



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



- ✓✗ [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)}, \text{ девятый член равен } x+3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}.$$

- ✓✗ [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

- ✓✗ [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

- ✗ [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- ✓✗ [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b-a$ не кратно 3,
- число $(a-c)(b-c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+3)^2 (x-6)^4 \cdot \left(\frac{1}{|x-6|}\right)^3 = (25x-9)(x-6)$$

$$(x+3)^2 \left(\frac{1}{|x-6|}\right)^3 \cdot (x-6)^3 = 25x-9$$

$$x > 6: (x+3)^2 \left(\frac{1}{x-6}\right)^3 (x-6)^3 = 25x-9$$

$$(x+3)^2 = 25x-9; \quad x^2+6x+9 = 25x-9;$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0 \quad \begin{cases} x = 18 \leftarrow \text{подходит} \\ x = 1 \leftarrow \text{не подходит} \end{cases}$$

$$x < 6: (x+3)^2 \left(\frac{1}{-(x-6)}\right)^3 (x-6)^3 = 25x-9$$

$$(x+3)^2 = 9-25x; \quad x^2+6x+9 = 9-25x$$

$$x^2 + 31x = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \leftarrow \text{подходит} \\ x = -31 \leftarrow \text{не подходит} \end{cases}$$

Ответ: 0; 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x \in \mathbb{R}$ $b, bq, bq^2, \dots$ - геом. прогрессия
По усл.: $bq^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$, $bq^8 = x+3$

$$bq^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$023: \begin{cases} (25x-9)(x-6) \geq 0 \\ \frac{25x-9}{(x-6)^3} \geq 0 \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty)$$

~~б/г~~ Если $x = \frac{9}{25}$, то $bq^6 = 0 \Rightarrow$ геом.

прогрессия состоит из нулей - не подходит

с 4-го члена $\Rightarrow bq^8 = 0$, но $\frac{9}{25} + 3 \neq 0 \Rightarrow$

$$x \neq \frac{9}{25}$$

$$\frac{bq^{14}}{bq^6} = q^8 \neq 0 \text{ по усл. прогрессия } \frac{bq^{14}}{bq^6} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3} \cdot \frac{1}{(25x-9)(x-6)}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2} \text{ (принимая } \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2} \text{). Имеем:}$$

$$q^8 = \frac{1}{(x-6)^2}, \text{ тогда } bq^8 = \frac{b}{(x-6)^2} = x+3$$

$$b = (x+3)(x-6)^2, \quad q^7 = \frac{1}{\sqrt{x-6}}; \text{ Тогда 4-ый член:}$$

$$(x+3)(x-6)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x-6}}\right)^3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \text{ т.к. правая часть}$$

больше 0, то и левая должна быть больше 0 $\Rightarrow$
 $x > 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^2 + 12x + 9 = 4(1-x); \quad 4x^2 + 12x + 9 = 4 - 4x$$

$$4x^2 + 16x - 5 = 0$$

$$D = 16^2 + 16 \cdot 5 = 16 \cdot 21$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{4 \cdot 21}}{2} = -8 \pm \sqrt{21}$$

$$-8 - \sqrt{21} < -\frac{3}{2} \Rightarrow \text{не кор.} \quad \sqrt{21} > \sqrt{16} = 4 \Rightarrow$$

$$-8 + 2\sqrt{21} > \frac{3}{2}; \quad 2\sqrt{21} - 8 > 1$$

$$2\sqrt{21} > 9; \quad 4 \cdot 21 > 81; \quad 84 > 81 \Rightarrow$$

$$-8 + 2\sqrt{21} > 1 \Rightarrow \text{все кор. кор. } 0 \text{ и } 3$$

$$(3) \sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} - 2$$

$$\text{Реш. ген: } \sqrt{1-x} \geq 2; \quad 1-x \geq 4; \quad x \leq -3$$

$$x+5 = 1-x+4-4\sqrt{1-x}; \quad 2x = -4\sqrt{1-x}$$

$$x = -2\sqrt{1-x} \quad \text{Реш. ген:}$$

$$x^2 = 4(1-x); \quad x^2 = -4x+4; \quad x^2+4x-4=0$$

$$(x+2)^2 - 8 = 0; \quad (x+2)^2 = 8; \quad x = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$-2 - \sqrt{2} > -5$$

