leq 4$$

$$x > 2 \leq 3$$

$$|z| \leq 13 \rightarrow 265-13; 11$$

$$y+x-x^2+z \geq 0$$

$$x+y+z \geq x^2 \geq 9$$

$$x+y+z \geq 9$$

$$\Rightarrow x+y \geq 2$$

$$y \geq 2-x$$

$$y \geq 2-x \geq 5 - \text{грамм}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} \geq \sqrt{\quad} - 5$$

$$x+3 + 1-x-z - 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x-z} = 4(y+x-x^2+z) + 25 - 20\sqrt{\quad}$$

$$7-z - 2\sqrt{(x-x^2-xz+12-3x-3z)}$$

$$x-x^2-z(x+3)+12$$

$$\sqrt{4y+4z-(4x^2-4x+1)+1} - \sqrt{4y+4z+1-(2x-1)^2}$$

$$f(x) = 3\pi - \sin^2(x) + 5\pi - \sin^2(2x) + 6(\sin^2(x))$$

$$-\sqrt{1-\frac{1}{4}}^2$$

$$t \geq 1$$

$$\text{иногда: } \left. \begin{array}{l} x+y \geq 2 \\ x \geq -3 \\ -13 \leq z \leq 7 \end{array} \right\}$$

$$\sqrt{x+3} + 5 \geq \sqrt{4-x-z}$$

$$y \geq 12$$

$$4y - 35 = \sqrt{169-2^2}$$

$$6y - 280y + 35^2 - 13^2 \cdot 2^2 = 0$$

$$12 \cdot 48 \cdot t \geq 2 \cdot 0$$

$$12 \cdot 48 \cdot t$$

$$280^2 - 64(242 \cdot 2^2) = -280^2 - (24 \cdot 8)^2 + (8 \cdot 2)^2 = 280^2 - (192)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2

$$|z| \leq 13$$

$$x+2 \leq 4$$

$$z = 1$$

$$x \leq 3$$

$$x \geq -3$$

$$z \leq 7$$

$$z \in [-13; 7]$$

$$\text{оч. } x \geq -3$$

$$-13 \leq z \leq 7$$

$$y+x-x^2 \sqrt{z} \geq 0$$

$$x+y \geq 2$$

$$x+y+z \geq x^2 \geq 9$$

$$x+y+z \geq 9$$

$$y \geq 3$$

$$x+y \geq 2$$

$$y \geq 5$$

$$1) x \geq 3$$

$$x+3+5+10\sqrt{x+3} = 4(y+x-x^2\sqrt{z}) + 4-x-3+8$$

$$1) y \leq -1$$

$$-4y-1+36-3y = \sqrt{16y-22}$$

$$35-4y \geq 0$$

$$35-4y = \sqrt{16y-22}$$

$$y^2 \leq \frac{35}{4}$$

$$35^2 - 280 \cdot 4y + 16y^2 = 16y - 22$$

$$y^2 - 280y + 35^2 - 13^2 \geq 220$$

$$\frac{220 \cdot 48}{24 \cdot 2 \cdot 22}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x =$$

$$= (2\cos^2 x - 1) \cdot \cos x - 2\sin^2 x \cdot \cos x =$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x(1 - \cos^2 x) = 4\cos^3 x - 3\cos x.$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 3(2\cos^2 x - 1) + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x - 6\cos x + 6\cos x = p$$

$$\begin{aligned} a &> b \\ a - b &= 3 \\ (a - c)(b - c) &= p^2 \\ a + b &= 560 \end{aligned}$$

