



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a > b$,
 - число $a - b$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a + b^2 = 820$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_4 = b_1 \cdot k^3 = \frac{\sqrt{15x+6}}{(x-3)^3}$$

$$b_{10} = b_1 \cdot k^9 = x+4$$

$$b_{12} = b_1 \cdot k^{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)^3}$$

$$\Rightarrow \frac{b_1 \cdot k^{12}}{b_1 \cdot k^9} = k^3 = \sqrt{\frac{(15x+6)(x-3)^3}{(15x+6)}} = (x-3)^2$$

//] так $15x+6=0$, тогда $b_4=0=b_1 \cdot k^3 \Rightarrow \begin{cases} k=0 \\ b_1=0 \end{cases} \Rightarrow b_{10}=0$, но $b_{10}=x+4=$

$$=4-\frac{2}{3} \neq 0$$

т.е. $k^3 = (x-3)^2 \Rightarrow k^4 = x-3, x \geq 3$

т.е. $x \neq -\frac{2}{3}$ //

1) $x \geq 3$, тогда $k^4 = x-3 \Rightarrow k^2 = \sqrt{x-3}$

тогда $b_{10} = b_1 \cdot k^9 = \frac{b_1 \cdot k^{12}}{k^3} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)^3}}{\sqrt{x-3}} = x+4 \quad (\Rightarrow)$

т.е. $b_1 = \frac{\sqrt{15x+6}}{(x-3)^3} : x+4 //$

оп3: $(15x+6)(x-3)^3 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow x \geq 3$ (и $x \leq -\frac{2}{3}$ не подходит)

$(\Rightarrow) \sqrt{15x+6} = x+4 \Rightarrow (15x+6) = x^2+8x+16 \Rightarrow x^2-7x+10=0 \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=2 \end{cases} \Rightarrow x=5$

2) $x < 3$, тогда $k^4 = 3-x \Rightarrow k^2 = \sqrt{3-x}$

тогда $b_{10} = \frac{b_1 \cdot k^{12}}{k^3} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)^3}}{\sqrt{3-x}} = x+4 \Rightarrow \sqrt{6-15x} = x+4 \Rightarrow$

$\begin{cases} 6-15x = (x+4)^2 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+23x+10=0 \\ -4 \leq x < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-23 \pm \sqrt{529-40}}{2} \\ -4 \leq x < 3 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} x = \frac{-23 \pm \sqrt{489}}{2} \\ -4 \leq x < 3 \end{cases} \Rightarrow$

$\frac{-23+\sqrt{489}}{2} < 3 \Rightarrow -8 \leq -23+\sqrt{489} < 6 \Rightarrow 15 \leq \sqrt{489} < 29 \Rightarrow \sqrt{489} < 29 \Rightarrow 489 < 841 \Rightarrow$

$\frac{-23-\sqrt{489}}{2} < 3 \Rightarrow -8 \leq -23-\sqrt{489} < 6 \Rightarrow -15 \leq -\sqrt{489} < 29 \Rightarrow \sqrt{489} \leq 31 \Rightarrow 489 \leq 961 //$

Ответ: $\left\{ \frac{-23 \pm \sqrt{489}}{2}, 5 \right\}$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$\text{a) } \begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-35+35-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-35+(5-x)(x+7)+z}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-35+(5-x)(x+7)+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{225-z^2} \geq 0 \Rightarrow z \in [-15; 15]$$

$$\text{c) } A: |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \Rightarrow \begin{cases} y-20+2y-70 = \sqrt{225-z^2}, y \geq 35 \\ y-20-2y+70 = \sqrt{225-z^2}, 20 \leq y < 35 \\ 70-y+70-2y = \sqrt{225-z^2}, y < 20 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 3y-90 = \sqrt{225-z^2}, y \geq 35 \\ 50-y = \sqrt{225-z^2}, 20 \leq y < 35 \text{ не пойд.} \\ 90-3y = \sqrt{225-z^2}, y < 20 \text{ не пойд.} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 35 \\ z = 0, \text{ тогда:} \end{cases}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = \sqrt{35-35+(5-x)(x+7)+0} \Rightarrow \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = \sqrt{(5-x)(x+7)}$$