$$-2 - \sqrt{2} > -3; \quad 2\sqrt{2} > 3 \Rightarrow -2 - \sqrt{2} > -5 \Rightarrow x = -2 - \sqrt{2} \text{ кор.}$$

$$\text{Реш. } (-2 - \sqrt{2}; 5; 0)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} & (1) \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

Рассмотрим выражение $|y+4| + 4|y-5|$.

Докажем, что оно ≥ 9 при любом y :

$$y \geq 5: y+4 + 4y-20 \geq 9. \quad 5y-16 \geq 9$$

$$y \geq 5. \quad y \geq 5 \Rightarrow y+4 + 4y-20 \geq 9$$

$$y \in (-4; 5): y+4+20-4y \geq 9; \quad 24-3y \geq 9$$

$$18 \geq 3y. \quad y \leq 6. \quad -3y \geq -18; \quad y \leq 6. \quad y \leq 5 \Rightarrow$$

$$y+4+20-4y \geq 9$$

$$y \leq -4: -4-y+20-4y \geq 9; \quad -5y+16 \geq 9$$

$$-5y \geq -7; \quad y \leq \frac{7}{5} \quad y \leq \frac{7}{5} \Rightarrow$$

$$-4-y+20-4y \geq 9$$

Заметим, что ракетно-двигательная установка

при $y=5$, также заметим, что $81-z^2 \leq 81 \Rightarrow$

$\sqrt{81-z^2} \leq 9$. Ракетно-двигательная установка

$$|y+4| + 4|y-5| \geq 9 \quad \sqrt{81-z^2} \leq 9 \Rightarrow |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \text{ только при } y=5; z=0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y = 5 \quad z = 0:$$

$$(1) \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(1-x)(x+5)}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 1 \end{cases} \quad x \in [-5; 1]$$

$$\text{Пусть } \sqrt{x+5} = a, \sqrt{1-x} = b, a, b \geq 0, a^2 + b^2 = 6$$

$$a + b + 4 = 2ab$$

$$a - b + 4 = (a - b)^2 + a^2 + b^2$$

$$a - b + 4 = (a - b)^2 + 6$$

$$a - b = t, \quad t + 4 = -t^2 + 6$$

$$t^2 + t - 2 = 0 \quad \begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$$

$$\cancel{a = 4} \quad \begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$$

Обратная замена:

$$\begin{cases} a - b = 1 \\ a - b = -2 \end{cases} \quad \text{Обратная замена:}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 1 \\ \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{x+5} = 1 + \sqrt{1-x} \quad (2) \\ \sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} - 2 \quad (3) \end{cases}$$

$$(2) \sqrt{x+5} = 1 + \sqrt{1-x}; \quad x+5 = 1 + 1-x + 2\sqrt{1-x}$$

$$2x+3 = 2\sqrt{1-x}; \quad \text{кв. урн.} \quad 2x+3 \geq 0; \quad x \leq -\frac{3}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x.$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

Пусть $\cos x = t$; $t \in [-1; 1]$, тогда

$$p(4t^3 - 3t) + 3(p+4)t = 6(2t^2 - 1) + 10$$

$$4t^3 p - 3pt + 3pt + 12t = 12t^2 - 6 + 10$$

$$4t^3 p + 12t = 12t^2 + 4; \quad 4t^3 p - 12t^2 + 12t + 8 = 0$$

$$t^3 p - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$t^3 - 3t^2 + 3t - 1 + (p-1)t^3 = 0$$

$$(t-1)^3 = (1-p)t^3; \quad t-1 = \sqrt[3]{1-p} t$$

$$t(1 + \sqrt[3]{p-1}) = 1; \quad t = \frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \quad \left(\begin{array}{l} 1 + \sqrt[3]{p-1} \neq 0, \\ \text{т.к. } 0 \neq 1 \end{array} \right)$$

