



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(15x+6)(x-3)}{(x+4)^2} = |x-3| \Rightarrow \frac{(15x+6)(x-3) - |x-3|(x+4)^2}{(x+4)^2} = 0$$

$$1) x > 3: \frac{(15x+6)(x-3) - (x-3)(x+4)^2}{(x+4)^2} = \frac{(x-3)(15x+6 - (x+4)^2)}{(x+4)^2} = 0$$

$$x \neq -4, \text{ т.к. } x > 3 \Rightarrow (x-3)(15x+6 - x^2 - 8x - 16) = 0$$

$$x \neq 3 \text{ или } 3 \text{ од} \Rightarrow \Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \text{ с} \Rightarrow \emptyset \end{cases}$$

$$2) x < 3: \frac{(15x+6)(x-3) + (x-3)(x+4)^2}{(x+4)^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-3)(15x+6 + x^2 + 8x + 16) = 0 \quad x \neq 3 \text{ или } 3 \text{ од} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 23x + 22 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -22 \end{cases}$$

$$\text{Проверка } x = 5: \quad b_4 = \sqrt{\frac{15 \cdot 5 + 6}{(5-3)^3}} = \sqrt{\frac{81}{8}} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

$$b_{1,0} = 9$$

$$b_{1,2} = \sqrt{(15 \cdot 5 + 6)(5-3)} = 9\sqrt{2} \quad q = \sqrt{2}$$

$$\text{Проверка } x = -1: \quad b_4 = \sqrt{\frac{15(-1) + 6}{(-1-3)^3}} = \sqrt{\frac{-9}{-64}} = \frac{3}{8}$$

$$b_{1,0} = 3 \quad b_{1,2} = \sqrt{(15(-1) + 6)(-1-3)} = 6 \quad q = \sqrt{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте креcтиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \in \mathbb{R} = ?$$

$$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$b_{10} = x+4$$

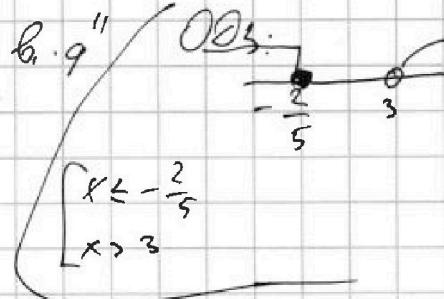
$$b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$b_4 = b_1 \cdot q^3$$

$$b_{10} = b_1 \cdot q^9$$

$$b_{12} = b_1 \cdot q^{12}$$

$$\frac{16}{15} \neq \frac{12}{5}$$



$$\textcircled{1} \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = b_1 \cdot q^3$$

$$\textcircled{1} x+4 = b_1 \cdot q^9$$

$$\textcircled{1} \sqrt{(15x+6)(x-3)} = b_1 \cdot q^{12}$$

$$\textcircled{3}: \textcircled{1} \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)(x-3)^3}}{(15x+6)} = \frac{b_1 q^{12}}{b_1 q^3}$$

$$\text{при } x = -\frac{2}{5}: \quad \sqrt{(x-3)^4} = q^8$$

$$\text{т.к. } b_4 > 0, \text{ то } b_4 \cdot q^6 = b_1 \cdot q^9 = b_{10} \geq 0, \text{ т.к. } q^6 \geq 0$$

$$\text{значит, } (x-3)^4 = q^8 \rightarrow q^4 = |x-3|$$

$$\textcircled{3}: \textcircled{2} \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} = \frac{b_1 q^{12}}{b_1 q^9} = q^3 \rightarrow \begin{aligned} &\text{т.к. } \sqrt{(15x+6)(x-3)} \geq 0 \\ &\text{и } x+4 > 0, \text{ то} \end{aligned}$$

выведен в квадрат.

