



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} - 3z + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} = \sqrt{|x-3|}, x \in (-4; -\frac{6}{15}] \cup (3; +\infty)$$

$$\frac{(15x+6)(x-3)}{(x+4)^2} = |x-3|$$

1) ~~8~~ $x = 3$ — корень.

2) $x > 3$: $\frac{15x+6}{(x+4)^2} = 1 \Rightarrow 15x+6 = x^2+8x+16$

$$\Downarrow$$
$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\Downarrow$$

$x = 2, 5$ — корни, $x = 2$ не год.

3) $x < 3$

$$-(15x+6) = x^2+8x+16$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

$\Downarrow$

$$x = -1, -22, x = -22 \text{ не год}$$

Проверим $x = -1$: $C_4 = \sqrt{\frac{6-15}{-4^3}} = \sqrt{\frac{9}{4^3}} = \frac{3}{8}$

$$C_{10} = 3$$

$$C_{12} = \sqrt{9 \cdot 4} = 6$$

$$a = \frac{16\sqrt{2}}{3}, b = \sqrt{2} \text{ удовл. - ем.}$$

прогрессии.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть дана геометрическая прогрессия C , где $C_i = a \cdot b^{i-1}$

$$C_1 = a, C_2 = a \cdot b, C_3 = a b^2, C_4 = a b^3, \dots, C_{10} = a b^9, C_{12} = a b^{11}$$

Из условия: $C_4 = a b^3, C_{10} = a b^9, C_{12} = a b^{11}$, также, что

$$a b^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = C_4$$

$$a b^9 = x+4 = C_{10}$$

$$a b^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)} = C_{12}$$

$b, a \neq 0$, иначе прогрессия состоит из нулей.

Если $a, b \neq 0$, то $\frac{C_{12}}{C_4} = b^8 = \sqrt{(x-3)^{11}} = (x-3)^2$, откуда $b = \sqrt[4]{|x-3|}$

Получим, что $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$ существует $\Rightarrow \frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{6}{15}] \cup (3; +\infty)$

Тогда если x существует, то он удовлетворяет

$$b = \sqrt[4]{|x-3|} \Rightarrow b^2 = \sqrt{|x-3|}$$

$$\frac{C_{12}}{C_{10}} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} = b^2 = \sqrt{|x-3|}$$

Получаем: $\frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} = \sqrt{|x-3|}$ $\Rightarrow \sqrt{(15x+6)(x-3)} = (x+4)\sqrt{|x-3|}$ $\Rightarrow \sqrt{(15x+6)(x-3)} \geq 0$, иначе $x+4 > 0$, иначе $x+4 < 0$

Получим, что если $x \neq 4, x > 4$, то иначе $\sqrt{(15x+6)(x-3)} > 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} < 0$, а $\sqrt{|x-3|} > 0$ тогда левая и правая

часть не могут быть равны



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверим $x = 3$: $x = 3$ не удов. т.к.

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

з.на 0 делить нельзя

Проверим $x = 5$.

$$C_4 = \sqrt{\frac{81}{1}} = 9$$

$$C_{10} = 9$$

прогрессия: $a = 9, b = 1$ удовл. ен.

$$C_{12} = 9$$

Теперь если a или $b = 0$, то все прогр.-я соот-т.у нулей.

$$\text{тогда } \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = x+4 = \sqrt{(15x+6)(x-3)} = 0$$

но $x+4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4$ но тогда $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \neq 0$ крат-с

Ответ: $x = 5, x = -1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x = 2$.

