



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении 9 : 25, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$II. 15x + 6 \leq 0.$$

$$\begin{cases} x^2 + 3x + 22 = 0. \\ x \geq -4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -22 < -4 \\ x \geq -4 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1.$$

Ответ: $\begin{cases} x = 5 \\ x = -1 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

b - первое знач. прогр. ^{W1.} 30

a - геом. прогр.

~~Заметим, что если один член, то и все 0, а такого быть не может~~

$$bq^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}; bq^9 = x+4; bq'' = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\Rightarrow \frac{bq''}{bq^3} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)^4}}{\sqrt{15x+6}} \Rightarrow q^8 = (x-3)^2 \Leftrightarrow q^2 = \sqrt{|x-3|}$$

ОДЗ: ~~$x-3 \geq 0$~~ ~~$15x+6 \geq 0$~~

$$(15x+6)(x-3) \geq 0, x \neq 3$$

$$(x + \frac{2}{5})(x-3) \geq 0, x \neq 3$$

$$x \in (-\infty, -\frac{2}{5}] \cup [3; +\infty)$$

$$\text{Т.к. } q^2 = \sqrt{|x-3|} \Rightarrow q^6 = \sqrt{|(x-3)^3|}$$

$$\frac{bq^9}{bq^3} = q^6 = \frac{(x+4) \sqrt{|x-3|}}{\sqrt{|15x+6|}} = \frac{(x+4) \cdot q^6}{\sqrt{|15x+6|}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x+4}{\sqrt{|15x+6|}} = 1 \Leftrightarrow (x+4)^2 = |15x+6| \Leftrightarrow \begin{cases} (x+4)^2 = 15x+6 \\ x+4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15x+6 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 7x + 10 = 0 \\ x+4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=2 \\ x+4 \geq 0 \end{cases} \leftarrow \text{не подходит по ОДЗ.}$$

$$\Rightarrow x=5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -3 + 2\sqrt{3}\sqrt{15} \\ b = 2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{15}+3}{2} \Rightarrow x = 5 - 2\sqrt{15}$$
$$\begin{cases} a = 1 + \sqrt{5} \\ b = \sqrt{5} - 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 - \frac{3}{2}\sqrt{15} \\ x = 2\sqrt{5} - 1 \end{cases}$$

Ответы:

$$\begin{cases} x = -1 - \frac{3}{2}\sqrt{15} \\ y = 35 \\ z = 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x = 2\sqrt{5} - 1 \\ y = 35 \\ z = 0 \end{cases}$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Оценим выражение $\sqrt{225-z^2}$.
 ~~$\sqrt{225-z^2}$~~ Т.к. $15^2 = 225$, то $\sqrt{225-z^2} = \sqrt{15^2-z^2}$
 $\sqrt{15^2-z^2} \leq \sqrt{15^2} = 15 \Rightarrow |y-20| + 2|y-35| \leq 15$. ~~Рассмотрим~~ $|y-20| + 2|y-35| = |y-20| + |y-35| + |y-35|$. Заметим, что $|y-20| + |y-35| \geq |(y-20)-(y-35)| = 15$.
 $\Rightarrow |y-20| + 2|y-35| \geq 15 + |y-35| \Rightarrow$
 $y = 35 \Rightarrow |y-20| + 2|y-35| = 15 \Rightarrow \sqrt{225-z^2} \Rightarrow z^2 = 0 \Rightarrow z = 0$.

2. $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$ (т.к. y, z могут
 произвольно определяться).

$$\sqrt{x+7} = a \geq 0 \Rightarrow ab = \sqrt{(x+7)(5-x)} = \sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\sqrt{5-x} = b \geq 0$$