$$\text{f) } \begin{cases} x+7 \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \\ x+7+5-x-2\sqrt{(x+7)(5-x)} = (5-x)(x+7)+36-12\sqrt{(5-x)(x+7)} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\text{g) } \begin{cases} -7 \leq x \leq 5 \\ (5-x)(x+7) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -7 \leq x \leq 5 \\ (\sqrt{(x+7)(5-x)}-4)(\sqrt{(x+7)(5-x)}-6) = 0 \end{cases}$$

$$\text{h) } \begin{cases} -7 \leq x \leq 5 \\ \sqrt{(x+7)(5-x)} = 4 \\ \sqrt{(x+7)(5-x)} = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -7 \leq x \leq 5 \\ (x+7)(5-x) = 16 \\ (x+7)(5-x) = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -7 \leq x \leq 5 \\ x^2+2x-13=0 \\ x^2+2x+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -7 \leq x \leq 5 \\ x = -1 \pm 2\sqrt{5} \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{i) } \begin{cases} -7 \leq x \leq 5 \\ x = -1 \pm 2\sqrt{5} \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 \leq -2\sqrt{5} \leq 6 \\ -6 \leq 2\sqrt{5} \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\sqrt{5} \leq 6 \\ \sqrt{5} \leq 3 \text{ не пойд.} \end{cases}$$

Ответ: $\{(-1+2\sqrt{5}; 35; 0); (-1-2\sqrt{5}; 35; 0); (-1; 35; 0)\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos^3 x + 6 \cos x = 3 \cos^2 x + p \Leftrightarrow 4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p \quad \text{по}$$

тогда c) $f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$, где $t = \cos x \Rightarrow t \in [-1; 1]$

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 3(4t^2 - 4t + 1) = 3(2t - 1)^2$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}, \text{ найдем } f(t) \text{ на } [-1; 1]$$

$$f(0) = 0 - 0 + 0 + 3 = 3$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} - \frac{6}{4} + \frac{3}{2} + 3 = 3,5$$

$$f(-1) = -4 - 6 - 3 + 3 = -10$$

$$f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4$$

попр. График $y = f(t)$

$$f(t) = 0 \Leftrightarrow 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = 0 \Leftrightarrow 2t^2 \quad \text{или} \quad 2t^2 + 3t + 3 = 0$$

$$2t^2 + 3t + 3 = 0$$

$$D = \frac{9}{4} - 6 = -\frac{15}{4} < 0$$

тогда $p \in [-10; 4]$ и y -я есть решение

c) $p \in [-10; 4]$, тогда:

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p \Leftrightarrow 4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x - \frac{1}{2} = p - 3,5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos x = \sqrt[3]{2p-7} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt[3]{2p-7}}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4 \left(\cos x - \frac{1}{2} \right)^3 = p - 3,5 \Leftrightarrow \left(\cos x - \frac{1}{2} \right)^3 = \frac{2p-7}{4} \Leftrightarrow \cos x - \frac{1}{2} = \sqrt[3]{\frac{2p-7}{4}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos x = \frac{1 + \sqrt[3]{2p-7}}{2} \Leftrightarrow x = \arccos \left(\frac{1 + \sqrt[3]{2p-7}}{2} \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\arccos \left(\frac{1 + \sqrt[3]{2p-7}}{2} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\left\{ \arccos \left(\frac{1 + \sqrt[3]{2p-7}}{2} \right) + 2\pi k; -\arccos \left(\frac{1 + \sqrt[3]{2p-7}}{2} \right) + 2\pi n \mid k, n \in \mathbb{Z} \right\}$
при $p \in [-10; 4]$

