



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



- ✓ 1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

- ✓ 3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

- ✓ 4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

- ✓ 5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- ✓ 6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

- ✓ 7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\{b_n\}$ - геом. прогрессия, q - знаменатель:

$$\begin{cases} b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} & b_{13} = q^6 \cdot b_7 \\ b_{13} = 5-x = q^6 b_7 & b_{15} = q^8 b_7 \end{cases} \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} \frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0 \\ (x+1)(13x-35) \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases}$$

$$b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} = q^8 b_7$$

Все преобразования на ОДЗ.

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x \geq \frac{35}{13} \\ x < -1 \end{cases}$$

$$\frac{b_{15}}{b_7} = q^8 = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \cdot \sqrt{\frac{(x+1)^3}{13x-35}} = \sqrt{(x+1)^4} = (x+1)^2 \Rightarrow q^2 = \sqrt{13x+1}$$

(если $b_7 = 0$, то $x = \frac{35}{13}$ и $b_{13} \neq 0$,
не если $b_7 \neq 0$, то $b_{13} = 0 \Rightarrow b_7 \neq 0$)

$$b_{13} = 5-x = b_7 \cdot q^6 = b_7 \cdot (q^2)^3 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (\sqrt{13x+1})^3 =$$

$$= \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot (13x+1)^3} = 5-x$$

$$\begin{cases} \frac{13x-35}{(x+1)^3} (13x+1)^3 = 25-10x+x^2 \\ 5-x \geq 0 \end{cases}$$

$$1) x > -1 \quad \begin{cases} 13x-35 = 25-10x+x^2 \\ x \leq 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-23x+60=0 \\ x \leq 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x=20 > 5 \\ x=3 < 5 \\ x=5 \end{cases}$$

$$2) x < -1$$

$$5 \geq 3 > \frac{35}{13} > -1$$

т.е. $x=3$ - ОДЗ

$$2) x < -1 \quad \begin{cases} 13x-35 = -x^2+10x-25 \\ 5-x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+13x-10=0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-5 < -1 - \text{ОДЗ} \\ x=2 > -1 \text{ не подходит} \\ x \leq 5 \end{cases}$$

$$x=-5$$

Омб.: Проверим:

$$x=3 \quad b_7 = \frac{1}{4}; b_{13} = 2; b_{15} = 4$$

$q = \sqrt{2}$ - подходит

Омб.: при $\begin{pmatrix} x=3 \\ x=-5 \end{pmatrix}$ $x=-5 \quad b_7 = \frac{5}{4}; b_{13} = 10; b_{15} = 20 \quad q = \sqrt{2}$

- подходит

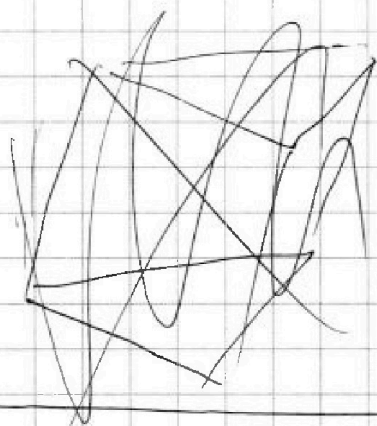


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$

~~ДЗ 5:~~ $x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$
 $4-x-2 \geq 0$
 $4-z \geq 0, x \geq -3$
 $\sqrt{169} \rightarrow z \leq 7$

$$\begin{aligned} x-x^2 &\leq -3+9=6 \\ x_6 &= \frac{1}{2} > -3 \\ \text{при } x < x_6 \quad x-x^2 \uparrow \\ y+x-x^2+z &\leq y+13 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$\sqrt{x+5} = \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+2}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2^2}$$~~

$$t = \cos x \in [-1; 1]$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2t^2 - 1$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x = 4t^3 - 3t$$

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p \quad - \text{имеет } > 1 \text{ реш.}$$



$$(1) 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p \quad - \text{имеет } > 1 \text{ решение } t_0 \in [-1; 1]$$

~~$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$~~

~~$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t+1)^2 \geq 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2} \text{ - экстр. мин.}$$~~

