



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



- ① [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$, двенадцатый член равен $2-x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$.

- ② [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

- ③ [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a < b$,
 - число $b - a$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Существование пол. прогрессии с такими членами
равносильно тому, что имеет решение
система:

$$\begin{cases} \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^2 = 2-x \\ (2-x) \cdot q^6 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^2 = 2-x & (1) \\ \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} & (2) \end{cases}$$

$$(2) \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

Очевидно, что $x = -\frac{34}{25}$ — не решение по той же
типу в (1) л.ч. равно 0, а правая ч. не равно 0.

~~Решение системы (1) и (2) $\Leftrightarrow \sqrt{3x+2} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^3}}$~~

~~$q^8 = \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^4}}$~~ ООЗ: $\begin{cases} \frac{25x+34}{(3x+2)^3} \geq 0 \\ (25x+34)(3x+2) \geq 0 \end{cases}$

$$x \in (-\infty; -\frac{34}{25}] \cup (-\frac{2}{3}; +\infty) \quad \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \bullet \quad \bullet \\ -\frac{34}{25} \quad -\frac{2}{3} \end{array}$$

С учетом того, что $x = -\frac{34}{25}$ — не подходит

~~$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^3}}$~~ $\sqrt{3x+2} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^3}} \Leftrightarrow$

$$q^8 = \frac{1}{(3x+2)^2} \quad q^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$$

Подставив в (1) получим $\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+2}} = 2-x$

с учетом ООЗ $\Leftrightarrow \sqrt{25x+34} = 2-x$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |25x+34| = 4-4x+x^2 \\ -x+2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \begin{cases} 25x+34 > 0 \\ x \leq 2 \\ 25x+34 = 4-4x+x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\frac{34}{25}; 2] \\ x^2 - 29x - 30 = 0 \\ x \in (-\infty; -\frac{34}{25}] \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \end{cases} \end{cases} \quad (3) \quad (4)$$

$$(3) \begin{cases} x \in (-\frac{34}{25}; 2] \\ x = -1 \text{ — не попадает в } (0; 3) \\ x = 30 \notin (-\frac{34}{25}; 2] \text{ — не подходит} \end{cases} \quad x \in \emptyset$$

$$(4) \begin{cases} x \in (-\infty; -\frac{34}{25}] \\ x = -2 \text{ — оба подходят} \\ x = -19 \end{cases}$$

$$D = 441 - 38 \cdot 4 = 441 - 152 = 289$$

$$x_1 = \frac{-21 + 17}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-21 - 17}{2} = -\frac{38}{2} = -19$$

Тогда геом. прогрессия существует только при

$$x = -2 \text{ или } x = -19$$

$$\text{Ответ: } \{-19; -2\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☒☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4x = 18 - 4\sqrt{14} - 24 = -6 - 4\sqrt{14} \\ 4x = -18 - 4\sqrt{14} + 12 = -6 - 4\sqrt{14} \end{cases} \quad x = \frac{-3 - 2\sqrt{14}}{2}$$

Подстановка $y = 18$ $z = 0$ удовлетворяет (2), а

$x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$ и $x = \frac{-3 - 2\sqrt{14}}{2}$ будут найдены
такими, чтобы подходило в (1) и в (2) не
фигурирует, то проверки не требуется.

$$\text{Ответ: } \left\{ \left(\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}, 18, 0 \right); \left(\frac{-3 - 2\sqrt{14}}{2}, 18, 0 \right) \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} & (1) \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} & (2) \end{cases}$$

Заметим, что (2) можно переписать так:

$$|y+2| + |18-y| + \underbrace{|y-18|}_{\geq 20} = \underbrace{\sqrt{400-z^2}}_{\leq 20} \quad (2')$$

Поскольку $\forall a, b \quad |a| + |b| \geq |a+b|$ (неравенство для модулей), то

$$|y+2| + |18-y| \geq |y+2+18-y| = 20$$

А т.к. $|y-18| \geq 0$, то левая часть (2') ≥ 20 .