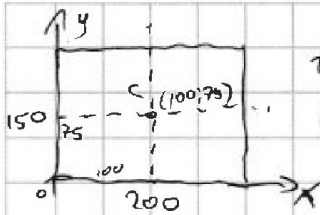
На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



T.M. (150.2, 200.2), 10 year present use value (75, 100)

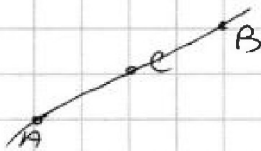
Введем координаты клеток (см. рис-и)

Tolgа центральная часть находится на (100,75)

Т.к. весь ряд $y=75$ и столбец $x=100$ симм. себе симметричны отн. сред. лин., т.к. симм. явл. сред. лин.

for 3 months

2) Симметрия отн. центра: Число замкнутых м. в клетке было симметрично относительно центра дощечки, число либо 1 клетка в центре, и остальные симметричны отн. друг-другу центры, либо 0 клеток в центре и ост. симметричны отн. центра.



4) А, В - сим. отн. С - центр.

чтобы A, B были самодвойственными о.т.с.

გვერდი $AC=CB$, *т.е.*

Точно задает центр. Показана (1) В

и тогда все 8 точек (или 7 если C-звезда)

Вот так разделил по парам.

Crazy Bugs: 40 years of insect life around the 7/2

Тогда нужно уметь строить способы полета и тогда в прямоугольном полете

~~Не помещать в центр. Это кон-во следует поместить в лондонскую провинцию Чехословакии без центра, ведь нунда тогда захватит Грэгорио с минеральными с. т. е. Следует способствовать к в 150.99+⁷¹ и в итоге.~~

$$(150.99 \text{ g}) - 76 = 149.00 + 99 = 158.99 = 150.99 - 76 = 149.23 \text{ units}$$

A new to max crystal $\rightarrow$ ~~19924~~ ~~19923~~ ~~19922~~ ~~19921~~

2) Симметрия отн. осям и центр. инвер.

К этому не относятся это потому что это будет не
не в этой форме не в этой форме. Это будет не в этой форме

Или центр. линия не может иметь четные кон. в. ^{max} ~~max~~, т.к. тогда
 останется кон. в. ^{тоже} ~~тоже~~ четным и кон. в. разный от пары

Тогда можно перейти к сплыв пометки и точки в $\square$, т.е., чтобы они были сим-ны отн. центра, но не повт. другие виды симметрии.

В первых нас помит томи топи в посылку Д. Из члора, т.е. вода
томи задает ея огу, при этом испови рж что члорт огу моту, так
оде не поврзат зржой все минимизиру.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда отдельно рассмотрим все эти случаи.

1) Горизонт. центр линии.

1.1) Как Центр. линия Оси.

тогда кол-во элементов пометить 4 клетки в 100-74 клетки
 $= 7400 - 7399 - 7398 - 7397$

1.2) Как ц. л. - 2 клетки.

тогда: кол-во элементов пометить = $\frac{7400 - 7399 - 7398}{3} \cdot \frac{100 - 99}{2}$

1.3) Как ц. л. - 4 клетки, тогда кол-во элементов: $\frac{7400 - 7397}{2} \cdot \frac{100 - 99 - 98 - 97}{4}$

1.4) Как ц. л. - 6 клеток, тогда кол-во элементов: $7400 \cdot \frac{100 - 99 - 98 - 97 - 96 - 95}{6}$

1.5) Как ц. л. в 8 клеток, тогда:

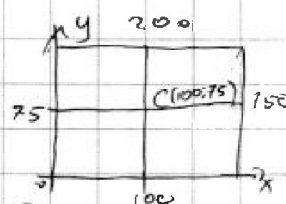
1.6) 2 клетки - $75 - 99 + 74 = 14924$ 15000 - 75 - 74 = 14851 см.

2 клетки - $(14851 - 2)$ см.

3 клетки - $(14851 - 4)$ см.