т.к. $t \in [-1; 1]$, то реш. будет тогда и только тогда, когда $\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \in [-1; 1]$

$$\left[\begin{array}{l} 1 + \sqrt[3]{p-1} \geq 1 \\ 1 + \sqrt[3]{p-1} \leq -1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \sqrt[3]{p-1} \geq 0 \\ \sqrt[3]{p-1} \leq -2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} p \geq 1 \\ p-1 \leq -8 \\ p \leq -7 \end{array} \right]$$

Обратная зависимость: $\cos x = \frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = \pm \arccos\left(\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: Все $p \in (-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$:

~~$x = \pm \arccos\left(\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$~~



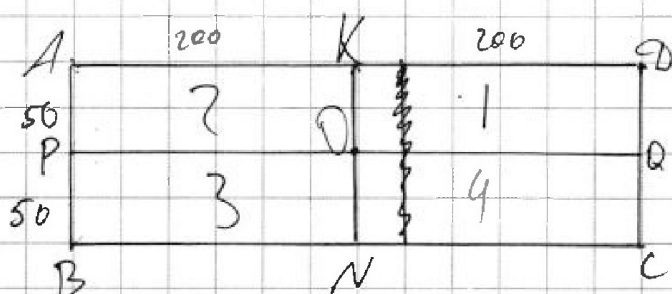
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5



O - центр квадрата,
т.к. средние линии
и диагонали прямоуго-

льника пересекаются в т. O.

Разделение прямоугольника на 4 части,
как изображено. Найдем количество ^{меток} ~~меток~~ ^{меток}, которые
будут симметричны относительно т. O:

Будем закрашивать метки последовательно.
Заметим, что достаточно закрасить первую
и метки в 1 и 4 частях, потому что

остальные определяются однозначно симметрией
относительно O, причем метки из 1-ой части
симметричны меткам из 3-ей и наоборот, так
же и метки 2 и 4 частей.

Способов раскрасить 4 метки:

$$(100 \cdot 200) \cdot (100 \cdot 200 - 1) \cdot (100 \cdot 200 - 2) \cdot (100 \cdot 200 - 3).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдём кол-во точек симметричных
относительно KN : ~~относительно~~ KN

и точки внутри KNO , потом и симметричных

им (они являются однозначными), ~~аналогично~~

относительно PO — т.к. кол-во точек
(закрашенных и точек в $BPDC$)

внутри KNO и $ABCO$ одинаково, то

получим способ: $2 \cdot (100 \cdot 200) \cdot (100 \cdot 200 - 1) \cdot (100 \cdot 200 - 1)$

$\cdot (100 \cdot 200 - 3)$. Но здесь посчитали incorrectly,

симметричные относительно обеих средних
линий. В таких множествах есть по 2 точки
в каждой из 4-х частей и 2 точки

одной из частей однозначно определяются.
Способов выбрать 2 точки в одной

из частей: $(50 \cdot 200) \cdot (50 \cdot 200 - 1)$, причём эти

точки уже симметричны относительно
центра квадрата, а все точки, симметричные

относительно центра квадрата, и 1-ой из ~~этих~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

средней линии, симметричны относительно
каждой средней линии. Поэтому всего
множеств: $(100 \cdot 200) \cdot (100 \cdot 200 - 1) \cdot (100 \cdot 200 - 2) \cdot$

$$\cdot (100 \cdot 200 - 3) + 2 \cdot (100 \cdot 200) \cdot (100 \cdot 200 - 1) \cdot (100 \cdot 200 - 2) \cdot$$
$$- (100 \cdot 200 - 3) - 2 \cdot (50 \cdot 200) \cdot (50 \cdot 200 - 1)$$