$$\begin{cases} a - b + 6 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b + a^2 + b^2 - 4ab = 0 \\ a^2 + b^2 = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)^2 + (a-b)^2 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)(a-b+2) = 2ab \\ a^2 + b^2 = 12 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b-a-6 = -2ab \\ a^2+b^2=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (b-a)+6 = (b-a)^2 \text{ (приведем к виду } a^2+b^2) \\ a^2+b^2=12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (b-a)^2 - (b-a) - 6 = 0 \\ a^2+b^2=12 \end{cases} \Leftrightarrow \text{КВ ур. 0-й к (b-a).} \\ D=25.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b-a=3 \\ b-a=-2 \\ a^2+b^2=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=a+3 \\ b=a-2 \\ a^2+b^2=12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+(a+3)^2=12 \\ b=a+3 \\ a^2+(a-2)^2=12 \\ b=a-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a^2+6a-3=0 \\ b=a+3 \\ 2a^2-4a-8=0 \\ b=a-2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \pm 2\sqrt{3} \\ b = a+3 \\ a = -3 - 2\sqrt{3} \leftarrow \text{не подходит, } a < 0. \\ a = 1 \pm \sqrt{5} \\ a = 1 - \sqrt{5} \\ b = a-2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a = -3 \pm 2\sqrt{5} \\ 2a = -3 - 2\sqrt{5} \leftarrow \text{не подходит, } a < 0. \\ b = a+3 \\ a = 1 \pm \sqrt{5} \\ a = 1 - \sqrt{5} \leftarrow \text{не подходит, } a < 0. \\ b = a-2 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$^w3. \cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p.$$

$$\cos 3x + 6 \cos x - 3 \cos 2x = 4 \cos^3 x + 3 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 = p.$$

$$\cos x = t; \quad t \in [-1; 1].$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3.$$

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 12\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow f \uparrow$$

$$\Rightarrow f(t) \uparrow. \Rightarrow f(t) \in [f(-1); f(1)]$$

$$f(-1) = -10.$$

$$f(1) = 4. \Rightarrow p \text{ принимает все}$$

знач. от -10

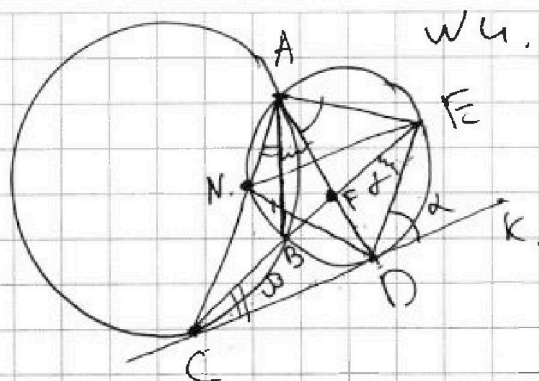
$$p \in [-10; 4].$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



или $\frac{CF}{FE} = \frac{9}{25}$.

$\angle EDK = \angle EAD$ т.к. угол между кас. и хордой.

Аналогично $\angle BCD = \angle BAC$, а $\angle BAF = \angle BEF$ т.к. впис. $\Rightarrow \angle \beta + \gamma = 2$ т.к.

α - внешний в $\triangle KDE \Rightarrow AD$ - бисс.

$\angle EAC$. N - точка пер. AC с ω_2 (обл. от A)

тогда $\angle NEB = \angle BAN$ (т.к. впис.) $= \angle BCD \Rightarrow$

$NE \parallel CD$. А в ω_1 . $ND = DE$ т.к. AD - бисс. $\Rightarrow$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{ND}{CD}, \text{ по т.т. } \sin \triangle CND. \frac{CD}{\sin \angle CND} = \frac{ND}{\sin \angle NCD} \Rightarrow \frac{CD}{ND} = \frac{\sin \angle DNC}{\sin \angle NCD} = \frac{\sin \angle DNK}{\sin \angle ANE}.$$

$$(\text{из } NE \parallel CD) = \frac{\sin \angle AED}{\sin \angle ADE} \quad (\text{из впис.}) = \frac{AD}{AE}$$

$$= \frac{\sin \angle ADC}{\sin \angle ADE} \quad (\text{т.к. } \angle AED = \angle ADC \text{ из угла между кас. и хордой})$$

$$= \frac{CD}{ED} = \frac{\sin \gamma}{\sin \beta} \quad (\text{т.к. теор. синусов}).$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \angle ADC}{\sin \angle ADE} = \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

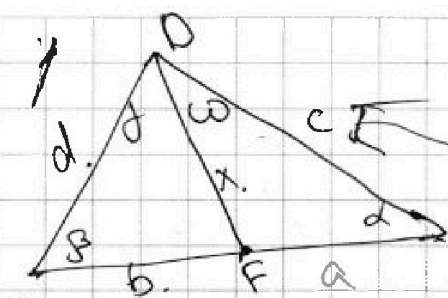
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Переходим к началу условия
так получаем:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \omega} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