~~$$f'(t) \geq 0$$~~

~~$$f(-1) = 0 \text{ \& cм. не подходит}$$~~

$\Rightarrow f \uparrow \Leftrightarrow f(t) = p$
 Система имеет
 хотя бы один
 корень $t_0 \in [-1; 1]$
 при $f(-1) \leq p \leq f(1) = 10$
 $-4 = f(-1) \leq p \leq f(1) = 10$

~~$$p \in [-4; 10]$$~~

А так же

$$(1) \Leftrightarrow \left(3\sqrt{2}t + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 - 3 - \frac{1}{2} = p$$

$$f(t) = \left(3\sqrt{2}t + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 - \frac{7}{2} = p$$

н.р. $\uparrow \Rightarrow > 1$ корень $t_0 \in [-1; 1]$
 при $f(-1) \leq p \leq f(1)$ т.е. $p \in [-4; 10]$

$$3\sqrt{2}t = \sqrt[3]{p + \frac{7}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{p}{2} + \frac{7}{8}} - \frac{1}{2} = \cos x$$

$$\begin{cases} 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = (a + b)^3 + c \\ a^3 = 4 \\ 3a^2b = 6 \\ 3ab^2 = 3 \\ b^3 + c = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt[3]{4} \\ b = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \\ c = -\frac{7}{2} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{при } p = 10 \quad f = 1 \quad \cos x = 1 \quad x = \cancel{\frac{\pi}{2}} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{при } p = -4 \quad \cos x = -1 \quad x = \cancel{\frac{\pi}{2}} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{при } p \in (-4; 10) \quad x = \pm \arccos \left(\frac{\sqrt[3]{2p+7}}{2} - \frac{1}{2} \right) =$$
$$x = \pm \arccos \left(\left(\sqrt[3]{2p+7} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2} \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\therefore$ 1 корень при $p \in [-4; 10]$

$$\text{при } p = 10 \quad x = \cancel{\frac{\pi}{2}} + 2\pi k \quad x = 2\pi k$$

$$\text{при } p = -4 \quad x = \cancel{\frac{\pi}{2}} + 2\pi k \quad x = \pi + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}.$$

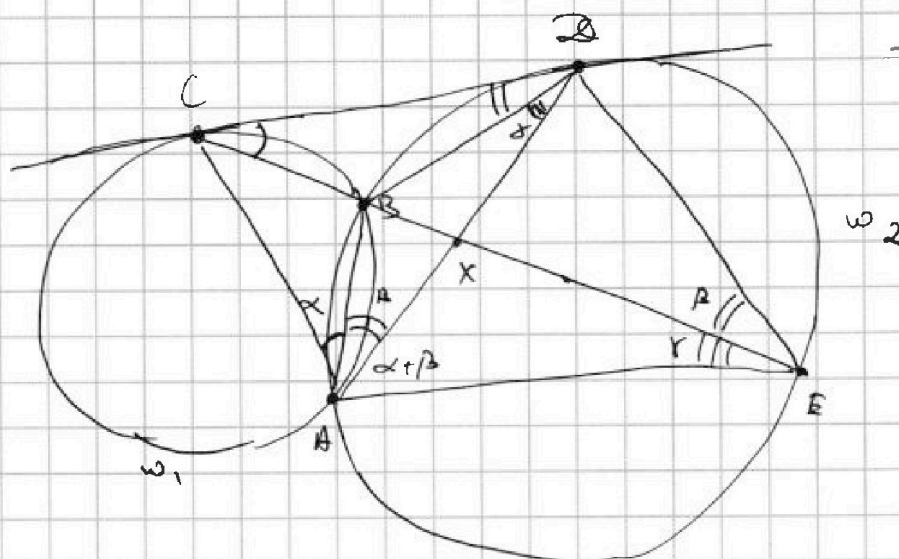
$$\text{при } p \in (-4; 10) \quad x = \pm \arccos \left(\frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2} \right) + 2\pi k$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CX}{XE} = \frac{3}{10}$$

- 1) $\angle CAB = \alpha$ 1) $\angle DCB = \angle CAB = \alpha$ ($\angle$ касая. и хордой и впис. $\angle$)
 $\angle BAX = \beta$ 2) $\angle CDB = \angle CAB = \beta$ ($\angle$ касая. и хордой и впис. $\angle$)
 $\angle BDA = \gamma$ 3) $\angle BDA = \angle BEA = \gamma$ ($\angle$ впис. в ω_2)
 $\angle BAE = \beta$