4 клетки -

Всего $(14851 - 14)$ см.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \not\equiv 3 \\ (a - c)(b - c) - \text{ном. квадрат} \\ a + b^2 = 820 \end{cases} \quad a, b, c \in \mathbb{Z}$$

1) $a + b^2 = 820, b, a \in \mathbb{Z} \Rightarrow b^2 \in [1; 819] \Rightarrow b \in [1; 28]$

тогда:

b	a	b	a
1	819	15	595
2	816	16	564
3	811	17	531
4	804	18	498
5	795	19	459
6	784	20	420
7	771	21	379
8	756	22	335
9	739	23	293
10	720	24	246
11	699	25	195
12	676	26	142
13	651	27	96
14	624	28	36

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 28 \\ \hline 224 \\ 224 \\ \hline 784 \end{array}$$

причем $b \in [1; 28]$

$$\begin{aligned} a &= 820 - b^2 \\ a > b &\Rightarrow 820 - b^2 > b \Rightarrow \\ &\Rightarrow b^2 + b - 820 < 0 \\ &\Rightarrow b^2 + b - 812 < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 820 - b^2 \\ a - b &\not\equiv 3 \Rightarrow 820 - b^2 - b \not\equiv 3 \Rightarrow 1 - b^2 - b \not\equiv 3 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} -b^2 - b = 3n + 1, n \in \mathbb{Z} \\ -b^2 - b = 3k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 - b^2 - b = 3n + 2, n \in \mathbb{Z} \\ 1 - b^2 - b = 3k + 1, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow b(b+1) = 3m, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow b(b+1) = 3k', k' \in \mathbb{Z} \Rightarrow b \in [1; 28] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow b \in \{2; 3; 5; 6; 7; 8; 9; 11; 12; 14; 15; 17; 18; 20; 21; 23; 24; 26; 27; 16; 25; 28\}$$

$$(a - c)(b - c) - \text{ном. кв} \Rightarrow (a - c)(b - c) = k^2, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{т.е. } (820 - b^2 - c)(b - c) = k^2 \Rightarrow b^3 - 820b - cb = b^2c - 820c + c^2 - k^2$$

$$\text{т.е. } (820 - b^2 - c)(b - c) = k^2, \text{ где } k - \text{прост.}$$



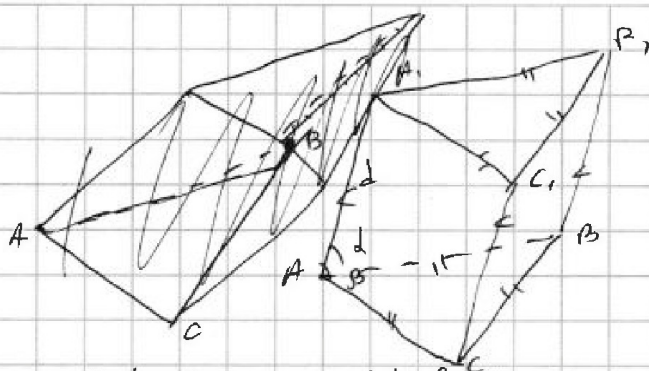
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

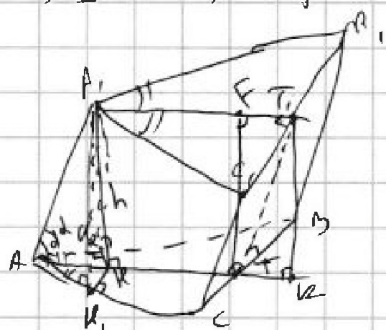
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} d \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta &= AB = BC = a \dots = c, A_1 = 2 \\ S_{AA_1B_1B} &= 5; S_{AA_1C_1C} = 5; S_{CC_1B_1B} = 4 \\ S_{AA_1B_1B} &= 2 \cdot d \cdot \sin \alpha = 5 \\ S_{AA_1C_1C} &= 2 \cdot d \cdot \sin \beta = 5 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} d \sin \alpha = \frac{5}{2} \\ d \sin \beta = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = \beta \\ d \sin \alpha = \beta \sin \alpha \end{cases}$$