Значит, что $z^2 \geq 0$, а значит $400 - z^2 \leq 400$,

т.е. в силу того, что функции корни $\uparrow$ на $\mathbb{R}_+$, то

$\sqrt{400-z^2} \leq 20$. Но тогда р-н (2') возможно лишь если $y-18=0$, $400-z^2=400$ (т.е. $z=0$)

Тогда если система имеет решение, то для нее $y=18$, $z=0$. Очевидно что при них выполнено (2), а из рассуждений выше другие неизвестны.

Найдём теперь x таковы чтобы выполнялось (1):

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2 \cdot 0} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2+0}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

Пусть $a = \sqrt{x+6} > 0$ Тогда перейдем к системе:
 $b = \sqrt{3-x} > 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a - b + 7 = 2\sqrt{a^2 b^2} \\ a^2 + b^2 = 9 \\ a, b > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b + 7 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b + 7 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b + 7 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 9 \end{cases}$$

вычитаем
из второго
первое

$$a^2 - 2ab + b^2 = 9 - 7 + b - a$$

$$(a - b)^2 = 2 - (a - b)$$

$$t = (a - b) \quad t^2 + t - 2 = 0 \quad \begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases}$$

• если $t = 1$ $a - b = 1$ $a = 1 + b$

Подставляем получаем: $2b^2 + 2b + 1 = 9$

$$b^2 + b - 4 = 0$$

Тогда можем подобрать корни

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, \quad a = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$1) b_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \rightarrow a_1 = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} = \frac{1 + \sqrt{17}}{2} \\ \sqrt{3-x} = -\frac{1 + \sqrt{17}}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$2) b_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \rightarrow a_2 = \frac{1 - \sqrt{17}}{2}$$

не подходит $a, b \leq 0$

$$\begin{cases} 4(x+6) = 18 + 2\sqrt{17} \\ 4(3-x) = 18 - 2\sqrt{17} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{9 + \sqrt{17}}{2} - 6 = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$$

не подходит

• если $t = -2$, то $a - b = -2$ $a = b - 2$

Подставляем получаем: $5 = 2(b - 2)b$

$$5 = 2b^2 - 4b \quad 2b^2 - 4b - 5 = 0 \quad D = 16 + 40 = 56$$

$$1) b_1 = \frac{4 + 2\sqrt{14}}{4} = \frac{2 + \sqrt{14}}{2} \rightarrow a_1 = \frac{-2 + \sqrt{14}}{2}$$

$$2) b_2 = \frac{4 - 2\sqrt{14}}{4} < 0 \quad \text{не подходит}$$

Тогда $\begin{cases} \sqrt{x+6} = \frac{-2 + \sqrt{14}}{2} \\ \sqrt{3-x} = \frac{2 + \sqrt{14}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4(x+6) = (-2 + \sqrt{14})^2 \\ 4(3-x) = (2 + \sqrt{14})^2 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда т.е. $\sqrt[3]{1-p} = g$ $1-p = g^3$ $p = 1-g^3$, то

~~решения~~ т.е. $g = g^3$: $E_f = (-\infty; 0] \cup [8; +\infty)$

$p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$ — при таких каждом из таких имеет хотя бы 1 решение.

Возвращаемся к (8) решим для каждого из

таких p исходные ур-е:

$$\cos x (1 - \sqrt[3]{1-p}) = -1 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \arccos \left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

$$x = \pm \arccos \left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

Поскольку $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$ и

$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$, то исходное ур-е можно переписать так:

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

Это можно переписать как

$$\cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 + (p-1) \cos^3 x = 0$$

и в обратном направлении по ф-ле $(a+1)^3 = a^3 + 3a^2 + 3a + 1$:

$$(\cos x + 1)^3 + (p-1) \cos^3 x = 0$$

$$(\cos x + 1)^3 = (1-p) \cos^3 x \Leftrightarrow \cos x + 1 = \sqrt[3]{1-p} \cos x \quad (1)$$

~~отсюда следует~~

Поскольку $\cos x = 0$ - не решение (очевидно), то при ур-е $\sqrt[3]{1-p} = 1 + \frac{1}{\cos x}$

Поскольку $\cos x$ принимает значения от -1 до 1 ;