4) $\angle CXD =$

4) $\angle XAE = 180^\circ - \angle AXE - \angle AEX = 180^\circ - \angle CXD - \gamma =$
 ($\sum \angle$ в Δ -м) (впис. $\angle$)

$$= 180^\circ - (180^\circ - (\angle XCD + \angle BDC + \angle BDX)) - \gamma = \alpha + \beta + \gamma - \gamma = \alpha + \beta.$$

$\angle CAB = \alpha$

5) $\angle CAE = \angle XAE = \alpha + \beta \Rightarrow AX$ - бис-са $\Delta CAE \Rightarrow \frac{CX}{XE} = \frac{AC}{AE}$
 ($\angle CAE$)

т.е. $\frac{AC}{AE} = \frac{3}{10}$

6) $\left. \begin{array}{l} \angle CAD = \angle DAE = \alpha + \beta \\ \angle CDA = \angle DEA = \beta + \gamma \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta CAD \sim \Delta DAE \Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{CD}{DE} = \frac{AD}{AE}$

$$\left(\frac{CD}{DE} \right)^2 = \frac{AC}{AD} \cdot \frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AE} = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{CD}{DE} = \sqrt{\frac{3}{10}}; \frac{ED}{\omega} = \sqrt{\frac{10}{3}}$$

Ответ: $\frac{\omega}{DE} = \sqrt{\frac{10}{3}}; \frac{ED}{\omega} = \sqrt{\frac{10}{3}}$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

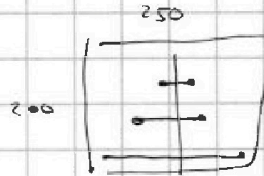
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Т.к. $200:2 = 100$ и $250:2 = 125$ то все клетки ~~не~~ будут клетками которые ~~через которые проходит средняя линия~~ ~~защрастят~~ ~~клетки~~ 8 клеток, так, чтобы множество обладало ≥ 1 симметрии.

I) верт. симметрия (отн. верт. сред. лин.)

Каждой клетке левой половины будет однозначно соответствовать клетка правой. Тогда

коп-во способов ~~будет~~ покрасить 8 клеток = коп-ву способов покрасить 4 клетки левой половины.



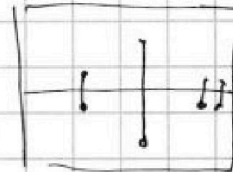
В левой половине $\frac{250 \cdot 200}{2} = 25000$ клеток.

выбрать 4-е $A = C_{25000}^4$

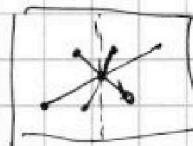
II) гор. симметрия (отн. гор. ср. лин.)

Аналогично: Верхняя половина $\leftrightarrow$ нижней

способов покрасить $B = C_{25000}^4$



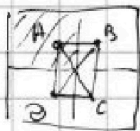
III) центр. симметрия:



Аналогично: левая половина $\leftrightarrow$

$\leftrightarrow$ прав. половина $\rightarrow C = C_{25000}^4$

2) Заметим, что если рисунок имеет ≥ 2 сим., то он имеет все 3 сим. ~~при $\times 24^\circ$ сим.~~



и правда: ~~без~~ 2 востанавливают из точки A точки B, C и D.

Тогда четверть доски однозначно задаёт раскраску всей доски. Выбрав тогда коп-во способов раскрасить $\geq$ коп-ву способов раскрасить 2 клетки в четверти доски (там $\frac{250 \cdot 200}{4} = 12500$ клеток)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В A, B, C учитывается D по одному разу.