$$\frac{(15x+6)(x-3)}{(x+4)^2} = q^4$$

$$\frac{(15x+6)(x-3)}{(x+4)^2} = |x-3|$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверка $x = -22$: $b_4 = \sqrt{\frac{15(-22) + 80}{(-22)^3}} = \sqrt{\frac{-624}{-15825}} =$

$$15 \cdot (-22) = 15 \cdot 20 + 80 = 620 \quad (-22)^3 = -625 \quad = \sqrt{\frac{624}{15825}} =$$

$$25^2 = 625 \quad 25 \cdot 625 = 25(600+25) = 625 + 25 \cdot 600 =$$

$$= 625 + \frac{100}{4} \cdot 600 = 625 + 100 \cdot 150 = 625 + 15000 = 15625$$

$$b_{10} = -22+4 = -18 \quad b_{10} = b_4 \cdot 9^6 \Rightarrow b_{10} > 0, \text{ т.к. } b_4 > 0$$

$\cancel{0}$

Таким образом подсчетом числа $x = -1$ и $x = 5$

Ответ: $x = -1$
 $x = 5$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-z^2+2} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

003: 1) $x \geq -7$, 2) $225-z^2 \geq 0 \Rightarrow z^2 \leq 225 \Rightarrow z \in [-15; 15]$

3) $5-x-3z \geq 0 \Rightarrow x+3z \leq 5$

4) ~~$\sqrt{x+7} + z \geq 0 \Rightarrow x+7 \geq -z$~~ $y = x^2 + 4x - z \Rightarrow y \geq (x+1)^2 - 2 - 1$

3) $3z \geq 5-x \Rightarrow z \geq \frac{5-x}{3} \Rightarrow x \leq 7$

2) $z \leq \frac{5+7}{3} = 4$

~~$y \geq (x+1)^2 - 2 - 1$~~

4) $y \geq (x+1)^2 - 2 - 1 \Rightarrow y \geq 0 - 4 - 1 \Rightarrow y \geq -5$

5) $y \geq 35 \Rightarrow |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \Rightarrow 3y - 90 = \sqrt{225-z^2}$

На 003: $3(y-30)^2 = 225-z^2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p \quad p=? \text{ неизвестно.}$$

Заметим, что если $\cos x = x_0$ корень, то $x = -x_0$ также является корнем данного уравнения:

$$\cos(-3x_0) + 6 \cos(-x_0) = 3 \cos(-2x_0) + p \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos(3x_0) + 6 \cos(x_0) = 3 \cos(2x_0) + p.$$

Значит, чтобы было единственное решение, $x = 0$ при $x = 0$: $1 + 6 = 3 + p \Rightarrow p = 4$ $p = 4$:

$$\underbrace{\cos 3x + 6 \cos x - 3 \cos 2x}_{\in [-7; 7]} = 4 \quad \underbrace{3 \cos^2 x - 4 \sin x \cos x}_{\in [-3; 3]}$$

$$\cancel{\{ -4; 4 \}} \rightarrow \text{бескрайне корней не существует} \Rightarrow \cancel{\{ -4; 4 \}} \Rightarrow x \in 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos 3x = \cos(x+2x) = \cos x \cdot \cos 2x - \sin x \cdot \sin 2x = \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) - 2 \sin^2 x \cos x$$

$$= \cos^3 x - 3 \sin^2 x \cos x = \cos^3 x - 3 \cos x (1 - \cos^2 x) = \cos^3 x - 3 \cos x + 3 \cos^3 x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 3x + 6 \cos x - 3 \cos 2x = p \Rightarrow 4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x - 3 \cos^3 x + 3 \sin^2 x = p \Rightarrow 4 \cos^3 x + 3 \cos x - 3 \cos^3 x + 3 = p$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p \quad \cos^3 x = t$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p$$



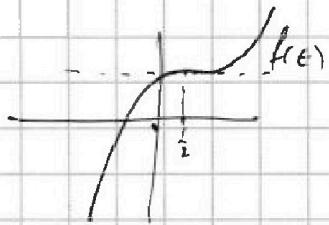
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Нужно $f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$