то $g(t) = 1 + \frac{1}{\cos x} : E_g = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$
 $\in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Покажем, что CD касается

ω_1 , то $\angle CAB = \angle DCE$

или угол между

касательной

и хордой и

угол опирающийся

на хорду. Покажем, что $ABDE$ — впис, то

$\angle BAD = \angle BED$ и т.д. CD касается ω_2 , то

$\angle CED = \angle CDB$. Тогда $\angle DBE = \angle CDB + \angle DCB$

(внешний угол $\triangle DBC$) т.д. $ABDE$ — впис, то

$\angle DBE = \angle DAE = \angle CDB + \angle DCB = \angle CAD \Rightarrow$

AD — биссектриса $\angle CAE$. Из условия $CO : CE =$

$7 : 20$. Тогда $CO = 7x$, $OE = 13x$

Т.к. AD — биссектриса $\angle CAE$, то $\frac{CA}{AE} = \frac{CO}{OE} = \frac{7}{13}$.

$\triangle CBD \sim \triangle CED$ (т.к. $\angle DCB = \angle CED$,
 $\angle CDB = \angle CED$)

$$\frac{CB}{CD} = \frac{BD}{DE} \Rightarrow \frac{DE}{CD} = \frac{BD}{CB}$$

Покажем, что $ABDE$ — впис в ω_1 , то $\angle DBO = \angle DAE$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по Th sm две Δ CBD $\frac{CB}{\sin \beta} = \frac{BD}{\sin \alpha}$, где

$\alpha = \angle DCE$, $\beta = \angle CED$. Тогда

$$\frac{DE}{CD} = \frac{BD}{CB} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

по Th sm две Δ BDE $\frac{DE}{\sin \beta} = \frac{BD}{\sin \beta} \Rightarrow$

$$BD = \frac{\sin \beta}{\sin \beta} DE$$

$$\frac{DE}{CD} = \frac{BD}{CB} = \frac{\sin \beta DE}{\sin \beta CB}, \quad \beta = \alpha + \beta$$

Тогда т.е. $\frac{DE}{CD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$, то $\frac{\sin \beta}{\sin \beta} \frac{DE}{CB} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$

~~по Th sm две Δ CAE~~

по теореме (.) о соотношениях сторон:

$$CD^2 = CB \cdot CE$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если имели $(a-e)(b-e)$ — квадрат простого
имели $p \in \mathbb{P}$, то либо $|a-e| = 1$, $|b-e| = p^2$,
где $p \in \mathbb{P}$, либо $|b-e| = 1$, $|a-e| = p^2$, где $p \in \mathbb{P}$,
либо $|a-e| = p$ и $|b-e| = p$

Рассмотрим случаи:

1) $|b-e| = |a-e| = p, p \in \mathbb{P}$

если $b-e \geq 0$ и $a-e > 0$, то $b-e = a-e$,
но $b > a$ — неверно. Тогда, т.к.

$b \geq a$, то $b-e = p$ и $a-e = -p$, но

тогда $(b-e)(a-e) = -p^2$ — не подходит.

Значит этот случай неверен

2) $a-e = 1$ $b-e = p^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

10-й к. $\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot 12 \cdot 2 - x$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^2 = 2-x > 0 \quad x < 2$$

$$(2-x) q^6 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \quad q \neq 0$$

$\begin{array}{r} 2 \\ \times 14 \\ \hline 28 \\ 52 \end{array}$
 $57+2=59$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$x = -\frac{34}{25}$ — не подходит т.к. $2-x \neq 0$ тогда

$$\sqrt{3x+2} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^3}} \quad 3x+2 \neq 0$$

$$q^8 = \frac{1}{(3x+2)^2} \quad q^2 = \sqrt{\frac{1}{|3x+2|}}$$

$\begin{array}{r} 441 \\ -152 \\ \hline 289 \end{array}$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \sqrt{\frac{1}{|3x+2|}} = 2-x \quad x > -\frac{2}{3}$$