Занедем несколько Th sin:

$$\frac{a}{\sin \omega} = \frac{x}{\sin \alpha} \Rightarrow x = \frac{a \cdot \sin \alpha}{\sin \omega} (\triangle ADE)$$

$$\frac{b}{\sin \alpha} = \frac{x}{\sin \beta} \Rightarrow x = \frac{b \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} (\triangle BDE) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a \cdot \sin \alpha}{\sin \omega} = \frac{b \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sin \beta \cdot \sin \omega}{\sin \alpha \cdot \sin \alpha}$$

$$= \left(\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right)^2; \quad \frac{a}{b} \text{ из упр. } \frac{25}{9} \Rightarrow \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{DE}{DC} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{5}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Посчитаем ^{н⁵} кол-во способов
(с повторениями).
~~Возьмем~~ Возьмем
1 клеточку, поставим ее в одну из
(30000 вар). потом рассмотрим клеточку,
сим. данной. Для нее есть
3 вар. постановки (в завис. от. выбора
сим.). ~~тогда рассмотрим другие~~
~~2 кл, сим. и сл, а тогда выйдем~~
Рассмотрим след. клетку: Для нее
есть 29998 вар, куда ее постав.
А сим. ей, есть только 1 способ.
Тк. ~~харак~~ вид сим. мы уже
выбрали. Рассмотрим след. клетку:
способ. её поставить 29996, ~~и сим~~
ей 1. Рассмотрим послед. 2 клетки.
Там все аналог. Тогда результат:
3 · 30000 · 29998 · 29996 · 29994. Но заметим,
это способ с ≥ 2 сим, мы счи-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

там несколько раз. ~~но~~ поймем теперь, что есть есть 2 оси сим, то есть и третья. Тогда, в нашем пред. ответе 3 раза ут ^{бы}каждый вариант с 3 осями сим. рассмотрим. угловой прямоугол: 75×100 и рач должно зайти или в ~~него~~ него 2 клетки ($7500 \cdot 7499$ способов). Остальные клетки восстанавливаются однозначно. Тогда ~~это~~ это бы полуг прав ответ нужно из кол-ва. спос. с повторениями вычесть удвоенное кол-во. вар. с 3 осями сим.

Ответ: $90000 \cdot 79998 \cdot 29996 \cdot 2994 - 2 \cdot 7500 \cdot 7499$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 1.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = p^2 \text{ w 6.}$$

I. $p=3 \Rightarrow a-c=1$ или $a-c=9$,
 $b-c=9$ или $a-c=-9$, $b-c=1$ (из
первого условия).

Р. 1 $a-c=1$, $b-c=9$.

$$a=c+1, b=c+9$$

$$(c+1) + (c+9)^2 = c^2 + 19c + 82 = 820.$$

$$c^2 + 19c + 41 = 410$$

$$c^2 + 19c - 369 = 0.$$

$$c = \frac{-19 \pm \sqrt{3941}}{2}$$

$$2. a=c-9$$

$$b=c-1$$

$$(c-9) + (c-1)^2 = c^2 - c - 10 = 820.$$

$$c^2 - c - 830 = 0.$$

$$c = \frac{1 \pm \sqrt{3321}}{2}$$

II $p \neq 3 \Rightarrow a-c \not\equiv 3; b-c \not\equiv 3$

a, b, c имеют разл. остатки по mod 3.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