Поэтому $f'(t) = 12t^2 - 12t + 3$

$f'(A) \geq 0$: ~~4t^2 - 4t + 1 < 0~~ $\Rightarrow (2t-1)^2 \geq 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$

Минимум $f(t)$ будет при $t = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) &= 4 \cdot \frac{1}{8} - 6 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \\ &= \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + 3 = \underline{\underline{\frac{7}{2}}} \end{aligned}$$

т.к. производная $f'(t)$ всегда > 0 , то $f(t)$ ~~некривая~~ ~~некривая~~ f .
значит, т.к. $t \in [-1; 1]$: ~~если~~ $f(t) \in [f(-1); f(1)] \Rightarrow$

$$\Rightarrow f(t) \in [-10; 4]$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 4 \in [-10; 4]$$

$$\Rightarrow p \in [-10; 4]$$

Ответ: $p = 4$: $x = 0$, ~~если~~ $t \in [-1; 1]$

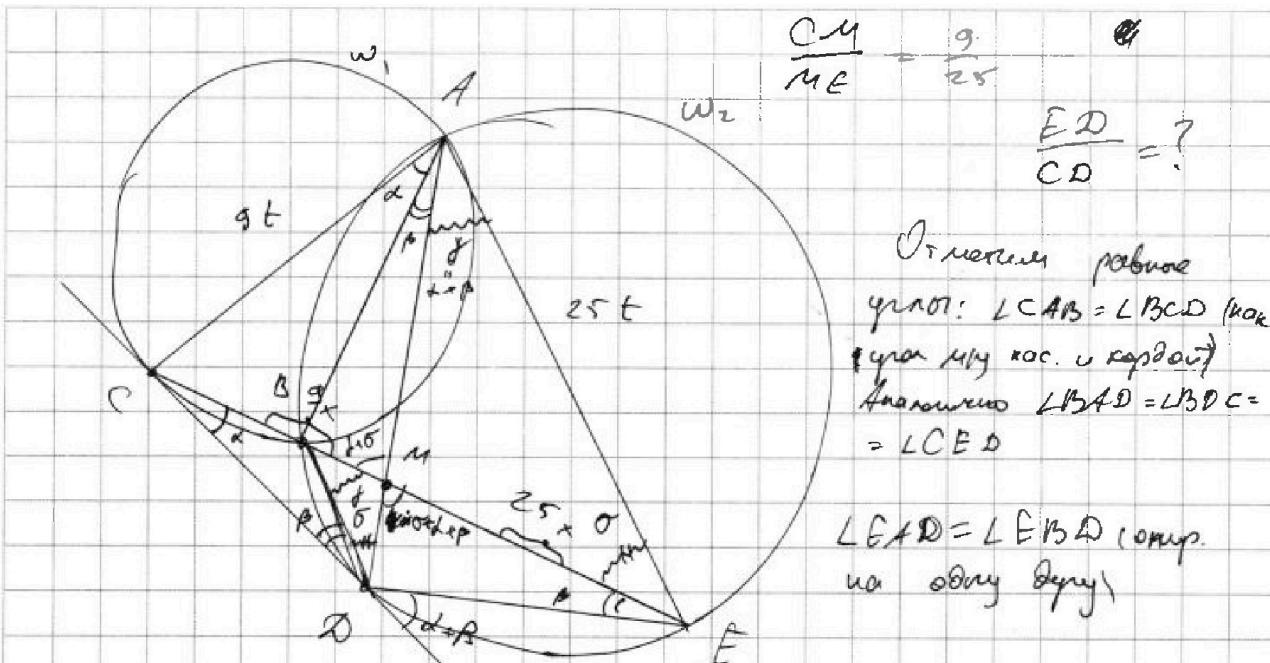


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Myosin} \angle CAB = \alpha, \angle BAD = \beta, \angle EAD = \gamma, \angle AEB = \delta \text{ or}$$