1) $d = \beta$, тогда $\angle K$ - впис. уг. A , из ABC , $h_1 \perp ABC = H$, из K - перп. впис. уг. AC



$$\begin{aligned} & \perp ABC \Rightarrow A_1K_1 \\ & \perp AC \Rightarrow A_1K_1 \perp AC \text{ (т.о.з. перп.)} \\ & \perp AB \Rightarrow A_1K_1 \perp AB \text{ (т.о.з. перп.)} \end{aligned} \Rightarrow A_1K_1 \perp ABC \text{ (т.о.з. перп.)}$$

$$\text{тогда } AK_1 = AK_2 = d \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} & \angle AK_1K_2 = \angle AK_2K_1 \\ & AK_1 = AK_2 = d \cos \alpha \\ & AK_1 \perp AK_2 \\ & \angle AK_1K_2 = \angle AK_2K_1 = 90^\circ \end{aligned} \Rightarrow \angle KAK_1 = \angle KAK_2 \text{ (с.с.у.)}$$

$$\Rightarrow AK - \text{бис. } \angle BAC$$

т.к. $\triangle ABC$ - равнобедр. AK - бис. $[AK] \cap [CB] = T$

построим высоту из T , из ABC - TK ; $KE \perp [AK]$, т.к. $[A, T, AK]$

тогда $TK \perp CB$

$$TK \perp ABC \Rightarrow T, T \perp CB$$

построим TF - высоту из A, B, C .

$$TF \perp A, B, C,$$

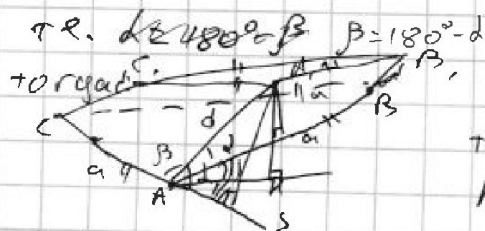
$$FT \perp C, B, (FT \perp A, T, AK, TF \perp AK \text{ и } T \in AK) \Rightarrow TT \perp C, B, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow TT - \text{бис. в } \triangle CC_1B_1B$$

$$AA_1 = TT, \text{ (т.к. } A, T, AK \text{ и } AT = A, T) \Rightarrow TT - \text{бис. в } \triangle CC_1B_1B$$

$$TT_1 = CC_1B_1B,$$

$$\Rightarrow CC_1B_1B - \text{прямоуг.} \Rightarrow S_{CC_1B_1B} = ad = 4 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{a} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$



построим $CA - CS$ $\angle A, AS = 180^\circ - \beta = \alpha$

тогда из сформул. рассуждений, что в $\triangle$

$$\angle BAK = \angle KAS = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$$

см. прод. лев. стр.



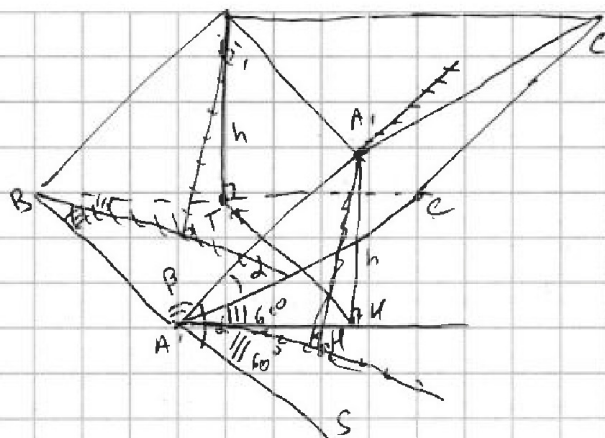
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Построим высоту из $B_1 \rightarrow B_1T$