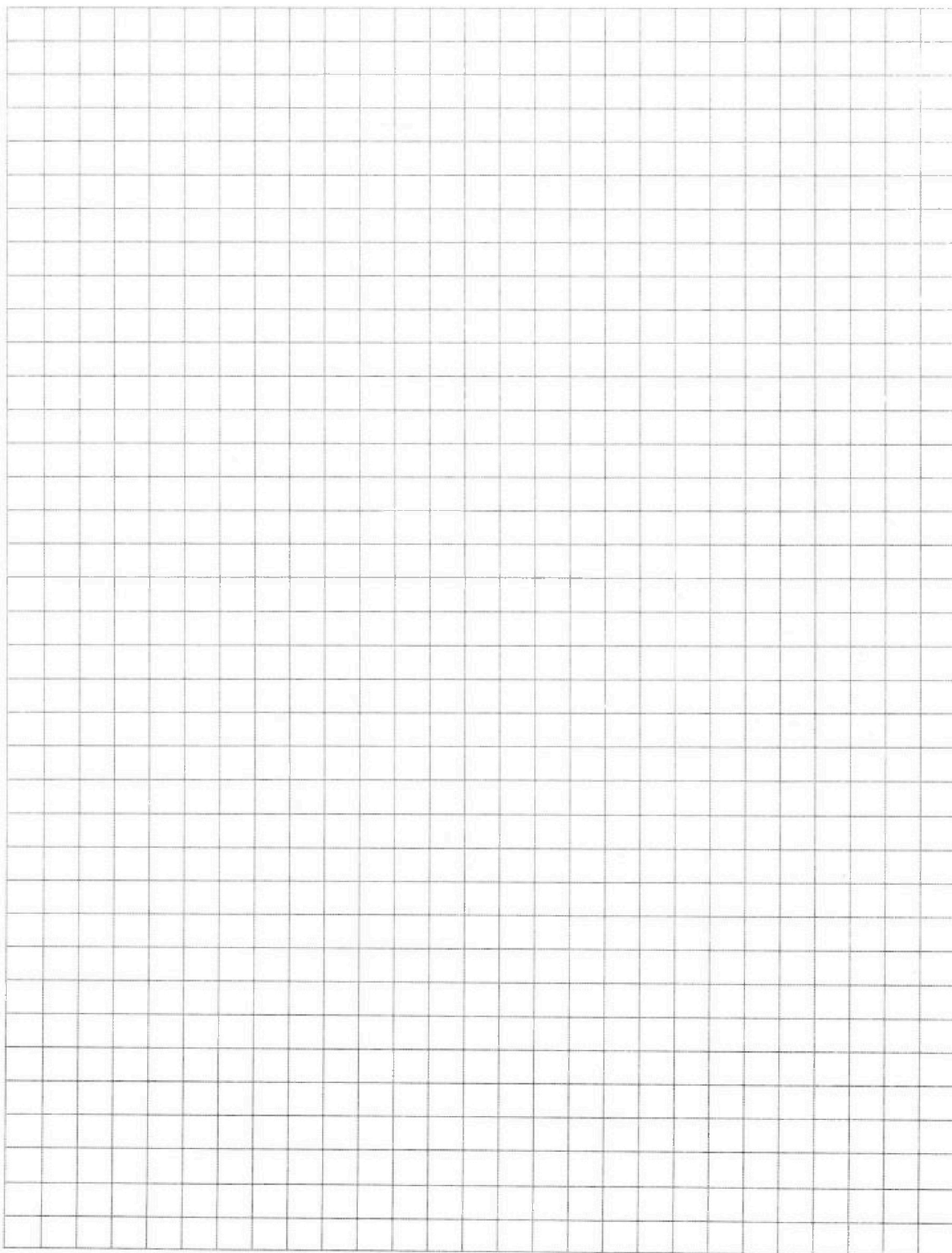
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

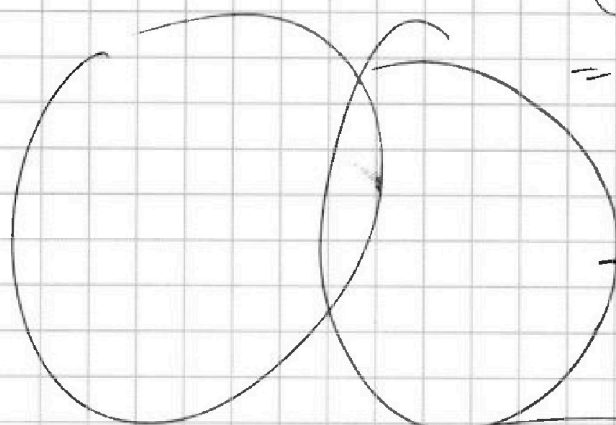
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(1+\sqrt{5})^2 - 7 =$$