~~$\sqrt{25x+34}$~~ если $3x+2 > 0$, то 3

$$q^2 = \sqrt{\frac{1}{3x+2}}$$

$\begin{array}{r} 38 \\ \times 4 \\ \hline 152 \end{array}$

$$\sqrt{25x+34} = 2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 25x+34 = 4-4x+x^2 \\ 2-x > 0 \end{cases}$$

$$D = 441 - 120 = 321$$

$$289 = 17^2$$

$$x_1 = \frac{-21+17}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-21-17}{2} = -19$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \end{cases} \quad x > -\frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$x = -2$$

$$x > -\frac{2}{3} \quad \text{— не}$$

$$\sqrt{-25x-34} = 2-x$$

$$\begin{cases} -25x-34 = 4-4x+x^2 \\ x < 2 \end{cases} \quad x^2 + 21x + 38 = 0$$

либо $x = -19$ либо $x = -2$



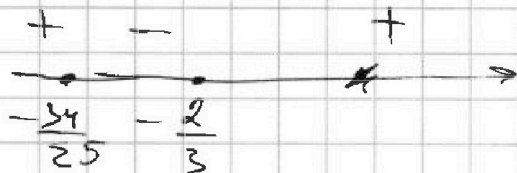
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☒3
☒4
☒5
☒6
☒7
☒СТРАНИЦА
из 13

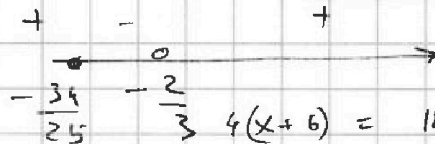
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} = \sqrt{3x+2}$$

$$(25x+34)(3x+2) > 0$$



$$x \in (-\infty, -34/25) \cup (-2/3, \infty)$$



$$x \geq -6$$

$$1+b-b+2 = 2(1+b)b$$

$$8 = 2(1+b)b$$

$$4 = b + b^2$$

$$4(x+6) = 18 + 2\sqrt{12}$$

$$4x + 24 = 18 + 2\sqrt{12}$$

$$4x = -6 + 2\sqrt{12}$$

$$x = \frac{-3 + \sqrt{12}}{2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+2| + 2|y-12| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

$$12 - 4x = 18 - 2\sqrt{12}$$

$$400 = 20^2 = z^2 + y^2$$

5

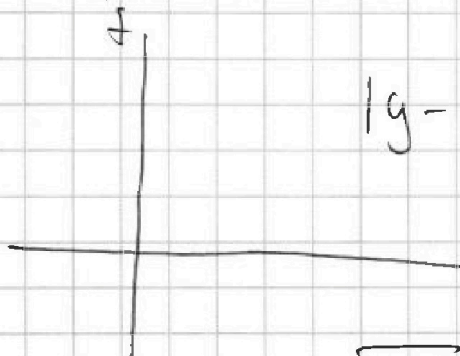
$$|y+2| + |2y-36| \geq |3y-34|$$

$$-4x = 6 - 2\sqrt{12}$$

$$4x = 2\sqrt{12} - 6$$

$$x = \frac{\sqrt{12} - 3}{2}$$

$$|y+2| + |36-2y| \geq |38-y|$$



$$|y-18| = 0 \quad y = 18$$

$$z = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+2| + |y-18| = 20 \end{cases}$$