$$\text{7.a. } f = d \cdot \beta, \text{ so } AM - \text{disc.} \propto ACE \Rightarrow \frac{AE}{CE} = \frac{g}{2s} = \frac{CM}{MCE}$$

$$\angle CDE = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - \alpha - 2\beta$$

$$\text{ANGLE} = 180^\circ - \alpha - \beta - \gamma$$

$$\angle ACD = \angle ACE + \angle ECD = 180^\circ - 2\alpha - 2\beta - 5^\circ + \beta = 180^\circ - 2\alpha - \beta - 5^\circ$$

$$\angle AED = \alpha + \beta$$

$\triangle ACD \sim \triangle ADE$ no уравн
 $\angle CAD = \angle EAD$

STANLEY COOGLADE

$$\triangle ACD \sim \triangle ADE \Rightarrow \frac{CD}{DE} = \frac{AC}{AD} = \frac{AO}{AE}$$

$$AC \cdot AE = AD^2 \Rightarrow 9t \cdot 25t = AD^2 \Rightarrow AD = 15t$$

$$\text{Dorda } \frac{DE}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{15t}{9t} = \frac{5}{3} \quad \text{Orbem! } 5:3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

150



200

Посчитаем кол-во способов зон-
расить скотину чтобы добрая чешуйчатая
клетка

Водрузил первую клетку тогда ей
сопоставится автоматически вторая
клетка после симметрии

Водрузил ~~вторую~~ клетку. Сопоставился 4-ая

и так далее. Каждый раз симметрии.

Водрузил 1-ую клетку ~~всего~~ 150·200 способов.

Водрузил 2-ю клетку: $150 \cdot 200 - 2$. 5-ую: $150 \cdot 200 - 4$

~~6-ту~~ $150 \cdot 200 - 6$. ~~7-ую~~ $150 \cdot 200 - 7$. ~~8-ую~~ $150 \cdot 200 - 8$

Водрузил автоматически

Тогда кол-во способов ~~будет~~

Водрузил первую клетку, симметрию ей ~~необходимо~~
запиралась еще при клетке ~~из-за того что~~ ~~клетка~~
~~имеет симметрию относительно центральной~~ ~~то есть~~ ~~на один~~ ~~чтобы~~
~~запиралась~~ ~~открывалась~~ ~~на~~ ~~3 другие~~ ~~сторон~~ ~~и~~ ~~запиралась~~
~~(наиболее близко расположенные~~ ~~разделяются~~ ~~среди них~~ ~~расположены~~
~~на~~ ~~3 стороны~~ ~~сторон~~

~~малых~~

Таким образом если водрузить одну клетку на один из малых четырехугольников, то ~~она~~ запиралась еще 3 клетки из других трех малых четырехугольников. Видит, при водрузе и этих клеток: 6, 7 и 8 настолько запиралась сами.

Водрузил первую клетку можно $75 \cdot 100 = 7500$ способами,
а водрузил пятую: $75 \cdot 100 - 1 = 7499$ (т.к. одна из клеток уже водружили). Сумма $7500 + 7499$. Но надо еще поделить на 2, т.к. водрузил можно в любом порядке,
а разве деление делте один и тот же. Слово $\frac{7500 + 7499}{2}$

Ответ: $\frac{7500 + 7499}{2} = 7499.5$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b \quad a - b : 3 \quad (a-c)(b-c) = p^2 \quad a + b = 820$$

$$(a-b)(b-c) = ab - ac - bc + c^2$$

$$\text{т.к. } (a-c)(b-c) = p^2 \text{ то}$$

то при разложении p^2 на множители получим несколько случаев:

$$1) p^2 = p \cdot p \text{ (один множитель } -p)$$

$$2) p^2 = (-p) \cdot (-p) \text{ (один множитель } -p)$$

$$3) p^2 = 1 \cdot p^2$$

$$4) p^2 = (-1) \cdot (-p^2)$$

Поскольку p чётное, то

других множителей у p^2 , кроме как $\pm 1, \pm p$ и $\mp p^2$

не может быть

$$1) p^2 = p \cdot p \Rightarrow (a-c) = (b-c) \Rightarrow a = b \text{ (противоречит 1 условию)}$$

$$2) p^2 = (-p) \cdot (-p) \text{ - аналогично } (a-c) = (b-c) \Rightarrow a = b \quad \emptyset$$

$$3) p^2 = 1 \cdot p^2 \Rightarrow \begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \\ a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = c+1 \\ b = p^2+c \\ a = p^2+c \\ b = c+1 \end{cases}$$

$$4) p^2 = (-1) \cdot (-p^2) \Rightarrow \begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \\ a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = c-1 \\ b = c-p^2 \\ a = c-p^2 \\ b = c-1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} A - B = 8 \\ A + B^2 = 820 \end{cases} \Rightarrow B^2 + B =$$

$$6^2 + 6 - 8/2 = 0$$

$$G = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4.812}}{2} = \frac{-1 \pm 5.2}{2}$$

$$\delta = -2^\circ \text{ and } \delta = 28^\circ$$

$$1 + 4.812 = 1 + 324.8 = 324.9$$

$$\begin{array}{r}
 812 \\
 406 \\
 203 \\
 \hline
 48
 \end{array}$$

~~$3200 + 48 = 3248$~~

$$(50+3)(60+9) = 2500 + 150 + 150 + 9 = 2809$$

$$\begin{array}{rcl} 64 \cdot 900 - 60 + 1 & = & 57 \cdot 57 = (60-3)(60-3) = 3600 - 180 - 180 + 9 = \\ & = & 3600 - 360 + 9 = \\ & = & 3249 \end{array}$$

$$1) 6 = -2g: \quad a - (-2g) = 8 \Rightarrow a = 8 - 2g = -21 \quad a > b$$

$$-21 + 2g^2 = -21 + 84 = 820 \quad *6 = c+1 \Rightarrow c = 820 - 30$$

$$2) 6 = 28: \quad a - 28 = 8 \Rightarrow a = 36 \quad 36 + 784 = 820$$

$$8 = c + 1 \Rightarrow c = 27$$

Pacek 4) corynii:

$$\begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - p^e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - p^e \end{cases} \quad T.K. p^e \geq 1$$

$a > b$

$$\begin{cases} \alpha = c - 1 \\ \beta = c - p \end{cases}$$

Seja $a - b = p^2 - 1$. Ora só nos podemos

no abuse $\rho = 3$

$$\text{Pond } \{a = c - 1\}$$

$$\begin{cases} b = c - 9 \\ a - b = 8 \\ a + b = 820 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2 + 8 - 81/2 = 0 \\ b = -29 \quad a = -21 \\ b = 28 \quad a = 36 \end{cases}$$

$$1) a = c - 1 \Rightarrow c = a + 1 = -30$$

$$2) \alpha = n - 1 \Rightarrow C = \alpha + 1 = 37$$

$$\text{Outsiden: } 4 \begin{cases} a = -21 \\ b = -29 \\ c = -30 \end{cases}, \quad \begin{cases} a = 36 \\ b = 28 \\ c = 27 \end{cases}, \quad \begin{cases} a = -21 \\ b = -29 \\ c = -20 \end{cases}, \quad \begin{cases} a = 36 \\ b = 28 \\ c = 37 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассл. 3) сперва:

$$\begin{cases} a = c+1 \\ b = p^2 + c \end{cases} \Rightarrow 7 \cdot p^2 > 1: \quad \text{ура } a > b: \quad \begin{cases} a = p^2 + c \\ b = c+1 \end{cases}$$

$$a - b = p^2 - 1$$

$$a + b^2 = (p^2 + c) + (c+1)^2 = p^2 + c + c^2 + 2c + 1 = \\ = p^2 + c^2 + 3c + 1 = 819$$