Тогда кол-во способов раскрасить доску: $A+B+C-2D =$
 $= 3C_{25000}^4 - 2 \cdot C_{12500}^2$

Отв.: $3C_{25000}^4 - 2C_{12500}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c)$$

$$a > b \Rightarrow a-c > b-c$$

$$(a-c)(b-c) = p^2, \text{ где } p \neq p\text{-простое}$$

$$1) \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \text{ т.к. } p \neq 2$$

$$a-b = p^2 - 1 \quad /3$$

$$1) p \equiv 1 \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 0 \quad - \text{не год.}$$

$$2) p \equiv 2 \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 4 - 1 \equiv 0 \quad - \text{не год.}$$

$$3) p \equiv 0 \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 2 \not\equiv 0 \quad - \text{год}$$

$$\Rightarrow p \equiv 3 \Rightarrow p=3.$$

$$\begin{cases} a-c = 9 \\ b-c = 1 \end{cases}$$

$$a-b = 8$$

$$a+b^2 = 560$$

$$b(b+1) = b^2 + b = 560 - 8 = 552 = 2^3 \cdot 3 \cdot 23$$

$$b^2 + b = 460$$

$$b(b+1) = 460$$

$$\text{ег. вып. : } \begin{cases} b+1=24 \\ b=23 \\ b+1=23 \\ b=24 \end{cases}$$

$$b^2 + b = 560 - 8 = 552 = 4 \cdot 13 \cdot 11$$

$$b(b+1) = 4 \cdot 13 \cdot 11 = 44 \cdot 13 = 1 \cdot 552 = 52 \cdot 11$$

$$b \in \mathbb{Z} \quad - \text{реш. nat. не представимо}$$

$$b=23 \Rightarrow a=31 \Rightarrow c=22$$

$$(131, 23, 22)$$

$$2) \begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases}$$

$$a-b = p^2 - 1 \Rightarrow p=3$$

$$\text{анал. н. 1}$$

$$\begin{cases} a+b^2 = 560 \\ a+b = 8 \end{cases}$$

$$b(b+1) = 552 \quad - \text{реш. 6 чужих real (аналог. н. 1)}$$

$$3) \begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \\ a-b = 0 \end{cases} \quad /3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b = 23 \Rightarrow a = 31 \Rightarrow c = 22$$

$$(31; 23; 22)$$

$$b = -24 \Rightarrow a = -16 \Rightarrow c = -25$$

$$(-16; -24; -25)$$

$$2) \begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \\ a - b = p^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow p = 3$$

аналог. п. 1

$$\begin{cases} a + b^2 = 560 \\ a - b = 8 \end{cases} \Rightarrow b(b+1) = 2^3 \cdot 3 \cdot 23$$
$$\begin{cases} b = 23 \\ b = -24 \end{cases}$$

$$b = 23 \Rightarrow a = 31 \Rightarrow c = 32$$

$$(31; 23; 32)$$

$$b = -24 \Rightarrow a = -16 \Rightarrow c = -15$$

$$(-16; -24; -15)$$

$$3) \begin{cases} a - c = p \\ b - c = p \end{cases} \Rightarrow a - b = 0 : 3 - \text{не мож.}$$

$$4) \begin{cases} a - c = -p \\ b - c = -p \end{cases} \Rightarrow a - b = 0 : 3 - \text{не мож.}$$