$$= 1 + 5 + 2\sqrt{5} - 7 =$$

$$2\sqrt{5} - 1$$

$$- (\sqrt{5} - 1)^2 = 5 -$$

$$= 5 - (\sqrt{5} - 1)^2 = 2\sqrt{5} - 1$$

$$+ (2\sqrt{3} - 3)^2 = 12 + 9 - 12\sqrt{3} - 7 = 14 - 12\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} \cdot 12 = 5 - x \quad 6 \div \frac{3}{2}\sqrt{15} - 7 =$$

$$x = 7$$

$$5 - (6 + \frac{3}{2}\sqrt{15}) = 6 \pm \frac{3}{2}\sqrt{15}$$

$$= -1 - \frac{3}{2}\sqrt{15}$$

$$36 + 24 = 60 = (2\sqrt{15})^2$$

$$-3 \pm 3\sqrt{15}$$

$$\sqrt{15} \quad 15 = 5 - x$$

$$x = -10$$

$$\left(\frac{15+3}{2}\right)^2 = \frac{15+9+6\sqrt{15}}{2} =$$

$$= 12 \pm 3\sqrt{15}$$

$$5 \pm 3\sqrt{15} \quad 5 - 3\sqrt{15}$$

$$(15 - 3)^2 = 7 = 15 + 9 - 6\sqrt{15} - 7 =$$

$$17 - 6\sqrt{15} \quad 17 - 6\sqrt{15}$$

$$1 + 83 \cdot 830$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ + 83 \\ \hline 166 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 166 \\ + 166 \\ \hline 332 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+7)(x-5) \geq 0$$

$$(x+7)(5-x) + \frac{5-x}{3} \geq 0$$

$$(3x+22)(5-x) \geq 0$$

$$(x+7\frac{1}{3})(5-x) \geq 0$$

$$x \in [-7\frac{1}{3}; 5]$$

19²

$$z=0, 20 \cdot 19 - 19 =$$

$$= 380 - 19 = 361$$

$$a - b + 6 = 2\sqrt{ab}$$

$$a^2 - 2a - 4$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 4 = 5$$

$$1 \pm \sqrt{5}$$

$$a - b + \frac{a^2 + b^2}{2} = 2ab$$

$$(a-b) + 2$$

$$a - b + 18 = (a+b)^2$$

$$b - a - 6 = -2ab$$

$$b - a + 6 = (b-a)^2$$

$$b - a = 3$$

$$-2ab = -3$$

$$ab = \frac{3}{2}$$

$$b = a + 3$$

$$a(a+3) = \frac{3}{2}$$

$$t^2 - 2t - 6 = 0$$

$$D = 4 + 24 = 28$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{28}}{2}; \boxed{3-2}$$



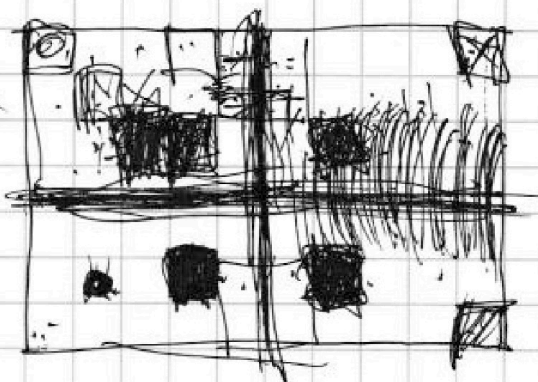
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a \cdot b \cdot \sin \alpha}{b \cdot c \cdot \sin \beta} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{S_1 \cdot c}{S_2 \cdot a}$~~