так. $p^2 - 1 \geq 3$

p	p^2	$p^2 - 1$
2	4	3
3	9	8
5	25	24
7	49	48
11	121	120
13	169	168
17	289	288
19	361	360
23	529	528

$c^2 + 3c \geq 20 \Rightarrow$

$c = -2: \quad 4 - 6 = -2$

$c = -1: \quad 1 - 3 = -2$

$\Rightarrow p^2 \leq 819 + 2 = 821$

Вспомнили все чётные числа от 1 до $p^2 \leq 821$

$$29 \cdot 29 = (30-1)(30-1) = 900 - 60 + 1 = 841$$

Подставляем $p=3 \Rightarrow$

$$\begin{cases} a - b = 8 \\ a + b^2 = 820 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = 8 \\ a + b^2 = 820 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a = 8 + b \\ a + b^2 = 820 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 + b \\ 8 + b + b^2 = 820 \end{cases} \Rightarrow a = b + 8$$

$$\text{Подставляем } a = b + 8: \quad b^2 + b + 8 = 820$$

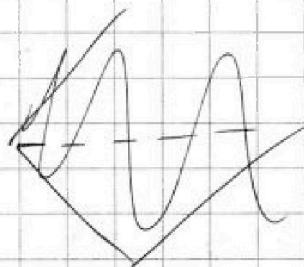


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

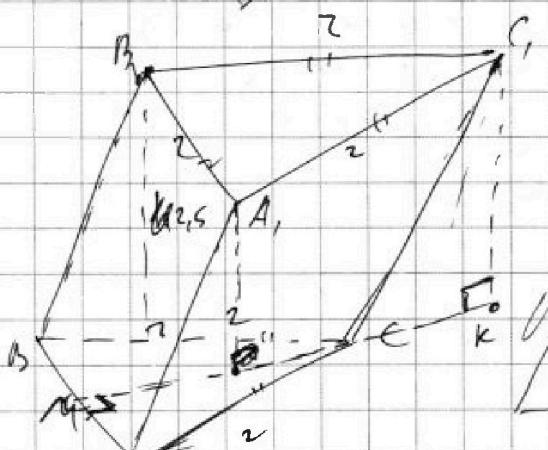
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



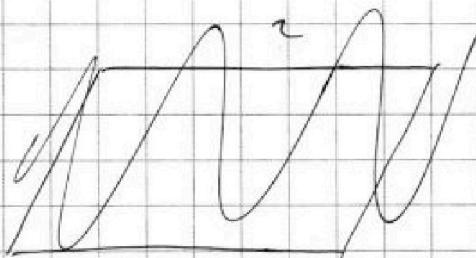
$$\text{Нусть } S_{ACC,A} = S_{ACC,B} = \sqrt{5}$$

$$S_{ABC,A} = \sqrt{5}$$

Проведем бисектру BH в ~~однократном~~
параллелограмме BB_1C_1C



$$S_{ACC,A} = BH \cdot BC \Rightarrow \sqrt{5} \Rightarrow BH = 2\sqrt{2}$$



$$\text{При } \angle HCB = 2\sqrt{2}$$

При $\angle BCH = \angle CCH = 45^\circ$
или параллельные линии.