-15

$$\text{Отв. } (31; 23; 22); (-16; -24; 25); (31; 23; 32); (-16; -24; 15)$$

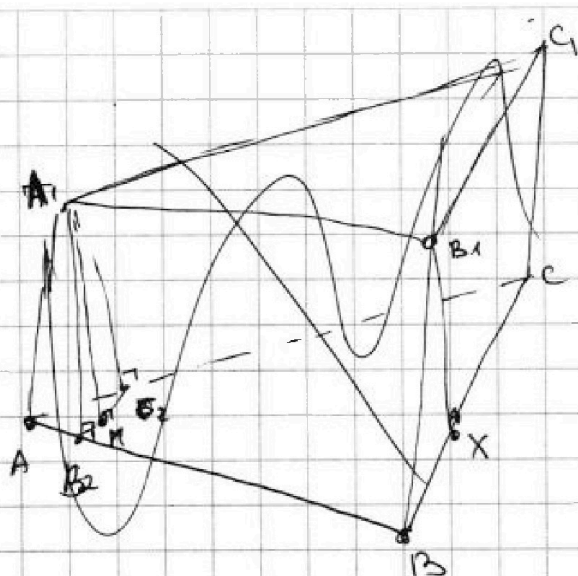


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

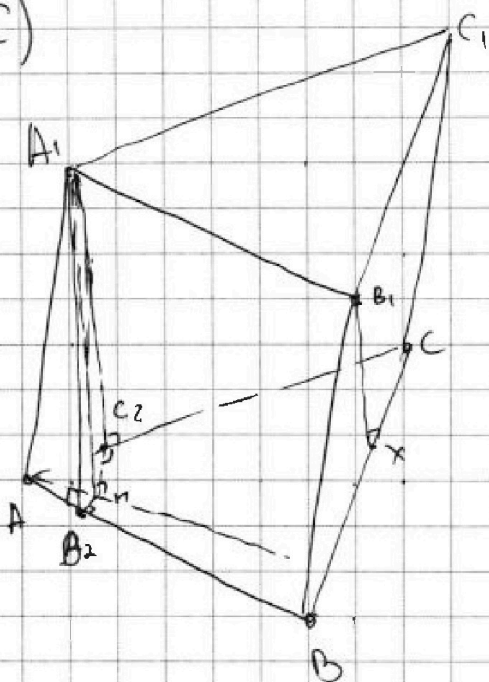
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Пирча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & S_{A_1B_1C_1} = S_{A_1B_1C_1} = 4 \\ & S_{B_1C_1A_1} = 3 \end{aligned} \right\} \\ & ABC, A_1B_1C_1 - \text{основания} \\ & A_1B_2 \perp AB \\ & S_{A_1B_1C_1} = A_1B_2 \cdot AB = A_1B_2 = 4 \\ & \left. \begin{aligned} & A_1C_2 \perp AC \\ & S_{A_1C_2C_1} = A_1C_2 \cdot AC = A_1C_2 = 4 \end{aligned} \right\} \\ & B_1X \perp BC \\ & S_{B_1C_1A_1} = B_1X \cdot BC = B_1X = 3 \\ & A_1C_2 = A_1B_2 = 4 \end{aligned}$$

I)



$$\left. \begin{aligned} & A_1H \perp (ABC), H \in (ABC) \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \text{По Тл. Пифагора: } AB_2 &= \sqrt{AA_1^2 - A_1B_2^2} = \\ &= \sqrt{AA_1^2 - A_1C_2^2} = AC_2 \\ B_2H &= \sqrt{AB_2^2 - A_1H^2} = \sqrt{AC_2^2 - A_1H^2} = C_2H \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} & A_1H \perp (ABC) \\ & A_1C_2 \perp AC \\ & HC_2 = \pi_p(A_1C_2)_{ABC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow HC_2 \perp AC$$

$$\left. \begin{aligned} & A_1H \perp (ABC) \\ & A_1B_2 \perp AB \\ & HB_2 = \pi_p(A_1B_2)_{ABC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow HB_2 \perp AB$$

$$\left. \begin{aligned} & \angle AC_2H = \angle AB_2H \\ & AC_2 = AB_2 \\ & HC_2 = B_2H \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle AC_2H = \triangle AB_2H \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle C_2AH = \angle B_2AH \Rightarrow AH$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} & \text{I) } AH - \text{вис-са } \triangle ABC \\ & \triangle ABC - \text{пл} \end{aligned} \right\} \Rightarrow AH \perp BC$$

$$\left. \begin{aligned} & \text{II) } AH - \text{вис-са } \triangle ABC \\ & \triangle ABC - \text{пл} \end{aligned} \right\} \Rightarrow BC \perp (AHA_1) \Rightarrow BC \perp AA_1 \Rightarrow BC \perp AB_1 \text{ (т.к. } BB_1AA_1)$$

Ans: $k=3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

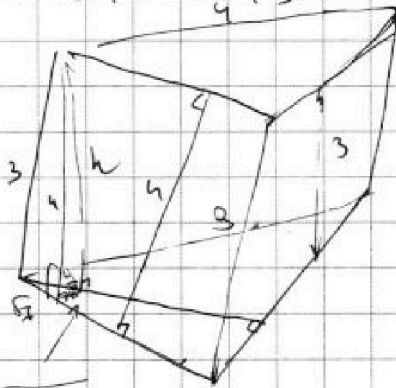
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 16 = \frac{1}{4} + 9$$