$B_1T \perp A_1C_1$

Построим высоту из $B_1 \rightarrow B_1T$

$B_1T \perp A_1C_1$

Заметим, что $\angle KAS = \angle CBA_1 = 60^\circ$
 $A_1K \parallel BC$

$B_1T = A_1K = h$ - вые. призмы

$BB_1 = AA_1 = d$ - грани призмы

$\angle B_1TB = \angle A_1KA \approx 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle B_1TB = \triangle A_1KA, \Rightarrow$

$\Rightarrow B_1K = BT$

$\angle BTA_1$

$TK \perp$ плоск. $A_1B_1C_1$

или $AK \perp TK = B_1A_1$ (так $B_1A_1 \parallel ABC$)

$TK \parallel B_1A_1$

$AB \parallel B_1A_1$

($AD \dots C$) - паралл.

$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} TK \parallel B_1A_1 \\ TK = B_1A_1 \end{array} \right\} \Rightarrow ABTK$ - параллелограмм

$\Rightarrow \angle TBA = \angle KAS = 60^\circ \Rightarrow T \in BC$

тогда B_1T - вые. $BB_1, CC_1 \Rightarrow S_{BB_1CC_1} = B_1T \cdot BC = 2 \cdot h = 4 \Rightarrow h = 2$

Ответ: высота призмы $h = 2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

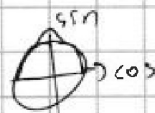


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_1 = 6, b_2 = 0^3, b_4 = b_1 \cdot k^3; b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}; b_{10} = b_1 \cdot k^9 = x+4$$



$$b_{12} = b_1 \cdot k^{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)^3}$$

OD3:

$$\begin{cases} b_{12}'' = \sqrt{(15x+6)(x-3)^3} \\ b_{12}^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \\ b_{12}^9 = x+4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{15x+6}{x-3} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x+\frac{2}{5}}{x-3} \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -\frac{2}{5}] \cup (3; +\infty) \\ & \cos(2\beta) + \cos(2-\beta) \\ & \cos 2x \cos x + 2 \cos x - \end{aligned}$$

$$\text{тогда: } \frac{b_{12}''}{b_{12}^3} = k^8 = \sqrt{\frac{(15x+6)(x-3)^3}{(15x+6)}} = \sqrt{(x-3)^4} = |x-3|$$

$$\begin{aligned} & \text{тогда: } x = -\frac{2}{5}, \text{ тогда: } b_{12}'' = 0, \text{ тогда: } \begin{cases} k=0 \\ b=0 \end{cases}, \text{ но тогда } b_{12}^9 = 0, \text{ но } b_{12}^9 = x+4 = -\frac{2}{5} \neq 0 \\ & \text{т.е. } x \neq -\frac{2}{5} = 9 \cos^3 x + \frac{10x}{2} - 4 \cos^2 x. \end{aligned}$$

$$\text{с) } x > 3, \text{ тогда: } k^8 = x-3 \Rightarrow b_1 \cdot k(x-3) = x+4 \Rightarrow b_1 \cdot k = \frac{x+4}{x-3} \Rightarrow -2 \cos^2 x - \frac{1}{8}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ + 460 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{тогда: } b_{12}'' = b_1 \cdot k$$

$$\text{т.е. } b_{12}'' = \sqrt{(15x+6)(x-3)^3} \Rightarrow b_{12} = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = \sqrt{\frac{(15x+6)(x-3)^3}{(x-3)^3(x-3)^3}} = \sqrt{\frac{(15x+6)(x-3)^3}{(x-3)^6}}$$

$$b_{12}^9 = b_{12} \cdot k^9 = x+4 = \sqrt{\frac{(15x+6)(x-3)^3}{(x-3)^6}} \cdot (x-3) = x+4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{(15x+6)(x-3)^3} = x+4 \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 \geq 0 \\ (15x+6)(x-3)^3 = (x+4)^2 \end{cases} \quad (x^2+8x+16)(x^2+8x+16)$$

$$(15x+6)(x-3)^3 = (x+4)^2 \Leftrightarrow (225x^2+36+180x)(x-3)^3 = (x^2+8x+16)^2$$