~~75~~

$75 \cdot 100$

$150 \cdot 200 =$

30000

4. ~~Q~~ 20

$$\boxed{7500 \cdot 7499} \leftarrow 750 \text{ гмз смм.}$$

$$\boxed{30000 \cdot 29996 \cdot 29992 \cdot 29988}$$

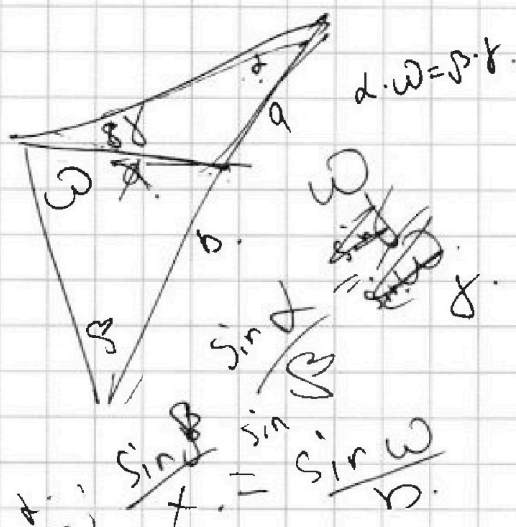
$\frac{a}{b} = \frac{b}{a}$

$x^2 + 8x + 16 = -15x - 6$

$x^2 (x+1)(x+22)$

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\beta \cdot b}{\omega}$

$\frac{a}{b} = \frac{b}{a} \quad \frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$D = 49 - 40 = 9.$$

$$\frac{7-3}{2} = 5$$

$$\frac{7-3}{2} = 2. \leftarrow \text{то же } \log x \text{ ТК}$$

$$\frac{36}{(-1)^3} < 0.$$

Ответ: $x = 5$ ✓

$$(x-5)(x-2) = 0$$

$$CK \cdot CA = CD^2$$

$$\frac{\sin x - \beta}{\sin \alpha} = \frac{ED}{CD}$$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{9}{25}$$

$$CB \cdot CE = CD^2$$

$$\alpha = \beta = \gamma$$

$$\frac{ED}{\sin \beta} = \frac{CD}{\sin \gamma} \Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{9}{25}$$

$$25(a+b) = 9c$$

$$a(b+c) = CD^2$$

$$ab + a(25(a+b)) = 9ab + 25a^2 + 25ab = 34ab + 25a^2 = CD^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-x^2}$$

$$225 = 25^2 = (20+5)^2 = 40$$

$$15(40+5)^2 = 10^2 \quad (10+5)15 = 150 + 75 = 225$$

$$\sqrt{225-x^2} = \sqrt{(5-x)(15+x)}$$

$$(x+7)(5-x-3z) = 5x-x^2-3xz+35-7x-21z$$

$$= 1-2x-x^2-3xz-21z+35$$

$$a \rightarrow a-b+6$$

$$12-3z = 3(4-z)$$

$$2\sqrt{y+7+1-(x+1)^2}$$

$$b \cdot q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$b \cdot q^9 = x+4$$

$$b \cdot q^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\frac{15x+6}{b \cdot q^9} = q^6 = \frac{x+4 \cdot \sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$$

$$\frac{x+4}{\sqrt{15x+6}} = 1 \quad \begin{cases} (x+4)^2 = 15x+6 \\ x+4 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-7x+10=0 \\ x+4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\frac{b \cdot q^3}{b \cdot q^3} = \frac{b \cdot q^4}{b \cdot q^3} = q = \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2$$

$$q^6 = q^4 = x-3$$

$$q = \sqrt{x-3}$$

$$q^2 = \sqrt{x-3}$$

$$q^6 = \sqrt{x-3}^3$$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$



$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cancel{1 - 2\sin^2 \alpha} = \boxed{2\cos^2 \alpha - 1}$$

$$\begin{aligned} \cos(3\alpha) &= \cos(2\alpha + \alpha) = \cos 2\alpha \cdot \cos \alpha - \sin 2\alpha \cdot \sin \alpha = \\ &= 2\cos^3 \alpha - \cos \alpha - 2\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha = \\ &= 2\cos^3 \alpha - \cos \alpha - 2(1 - \cos^2 \alpha) \cdot \cos \alpha = \\ &= \cancel{2\cos^3 \alpha} - \cos \alpha - 2\cos \alpha + 2\cos^3 \alpha = \\ &= 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha. \end{aligned}$$

=====

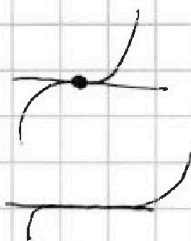
$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos x = 6\cos^2 x - 3 + p.$$

$$4\cos^3 x + 3\cos x - 6\cos^2 x + 3 = p.$$

$$\cos x = t; \quad t \in [-1; 1]$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p. \quad \uparrow$$