$$x^2 = \frac{1}{4} < 0$$

$$x^2 + 64 = \frac{1}{4} + 36$$

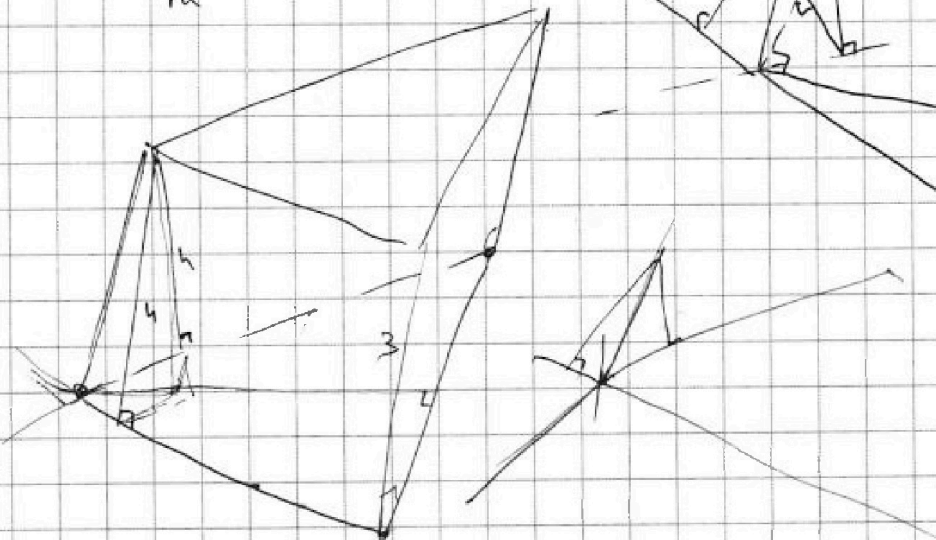
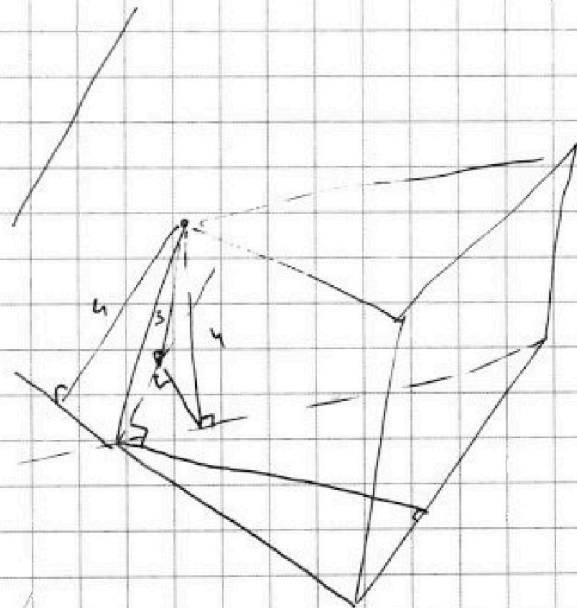
$$16 - 9 = 7$$



$$\sqrt{16 - h^2}$$

h

$$9 - h^2 = 16 - h^2 + 7$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$6\cos^2 x - 3 + 6\cos x$$

$$2\cos^2 x + 2\cos x - 1$$

$$\textcircled{+} = 1 + 2$$

$$2\cos 2x \cdot \cos x + 3\cos 2x + 5\cos x = p$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$2t + 1 - 1$$

$$4t^3 - 3t + 6t^2 - 3 + 6t = p$$

$$4t^3 + 3t + 6t^2 - 3 + 6t = p$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$4\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 = 4t^2 + 4t + 1$$

$$f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$f(1) = 10$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$a^3 = 4 \Rightarrow a = \sqrt[3]{4}$$

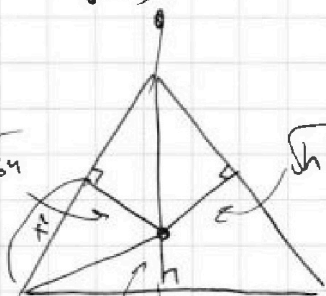
$$3a^2b = 6$$

$$b = \left(\frac{2}{\sqrt[3]{4}}\right)^2 = 3\sqrt{\frac{8}{16}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

$$f(t) = \left(\sqrt[3]{4}t + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^3$$