При $\cos \angle CCH$:

$$OC_1^2 = HC_1^2 + HC^2 - 2 \cdot HC_1 \cdot HC \cdot \cos \angle H$$

$$OC_1^2 = 8 + (x-2)^2 - 4\sqrt{2} \cdot (2-x) \cdot \frac{x}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow OC_1^2 = 8 + (x-2)^2 - 8 + 4x = x^2 + 4$$

Поскольку $S_{ACC,B} = S_{ACC,A}$, то $HK \cdot AC \cdot \sin \angle H = KM \cdot BC \cdot \sin \angle B$

$$\Rightarrow \sin \angle H = \sin \angle B, т.е. \angle A = \angle B, \quad AC = BC$$

Значит, параллелограмм равен. ~~Бисектра CH - угадка~~
~~и параллелограмм равен~~

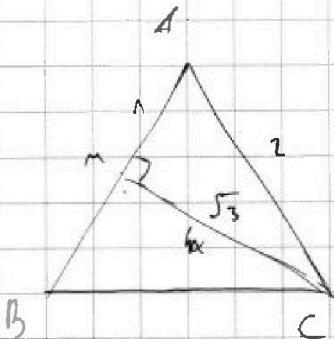


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

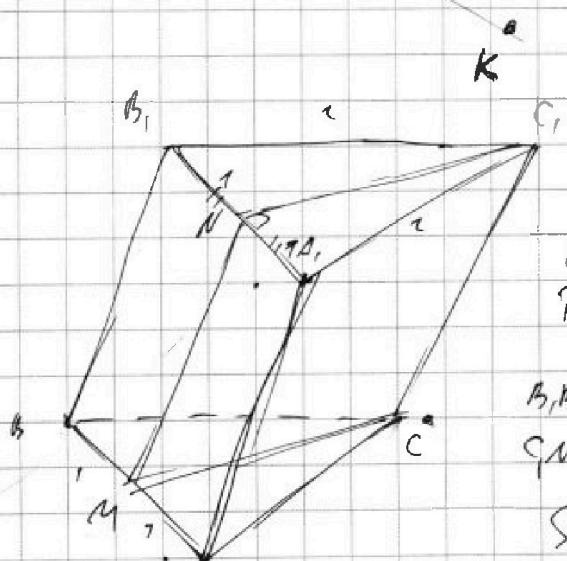
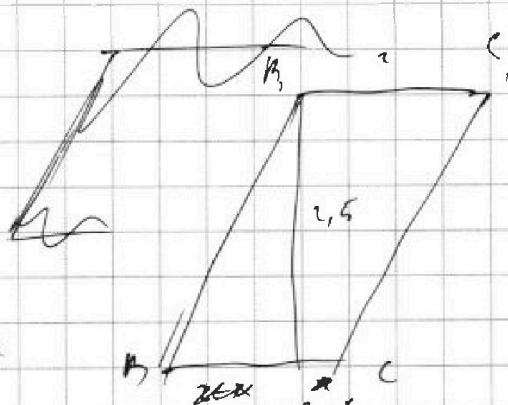
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Проведем прямую высоту CN
на R, K, C.



Рассл. т.мм ВА, С, С

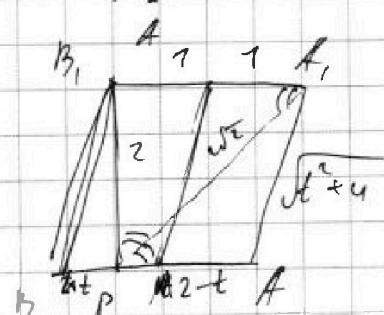
$$\text{Ето } S = 5 \Rightarrow h = 2,5$$

$$\text{Тогда } BM_1 = \sqrt{2,25 + x^2} = \sqrt{6,25 + x^2}$$

$$B_1B = MN = CC_1 = \sqrt{6,25 + x^2}$$

$$CN = CM = \sqrt{3}$$

$$S_{ABA_1A} = 4 \Rightarrow B_1P = 2$$



$$\angle APA = \angle B_1A_1P = 45^\circ$$

$$\text{Получаем, что } BM_1 = PA_1 = \sqrt{6,25 + x^2} = \\ = t^2 + 4 \Rightarrow t^2 = 2,25 + x^2$$

$$\sin \angle B_1BA = \frac{2}{\sqrt{t^2 + 4}}$$

Тогда высота призмы будет являться высотой CC1NM.