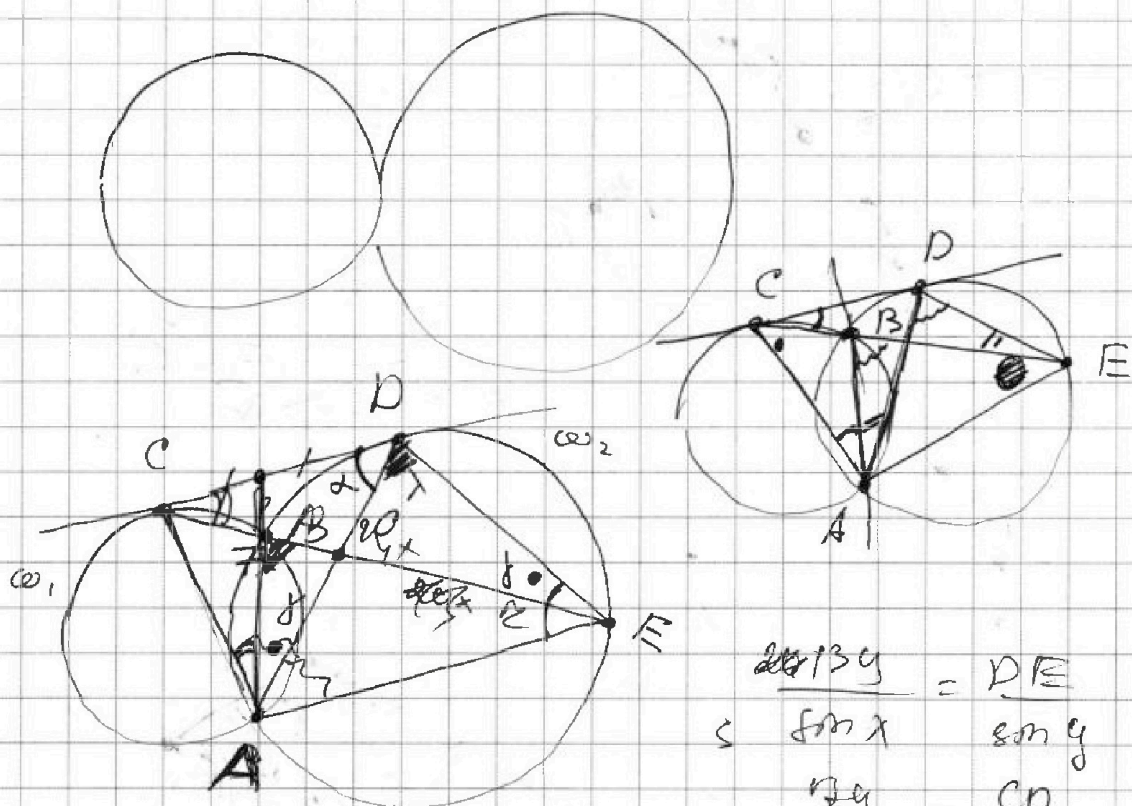


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\sin 130^\circ}{\sin \lambda} = \frac{DE}{\sin \gamma}$$
$$\frac{\sin \gamma}{\sin \lambda} = \frac{CD}{\sin \gamma}$$

$$\frac{CO}{\sin \alpha} = \frac{DO}{\sin \beta}$$

$$\frac{DO}{\sin \gamma} = \frac{OE}{\sin \lambda}$$

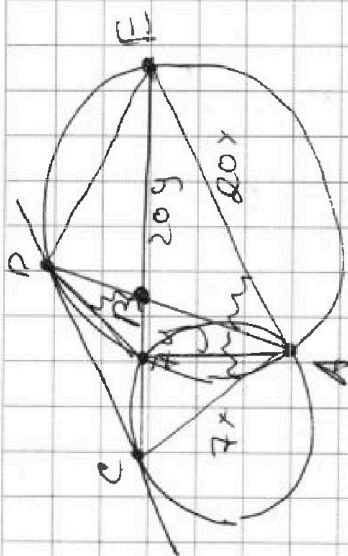
$$\rightarrow \frac{CO}{OE} = \frac{7}{20} = \frac{\sin \lambda}{\sin \alpha}$$

$$\frac{DE}{CD} = \frac{13}{7} \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \lambda}$$

$$\frac{DE}{CD} = \frac{13}{7} \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \lambda}$$

$$\frac{CO}{OE} \cdot \frac{\sin \lambda}{\sin \alpha} = \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}$$

$$\frac{DE}{\sin \alpha} = \frac{13 \sin \gamma}{7 \sin \lambda}$$
$$\frac{DE}{\sin \alpha} = \frac{13 \sin \gamma}{7 \sin \lambda}$$