$$\frac{1}{2}h = 4$$

$$h = 8, 8; 6$$

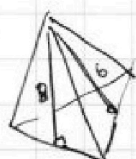


$$\frac{1}{4} + 9 = x^2 + 16$$

$$x^2 = 5 - \frac{1}{4}$$

$$x^2 = \frac{19}{4}$$

$$x = \frac{\sqrt{19}}{2}$$



$$\frac{1}{4} +$$

$$h^2 - 36 + \frac{1}{4} - h^2 + 64 = \frac{\sqrt{113}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{113}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{113}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{113}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2$$

$$15$$

$$\sqrt{\frac{39-35}{4^3}} = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \frac{1}{16}$$

$$\frac{-65-35}{-4^3} = \frac{100}{4^3} = \frac{25}{4^2}$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)$$

$$4 \cdot 4$$

$$4^2 =$$

$$\sqrt{2} \cdot 8$$

$$100 \cdot 4$$

$$x \geq -3$$

$$4 \rightarrow x+2 \geq 2-3$$

$$z \leq 7$$

$$16 \quad 6^2 = 2$$

$$200$$

$$\sqrt{2}$$

$$25 \cdot 4 \cdot 4$$

$$8$$

$$2 \cdot$$

$$5 \cdot 4$$

$$\sqrt{20} \quad 20 \cdot \frac{5}{4} = 400 \cdot 20$$

$$\sqrt{2}$$

$$\cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = (2\cos^2 x - 1) \cos x - 2\cos x \sin x$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x \sin x$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$f'(t) > 0$$

$$-4 + 6 - 3 - 3 = 10$$

$$\text{при } p \in [f(-1); f(1)] = [-4; 10]$$

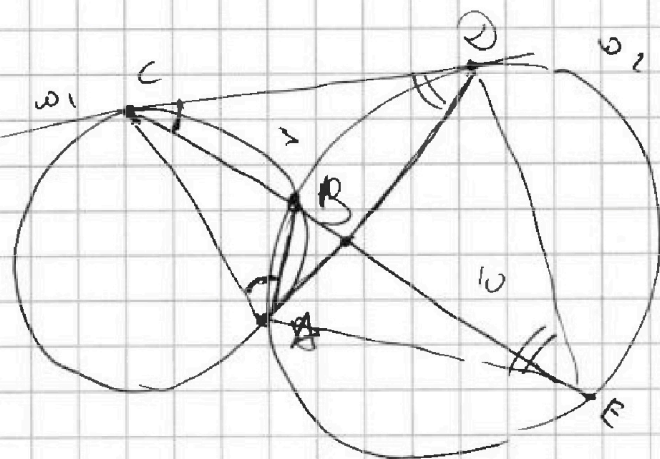
$$\cos(2x+x) = \cos 3x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

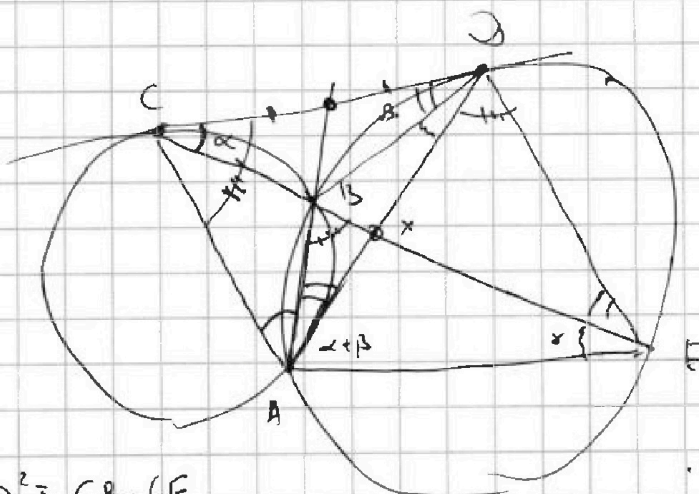
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{ED}{CD} = ?$$



$$\frac{CV}{KE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{CA}{AB} = \frac{3}{10}$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{CD}{CB} = \frac{CE}{CD}$$

$$\frac{ED}{AB} = \frac{EX}{XA}$$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE}$$

$$\left(\frac{CD}{DE}\right)^2 = \frac{AC}{AD} \cdot \frac{AD}{AE}$$

$$\begin{aligned} \cos(3x) &= \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = \\ &= 2\cos^2 x - \cos x - 2\sin^2 x \cdot \cos x = \\ &= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x + 2\cos^3 x \end{aligned}$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!