$$\Leftrightarrow 225x^3 + 36x + 180x^2 - 675x^2 - 108 - 540x = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x^3 + 44x^2 + 128x + 16x^2 + 256$$

$$x^4 - 208x^3 + 591x^2 + 760x + 364 = 0$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ -16 \\ \hline 209 \end{array} \quad \begin{array}{r} 675 \\ -180 \\ \hline 495 \end{array} \quad \begin{array}{r} 540 \\ +36 \\ \hline 576 \end{array} \quad \begin{array}{r} 256 \\ +108 \\ \hline 364 \end{array}$$

$$\sqrt{80} = 2\sqrt{20} = 4\sqrt{5}$$

$$\sqrt{80} = \cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x = 2 \cos^2 x - 1 \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cos x = 2 \cos^3 x - \cos x - 2 + 2 \cos^3 x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\Rightarrow 4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p$$

$$\text{с) } f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3, \text{ где } t = \cos x \Rightarrow t \in [-1; 1]$$

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3, \text{ тогда: } f'(t) = 0 \Leftrightarrow 4t^2 - 4t + 1 = 0 \Leftrightarrow (t-1)^2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b; a \cdot b \neq 1/3$$

$$(a - \sqrt{b} - c) - \text{убавляет}$$

$$a \cdot b \neq 1/3$$

$$S_{\triangle A, B, C} = 5$$

$$S_{\triangle A, C, C} = 5$$

$$S_{\triangle B, B, C} = 4$$

$$a - \text{стор. } \triangle ABC \quad a = 2$$

$$d - \text{выс. гр. призм}$$

$$a + b = 810$$

$$b^2 \in [1;]$$

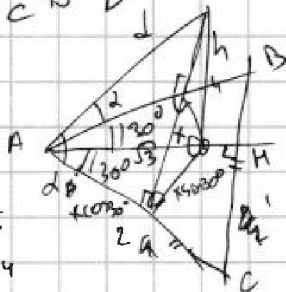
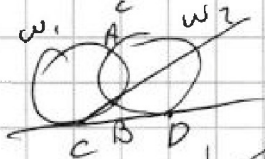


$$S_{\triangle A, B, C} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot a \cdot d \cdot \sin \alpha = 5$$

$$S_{\triangle A, C, C} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AA_1 \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} \cdot a \cdot d \cdot \sin \beta = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{5}{a \cdot d} \\ \sin \beta = \frac{5}{a \cdot d} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \arcsin \frac{5}{a \cdot d} \\ \beta = \arcsin \frac{5}{a \cdot d} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 180^\circ - \beta \\ \alpha = \beta \end{cases}$$



$$\frac{AH}{AC} = \frac{BH}{BC}$$

$$\begin{cases} x^2 \sin^2 30^\circ + h^2 = t^2 \\ x^2 \cos^2 30^\circ + d^2 = t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 \cdot \frac{1}{4} + h^2 = t^2 \\ x^2 \cdot \frac{3}{4} + d^2 = t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 \cdot \frac{1}{4} + h^2 = d^2 \sin^2 \alpha \\ x^2 \cdot \frac{3}{4} + d^2 = d^2 \sin^2 \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 \cdot \frac{1}{4} + h^2 = d^2 \sin^2 \alpha \\ x^2 \cdot \frac{3}{4} + d^2 = d^2 \sin^2 \beta \end{cases}$$

$$t = d \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 \cdot \frac{1}{4} + h^2 = \frac{25}{4} \\ x^2 \cdot \frac{3}{4} + d^2 = \frac{25}{4} \end{cases}$$

$$\frac{x^2}{4} + h^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + d^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + h^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + d^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + h^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + d^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + h^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + d^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + h^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + d^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + h^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + d^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + h^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + d^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + h^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + d^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + h^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + d^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + h^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + d^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + h^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + d^2 = \frac{25}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} + h^2 = \frac{25}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