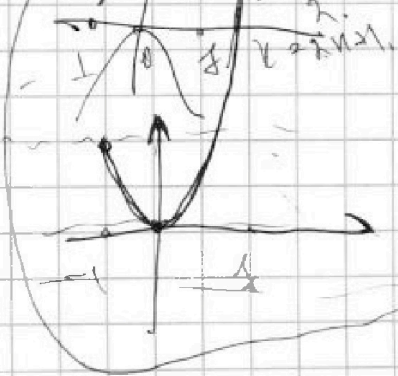
$$4b^3 + 6b^2 - p = 0.$$

$$f(b) = 4b^3 + 6b^2$$

$$f'(b) = 12b^2 + 12b = 12b(b+1)$$

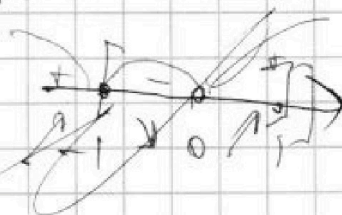
$$\begin{aligned} 1) a - b &= 3k+1 \\ 2) a - b &= 3k+2 \\ a &= b+3k+1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b^2 + b + 3k + 1 &= 560, b \in \mathbb{Z} \\ b(b+1) &= 559 = 3k+2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} f(1) &= 10 \\ f(2) &= 40 \\ f(3) &= 90 \\ f(4) &= 160 \\ f(5) &= 250 \\ f(6) &= 360 \\ f(7) &= 490 \\ f(8) &= 640 \\ f(9) &= 810 \\ f(10) &= 1000 \end{aligned}$$

$$a = \frac{\sqrt{560^2 - b^2} + b}{2}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4b^3 + 6b^2 + 3b - 3 = p.$$

~~$$4b^3 + 6b^2 + 3b - 3 = p$$~~

$$f'(b) = 12b^2 + 12b + 3 = 0.$$

$$4b^2 + 4b + 1 = 0.$$

$$(2b + 1)^2 = 0.$$

$$b = -\frac{1}{2}.$$

$\Rightarrow f(b)$ имеет экстремум при $b = -\frac{1}{2}$.

$$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{4}{8} + \frac{6}{4} - \frac{3}{2} - 3 =$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - 3 = -3.5$$

$$f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$f(1) = 4 + 6 - 3 - 3 = 4.$$

$\Rightarrow$ 1 экстремум.

$$\cos(2-\frac{\pi}{3}) + \cos(2+\frac{\pi}{3}) =$$

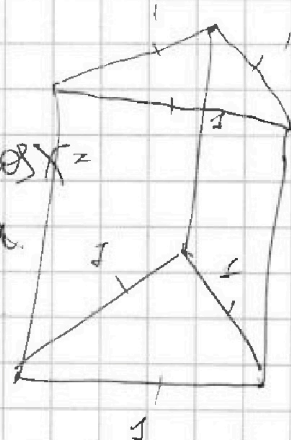
$$f_{\min}(b) = -4, f_{\max}(b) = 4.$$

$$4b^3 + 6b^2 + 3b - (3+p) = 0.$$

$$\cos 3x + \cos 2x + \cos 2x + 6 \cos x =$$

$$2 \cos \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2} + 2(\cos 2x + \cos x) + 6 \cos x =$$

$$2 \cos \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2} + 4 \cos \frac{x}{2} =$$





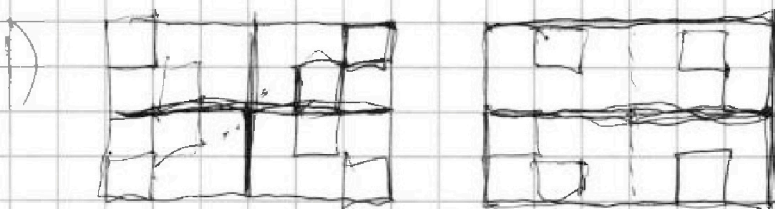
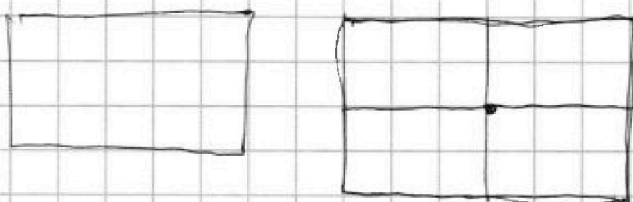
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

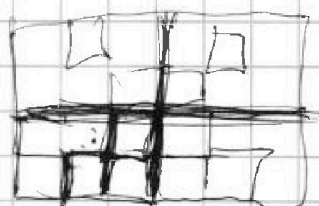
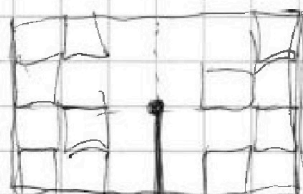
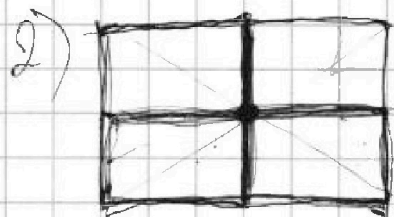
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5