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 \neq 0. \quad D = \cancel{12} \neq 0.$$



$$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \cancel{12(x - \frac{1}{2})^2} (2x - 1) (6x - 3) \cdot \cancel{1} = \\ &= 2(x - \frac{1}{2}) \cdot 6 \cdot (x - \frac{1}{2}) = \boxed{12(x - \frac{1}{2})^2}. \end{aligned}$$

Дальше гугель берет.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Pi_{0 \leq y < 35.}$$

$$y - 20 + 70 - 2y = 50 - y \leq 15x.$$

$$y = 35. \checkmark$$

$$y > 35.$$

$$y - 20 + 2y - 70 = 3y - 90 = 3(y - 30) \leq 15$$

$$y - 30 \leq 5.$$

$$y \leq 35 \quad \checkmark.$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = \sqrt{35-2x-x^2+2z}.$$

$$(x+7)(5-x) = 5x - x^2 - 3xz + 35 - 7x - 2z = 35 - 2x - x^2 - 3xz - 2z = 3z(x+7).$$

$$\cancel{3z} \quad \cancel{3z}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2 \sqrt{(x+7)(5-x)} + 2z.$$

$$5 - x \geq 3z.$$

$$5 \geq 3z + x.$$

$$(x+7)(5-x) \geq -7. \quad \checkmark \geq \frac{x-5}{3}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(t) = 4 + 3 - 6 + 2 + 3 + \dots + 3 \quad \uparrow \quad \text{~~и т.д.~~}$$

$$\Rightarrow \text{при всех } t \in [f(-1), f(+1)],$$

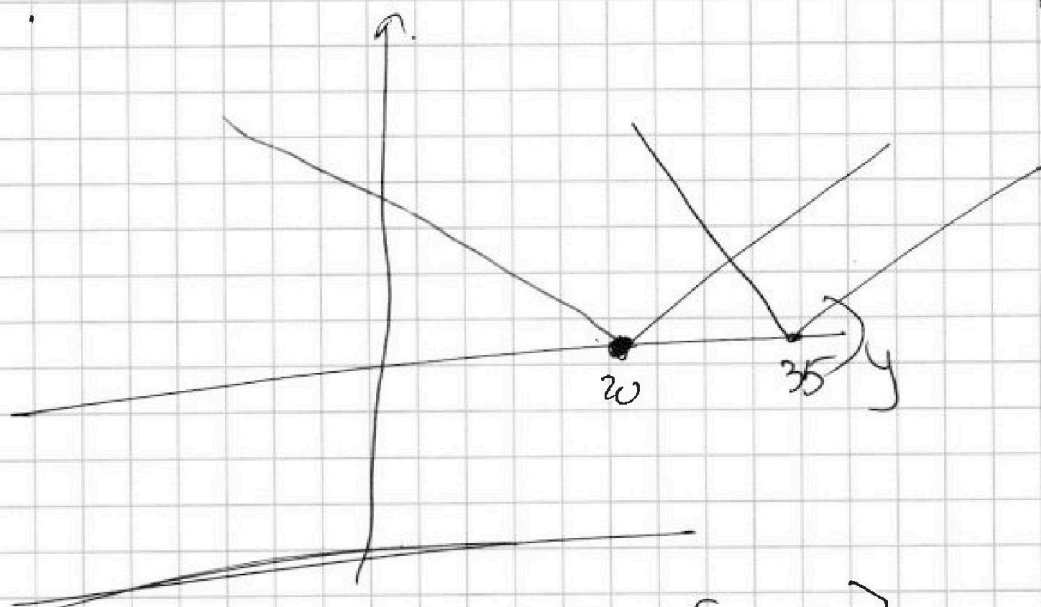
$$f(-1) = -4 - 6 + 3 + 3 = -4.$$

$$f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4.$$

$$f(t) = p.$$

~~$$4 + 3 - 6 + 2 + 3 + \dots + 3 - p = 0$$~~

$$4 + 3 - 6 + 2 + 3 + \dots + 3 - p = 0$$



~~$$z \leq 15.$$~~
$$z \in [-15, 15]$$

~~$$y \in [20, 35]$$~~
$$|y - 20| + 2|y - 35| =$$

$$\text{при } y < 20. \quad 20 - y + 70 - 2y = 90 - 3y. \quad X.$$