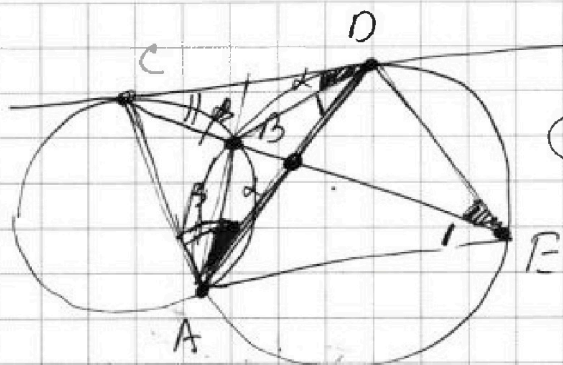


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

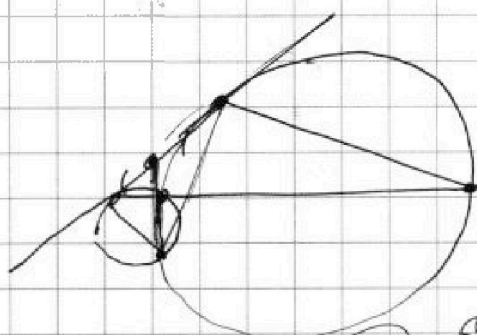
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = (p+1)$$

$$(\cos x + 1)^3 = (1-p) \cos^3 x$$



$$(\cos x + 1) = \sqrt[3]{1-p} \cos x$$

$$\sqrt[3]{1-p} = 1 + \frac{1}{\cos x}$$

$$b = \frac{5}{\frac{1}{2} \cdot a} = \frac{10}{a}$$

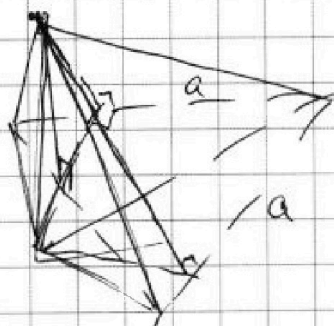
$$c = \frac{6}{\frac{1}{2} \cdot a} = \frac{12}{a}$$

$$\frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 4$$

$$\sqrt{3} a^2 = 16$$

$$a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{4}{\sqrt[4]{3}}$$



$$12 \cos x - 5 \cos y = 4$$

$$\begin{cases} 12 \frac{4}{\sqrt[4]{3}} - 5 \frac{x}{b} = 4 \\ 6 \frac{\sqrt{3}}{2} = 2y \end{cases}$$