Ответ: $3 \cdot (100 \cdot 200) \cdot (100 \cdot 200 - 1) \cdot (100 \cdot 200 - 2) \cdot (100 \cdot 200 - 3) -$
 $- 2 \cdot (50 \cdot 200) \cdot (50 \cdot 200 - 1)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$c^2 + 3c - 900 = 0$$

$$D = 9 - 2800 = 2809 = 53^2$$

$$\begin{cases} c = \frac{-3-53}{2} = -28 \\ c = \frac{-3+53}{2} = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -24 & b = -19 & c = 28 \\ a = 26 & b = 34 & c = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 26 & b = 34 & c = 25 \end{cases}$$

Если $p \nmid 3$, то $p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow c \equiv p^2 + 1 \pmod{3}$ то есть

$a \equiv b \pmod{3}$, но так быть не может

Случай 2:

$$\begin{cases} a + c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} a = c - p^2 \\ b = c - 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Аналогично } p = 3 - \\ \text{е. возможно} \end{array}$$

значения p , тогда $\begin{cases} a = c - 9 \\ b = c - 1 \end{cases}$

$$(c-9)^2 + c - 1 = 910. \quad c^2 - 18c + 81 + c - 1 = 910$$

$$c^2 - 17c + 80 - 910 = 0; \quad c^2 - 17c - 630 = 0$$

$$\begin{cases} c = -18 \\ c = 35 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{(по 7. Баера)} \\ \begin{cases} a = -24; b = -19; c = -18 \\ a = 26; b = 34; c = 35 \end{cases} \end{array}$$

Ответ: $(-24; -19; -28); (26; 34; 25);$
 $(26; 34; 35); (-24; -19; -18)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$b-a \not\equiv 3 \Leftrightarrow a$ и b имеют разные ост.
 по модулю 3

$(a-c)(b-c) = p^2$, где p - простое, тогда

$a-c = b-c = p$ или $\begin{cases} a-c=1 \text{ и } b-c=p^2 \text{ } \circledast \\ a-c=p^2 \text{ и } b-c=1 \text{ } \circledast \\ a-c=-1 \text{ и } b-c=-p^2 \text{ } \circledast \\ a-c=-p^2 \text{ и } b-c=-1 \text{ } \circledast \end{cases}$

$$a-c = b-c$$

$$a=b, \text{ но } a < b$$

т.к. $b > a$, то

$$b-c > a-c, \text{ раз } \Rightarrow p^2 \neq 1, \text{ тогда}$$

Подходит случаи

$$\begin{cases} a-c=1 \text{ и } b-c=p^2 \\ a-c=-p^2 \text{ и } b-c=-1 \end{cases}$$

Случай 1. $\begin{cases} a-c=1; & a=c+1 \\ b-c=p^2; & b=p^2+c \end{cases}$

$c^2+2c+1 \pmod 3$. Если $p^2 \not\equiv 3$, то $p \not\equiv 3 \Rightarrow p=3$

0	0
1	1
2	1

$a=c+1; b=9+c$

$$c^2+2c+1$$

$$(c+1)^2 + (9+c) = 10$$

$$c^2+2c+1+9+c=10; c^2+3c-10=0$$

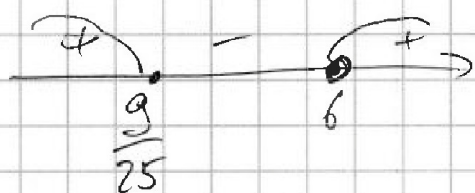


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x \in (-3; \frac{9}{25}) \cup (6; +\infty)$$