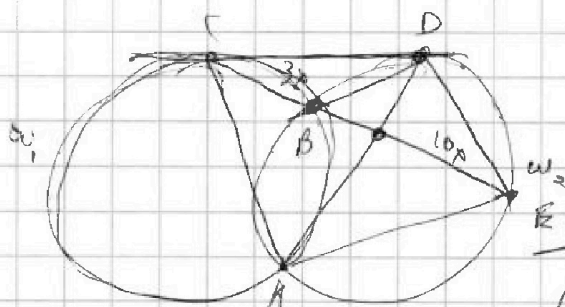


C_8
 $\frac{200250}{2}$



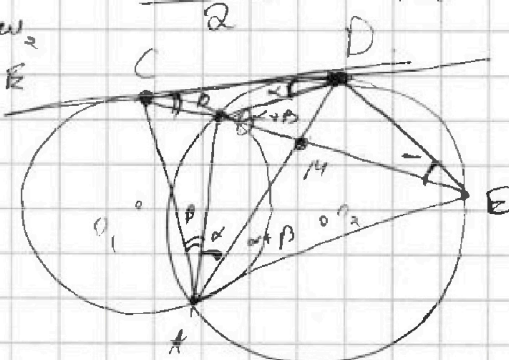
$\frac{ED}{CD}$

4



C_4
 $\frac{200250}{2}$

$\frac{CM}{ME} = \frac{2}{10}$



$$\angle CBD \sim \angle CDE$$
$$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{CB}$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{3}{10} = \frac{CM}{ME}$$



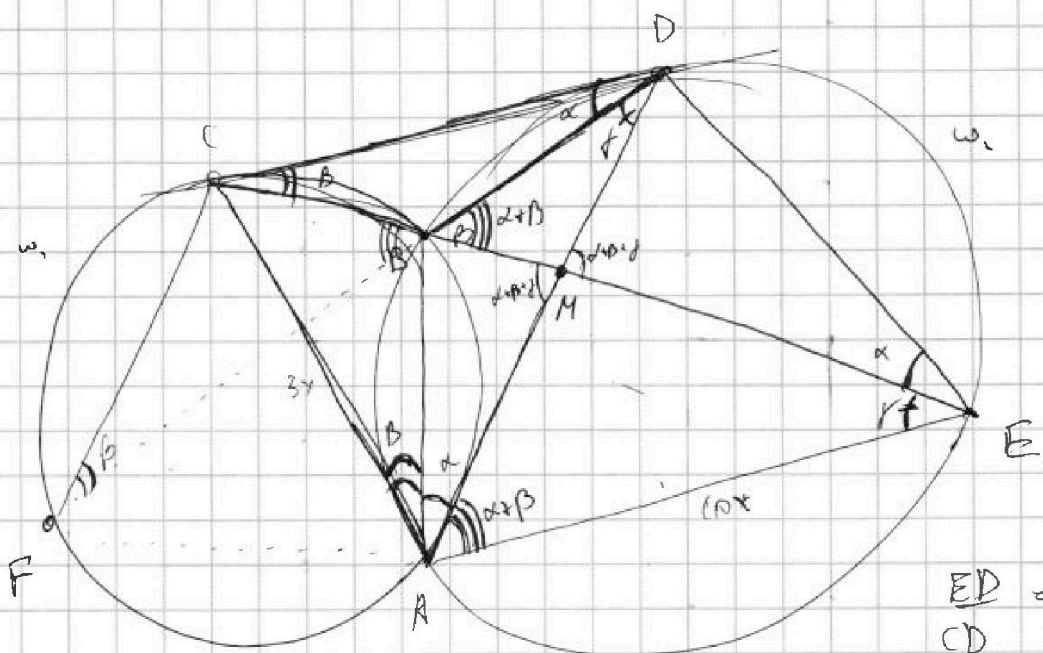
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.



$$\frac{CM}{MB} = \frac{3}{10} = \frac{AC}{AE}$$

$$\frac{CD}{CE} = \frac{CB}{CD}$$

$$\triangle ADE \sim \triangle ADC$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{AE}{DE} = \frac{AC}{AD}$$

$$\frac{BM}{ME} =$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AD}$$

$$AD^2 = AC \cdot AB = 30x^2$$

$$AD = x\sqrt{30}$$