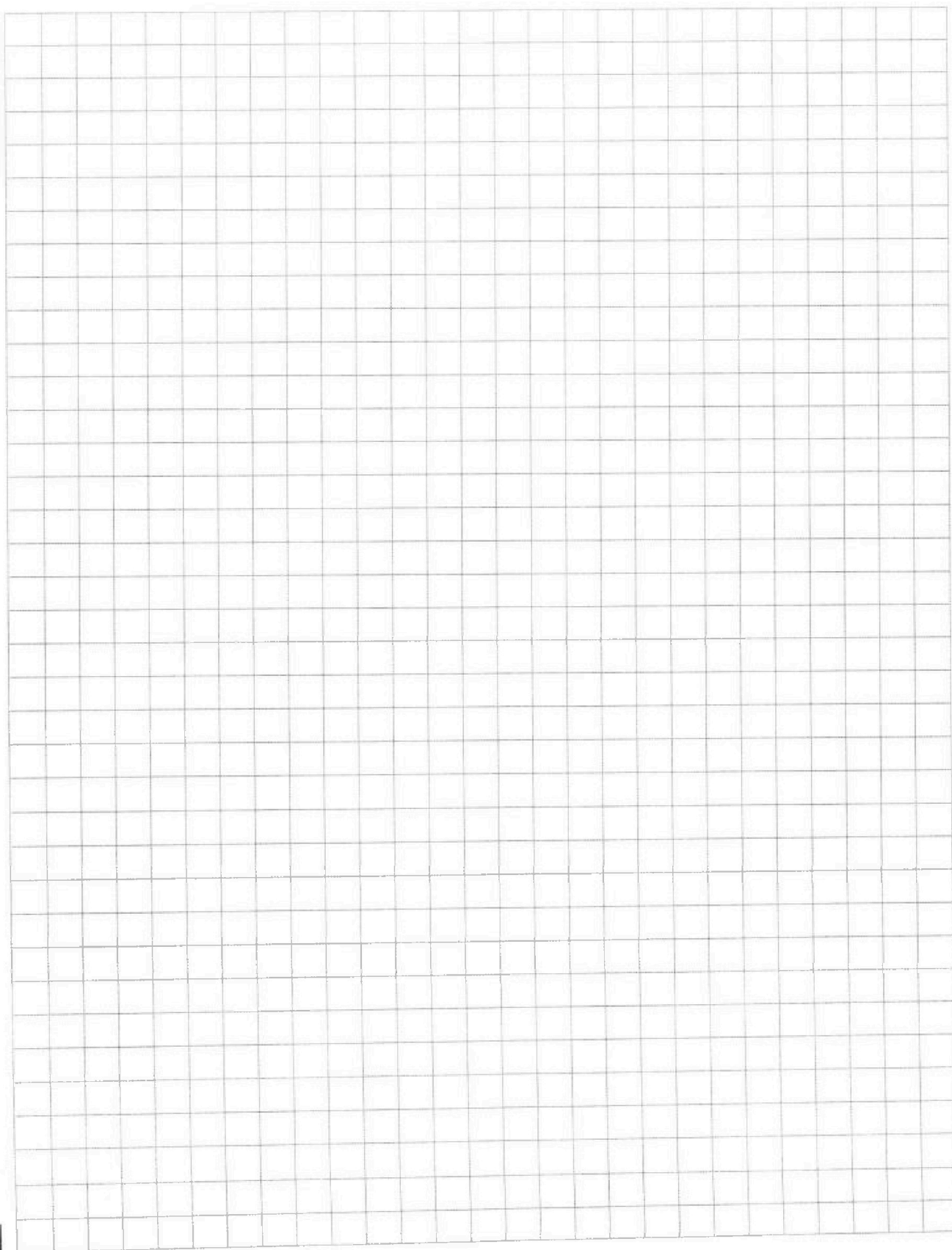


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

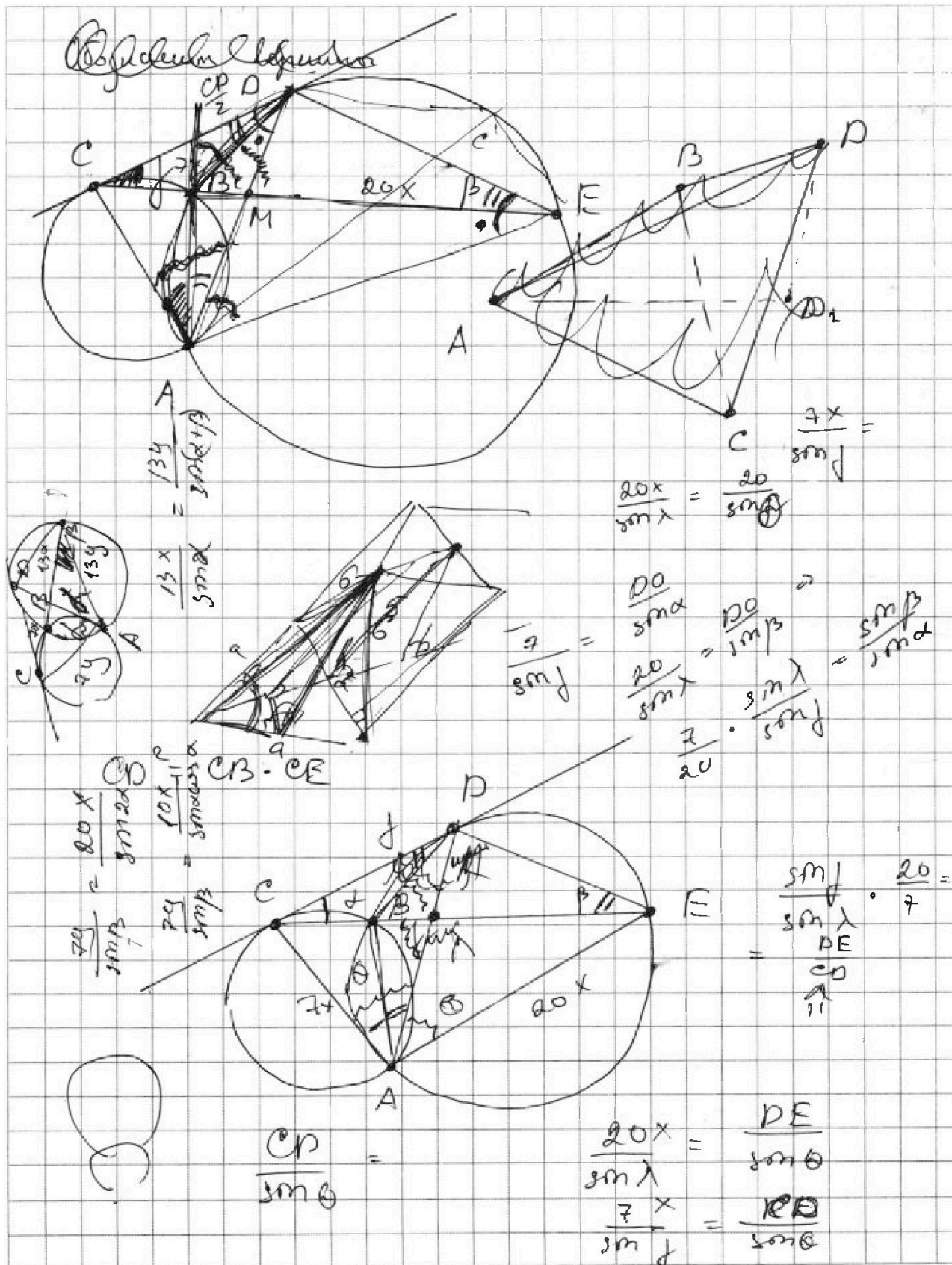




1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a = b - 2$$

$$4 - 4\sqrt{14} + 14 = 18 - 4\sqrt{14}$$

$$(b-2)^2 + b^2 = 9 \quad 2b^2 - 4b + 4 = 9$$

$$2b^2 - 4b = 5$$

$$2b^2 - 4b - 5 = 0$$

$$D = 16 + 40 = 56$$

$$4x = -6 - 4\sqrt{14} \quad x = \frac{-6 - 4\sqrt{14}}{4} = \frac{-3 - 2\sqrt{14}}{2}$$

$$p = ?^2$$

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0 \quad \text{имеет реш}$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= (2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \sin^2 x \cos x =$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cos x$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$\cos x \neq 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$p = \frac{-3 \cos^2 x - 3 \cos x - 1}{\cos^3 x} = -\frac{3}{\cos x} - \frac{3}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cos^3 x}$$

$$t = \frac{1}{\cos x} \quad t \in (-1; 1) \setminus \{0\} \quad f(t) = -\frac{3}{t} - 3t - t^3$$

$$p = f(t) \quad t \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$$

$$f(t) = -3t - 3t^2 - t^3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(t) = -3t - 3t^2 - t^3 = -t(3 + t + t^2)$$



$$f(-1) = 3 - 3 - (-1) = 1$$

$$f(1) = -3 - 3 - 1 = -2$$

$$f'(t) = -3 - 6t - 3t^2 = -3(1 + 2t + t^2) = -3(t+1)^2 < 0$$

$$p \in (-\infty; -7] \cup [1; \infty)$$

$$p = -3t - 3t^2 - t^3$$

$$t \in [-1, 1]$$

$$t = 0 \text{ не рин}$$

$$(\cos x + 1)^3 + (p-1) \cos x = 0$$

$$(1-p) \cos x = (\cos x + 1)^3$$

$$\sqrt[3]{(1-p)} = (t+1)$$

$$\sqrt[3]{(1-p)} = \left(\frac{t}{9^2} + \frac{1}{9} \right)$$

p

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + p - (p) + 1 = 0$$

$$\cos^2 x (p \cos x + 3) + 3$$