$$x = 6$$

8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15

$$b^9 = \sqrt[9]{9 \cdot 6} = 3\sqrt[9]{6} \quad a^2 = \sqrt[9]{6}$$

$$g = 5$$

$$b^9 = 3$$

$$b^9 = \sqrt[9]{\frac{-9}{-6^3}} = \sqrt[9]{\frac{9}{6^3}}$$

$$x^2 + 4x - 5$$

$$1; -5$$

$$|y+4| + |4y-20| = \sqrt{81-2^2}$$

$$|y+4| + 4|y-5| \geq 9$$

$$\frac{y+4}{-5} \geq \frac{9-4|y-5|}{1}$$



$$y \geq 5: y+4+4y-20 \geq 9$$

$$5y-16 \geq 9 \text{ — верно}$$

$$a \geq b$$

$$x+5 \geq 1-x$$

$$2x \geq -4$$

$$b$$

$$x \geq -2$$

$$y \in [-4; 5]: y+4+4(5-y) \geq 9$$

$$a-b \geq -4$$

$$y+4+20-4y \geq 9$$

$$-3y+24 \geq 9$$

$$15 \geq 3y \quad y \leq 5$$

$$(a-2)(b-2)$$

$$(a-2)(a-b)$$

$$a(2b+1)+4-b$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + b^2 + 16$$

$$a - b = -2(ab + 2)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 4(ab^2 + 4ab + 4)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 4(ab^2 + 6ab + 11)$$

$$(1-x)(x+5)$$

$$\sqrt{x+5} +$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(1-x)(x+5)}$$

$$a - b + 4 = 2ab$$

$$a - b - 2ab + 4 = 0$$

$$a - b + 4 = 2ab$$

$$\sqrt{(1-x)(x+5)} = \frac{-2x-4}{2\sqrt{(1-x)(x+5)}} = \frac{x+2}{\sqrt{1-x}\sqrt{x+5}}$$

$$\frac{1-5}{2} = -2$$

$$x-2 \downarrow$$

$$x \leq -2 \uparrow$$

$$1-9+21=8$$

$$3=8$$

$$1=7$$

$$7d + 7 - 7e + 7e - 7 = 1 - 7$$

$$0 = (1-7)e - (1-7)f$$

$$\begin{aligned} \cos(3x) &= \cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = \\ &= (2\cos^2 x - 1) \cos x - 2 \sin x \cos x = \\ &= 2\cos^3 x - \cos x - 2\sin x \cos x = \\ &= 2\cos^3 x - \cos x - 2(\cos x - \cos^3 x) = 4\cos^3 x - 3\cos x \end{aligned}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$$

$$0 = 7(1-d) + 1(1-7)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a =$$

$$\sqrt{-2-2\sqrt{2}+5} = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$$

~~$$\sqrt{1+2\sqrt{2}+2} = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$$~~

$$ab = 9 - 8 = 1$$

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}} = -3$$

$$a - b = -3$$

$$a - \frac{1}{a} = -3$$

$$ab = 1$$

$$b = \frac{1}{a}$$

~~$$a^2 - 2ab + b^2 = 9$$~~

$$a^2 + 3a - 1 = 0$$

$$D = 9 + 4$$

~~13~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y=5; z=0:$$

$$(1) \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{-(x-1)(x+5)}$$

$$\text{Пусть } a = \sqrt{x+5}; b = \sqrt{1-x}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \\ -(x-1)(x+5) \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 1 \\ x \in [-5; 1] \end{cases} \quad x \in [-5; 1]$$

$$\text{Пусть } a = \sqrt{x+5}; b = \sqrt{1-x}, \text{ тогда}$$

$$a - b + 4 = 2ab; \quad a - b + 4 = 2ab$$

$$a + 2b \leq b + 4; \quad a \leq b + 4$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$\sqrt{x+5}$ — монотонно возрастающая

$\sqrt{1-x}$ — монотонно убывающая $g(x) = g(x) \Rightarrow$

$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4$ — монотонно возрастает

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2(\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x}) \quad \sqrt{x+5} + \sqrt{1-x} = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} \text{mod } 3 \\ 0 \quad 0 \\ 1 \quad 1 \\ 2 \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 53 \\ 53 \\ \hline 159 \\ 265 \\ \hline 809 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ 26 \\ \hline 216 \\ + 52 \\ \hline 436 \end{array}$$

$$800 \overline{) 75}$$

$$25.4 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ 26 \\ \hline 156 \\ 32 \\ \hline 696 \end{array}$$

$$a - \frac{1}{a} = -7$$

$$\sqrt{a} = a \quad a^2 + 2a - 1 = 0$$

$$\sqrt{b} = b \quad a - 11^2 = 2$$

$$a - b = -7$$

$$a = 1 \pm \sqrt{8}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 4 = 2\sqrt{ab}$$