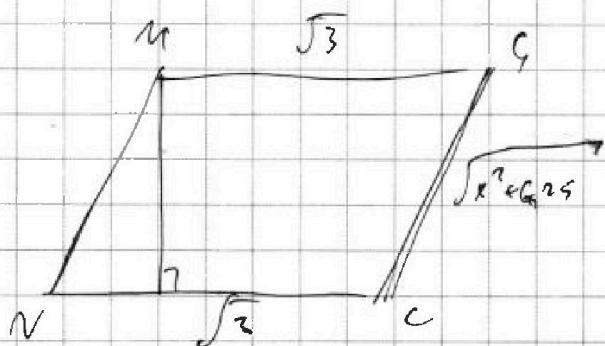
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассл. Народы-ми СС, ММ





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} = 2\sqrt{y-2x-x^2+2} - 6$$

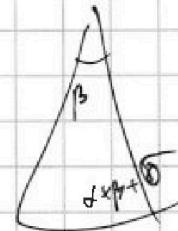
$$x+7 + 5 - x - 3z - 2\sqrt{(x+7)(5-x-3z)} = 4(y-2x-x^2+2) + 36 - \frac{2 \cdot 2 \cdot 6}{\sqrt{y-2x-x^2+2}}$$

$$12 - 3z - 2\sqrt{8x-x^2-3xz+35-7x-2z^2} = 4(y-2x-x^2+2) + 36 - 4 \cdot 6 \sqrt{y-2x-x^2+2}$$

$$a = -21 \quad b = -29 \quad c = -30$$

$$-21 + 30$$

$$\begin{aligned} & -21 - 29 = 3 \\ & 4(21 + 30)(29 + 30) = 9 \cdot 1 \\ & 59 \cdot 59 = (55 - 4)(55 + 4) = 55^2 - 16 \\ & \text{Число} \end{aligned}$$



$$36 \quad 28 \quad 27 \quad 36 + 27 = 9$$

$$4t^3 - 6t^2 + 7t + 3 \leq 4$$

$$4t^3 - 6t^2 + 7t - 1 \leq 0$$

$$\cos 3x + 3 \cos x + 3 \cos x - 3 \cos^2 x = p$$

$$4t^3 - 6t^2 + 7t + 3 = 0$$

$$4 \cos^3 x + 3(\cos x - \cos^2 x) = p$$

$$f(-1) = -10$$

$$\cos x - \cos^2 x = -2 \ln \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2}$$

$$f(0) = 3$$

$$f(\frac{1}{2}) = 3.5$$

$$f(1) = 4$$

$$\frac{3+4+5}{10}$$

$$4t^3 - 6t^2 + 7t + 3 = 4$$

$$31$$

$$-4 - 6 - 3 + 3 = -10$$

$$12t^2 - 12t + 3 = 0$$

$$180^\circ - 2\alpha = 2\beta + 2\gamma$$

$$4t^3 - 6t^2 + 7t + 3$$

$$2t^3(2t-3) + \frac{3}{2}(2t-3)$$

$$90^\circ - 2\alpha = \beta + \gamma$$

$$-4 - 6 - 3 + 3 = -10 \quad t = -\frac{1}{2}$$

$$-4 - 6 - 3 + 3 = -10 \quad -\frac{4}{8} - \frac{6}{8} - \frac{3}{8} = -\frac{13}{8}$$

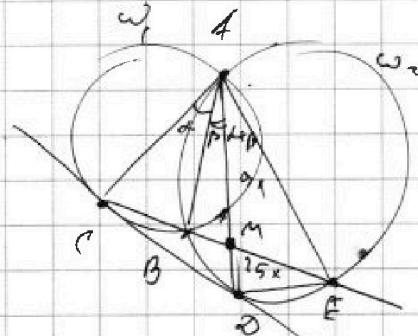
$$-4 - 6 - 3 + 3 = -10$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{E-D}{eD} \approx$$