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b$$

$$2 \text{ traps}$$

$$9 \cdot 40$$

$$9 \cdot 2 \cdot 10$$

$$9 \cdot 4 \cdot 10 \quad 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 4$$

$$45 \quad 18 \quad 35$$

$$40 \cdot 9$$

$$26 - 35 = -9$$

$$34 - 35 = -1$$

$$-24 + 18 = -6$$

$$-9 - 1$$

$$50 \cdot 200$$

$$a + 1$$

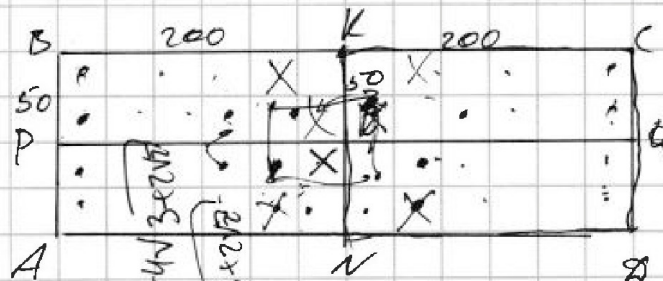
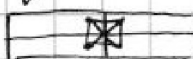
$$a + b + 4$$

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b$$

$$a - b + 4 = 2ab$$

$$a - b + 4 = (a - b)^2 - (a^2 + b^2)$$

$$(a - b)(1 - a + b) = -(a^2 + b^2) + 4$$



$$50 \cdot 400$$

$$100 \cdot 200$$

$$-2(50 \cdot 200)(50 \cdot 200 - 1)$$

$$a - b + 4 = (a + b)^2 - (a - b)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒2 ☒3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

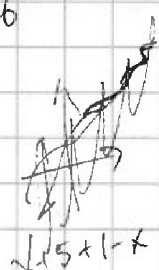
$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(1-x)(x+5)} \quad t = 1 \pm 3$$

$$a^2 + b^2 = 6$$

$$a - b + 4 = 2ab$$

$$(a-b)^2 = 4$$

$$a^2 + b^2 + 16 + 8a - 8b - 2ab = 4a^2b^2$$



$$a - b + 4 = 2ab$$

$$\sqrt{x+5} + \sqrt{1-x} = 4$$

$$t^2 - t - a^2 - b^2 - 4 = 0 \quad (a-b)^2 = a^2 - b^2$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2(\sqrt{1-x}\sqrt{x+5} - 2)$$

$$\sqrt{x+5} + \sqrt{1-x}$$

$$D = 1 + 4(a^2 + b^2 + 4) = 9 \quad a = \frac{a-b}{2b-1} = 1 - \frac{(b-a)}{2b-1}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{x+5}$$

$$a(1-b) = -(4+b)$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(2b-1) + 3,5}{2b-1}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 2\sqrt{a}\sqrt{b} - 4 \quad | \cdot \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$a - b = -2\sqrt{ab}$$

$$a - b + 4 = 2ab = \frac{1}{2} + \frac{3,5}{2b-1}$$

$$= 2(a\sqrt{b} + b\sqrt{a} - 2\sqrt{a} - 2\sqrt{b})$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(1-x)(5+x)}$$

$$\sqrt{1-x}(\sqrt{5-4x-x^2})' = \frac{2(-2x-4)}{2\sqrt{5-4x-x^2}}$$

$$= \frac{2x+4}{\sqrt{(1-x)(5+x)}}$$

$$x \geq -2$$

$$x \leq -2$$