Если $x = 2$:

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2$$

$$x', x \geq 0$$

$$x^2 + 7 = x$$

$$x = 2 + \sqrt{12 - x^2}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 12 - x^2, x \geq 2$$

$$2x^2 - 4x - 8 \geq 0$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{5}, x = 1 + \sqrt{5} < 2 \Rightarrow \text{не подходит}$$

~~$x = 1 - \sqrt{5}$~~

Ответ: $x = 3.5, x = 0, x = \frac{-3 + \sqrt{15}}{2}$

$$\sqrt{x+7} = x = 1 + \sqrt{5}$$

$$x = \frac{(-3 + \sqrt{15})^2}{4} - 7, \text{ что очевидно не подходит}$$

Ответ: $x = (1 + \sqrt{5})^2 - 7, \left(\frac{-3 + \sqrt{15}}{2}\right)^2 - 7$
 $x \in [-7; 5]$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+2} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

$$y \uparrow \quad 2: |y-20| + \frac{1}{2}|y-35| + \frac{3}{2}|35-y| = \sqrt{225-z^2}$$

сумма модулей не меньше модуля суммы $\Rightarrow$

$$|y-20| + \frac{1}{2}|y-35| + \frac{3}{2}|35-y| \geq \left| y + \frac{y}{2} - \frac{3}{2}y + 20 - \frac{1}{2} \cdot 35 + 35 \cdot \frac{3}{2} \right| = 15$$

тогда левая часть хотя бы 15

правая: $\sqrt{225-z^2} \leq \sqrt{225} = 15$ (не более 15) значит

рав-во имеет место $\Leftrightarrow$ когда левая и правая часть

равны 15. $\sqrt{225-z^2} = 15 \Rightarrow z = 0$

$|y-20|, |y-35|, |35-y|$ — одного знака $\Rightarrow y = 35$ (так

$y-35$ и $35-y$ одного знака лишь когда равно нулю)

тогда $y = 35, z = 0$, подставим $y = 35, z = 0$ в 1-е уравнение

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+2}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2} = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

тогда $x+7 \leq 5-x$ тогда $t = \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}$

тогда $t^2 = 12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} \Rightarrow 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 12 - t^2$

тогда $t + 6 = 12 - t^2$

$t^2 + t - 6 = 0 \Rightarrow t = -3, t = 2$ — корни.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = -3.$$

||

$$\sqrt{x+7} = \sqrt{5-x} - 3$$

$$d, d \geq 0$$

$$d^2 = x+7 \Rightarrow x = d^2 - 7$$

$$d = \sqrt{5-d^2-7} - 3 =$$

$$d = \sqrt{12-d^2} - 3.$$

$$d^2 + 6d + 9 = 12 - d^2 \quad (\text{получаем } d+3 \geq 0)$$

$$2d^2 + 6d - 3 = 0$$

$$d = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{2} = \sqrt{x+7} \geq 0$$

$$d \geq 0 \Rightarrow -\frac{3-\sqrt{15}}{2} \text{ не год.}, d = \frac{-3+\sqrt{15}}{2}, \text{ удовл. -ет}$$

$$\text{если } d = \frac{-3+\sqrt{15}}{2} = \sqrt{x+7}$$

||

$$d = \frac{-3+\sqrt{15}}{2}, x \text{ удовл. -ет} \Rightarrow x \in [-7, 5]$$

$$x = \left(\frac{-3+\sqrt{15}}{2}\right)^2 - 7.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + \cos x = 3\cos^2 x + p$$

$$4\cos^3 x + 3\cos x - 3(2\cos^2 x - 1) = 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x + 3 = p$$

$$t = \cos x, t \in [-1; 1]$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p,$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$$

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3$$

$$f'(t) = 0: 12t^2 - 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$(2t - 1)^2 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$$

$$f(t) = \left(\sqrt[3]{4} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 + \left(3 + \frac{1}{2} \right)$$

$$f(t) \uparrow \text{ на } \mathbb{R} \exists t \in [-1; 1] \text{ (так } f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 3(2t - 1)^2 \geq 0)$$

$$\text{Min} = f(-1) = \left(-\sqrt[3]{4} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 + \frac{7}{2}$$

$$\text{Max} = f(1) = \left(\sqrt[3]{4} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 + \frac{7}{2}, \text{ так } f(t) \text{ монотонна на } [-1; 1]$$

тогда применим все значения от $[f(-1); f(1)]$

Ответ: при $p \in [f(-1); f(1)]$, то ~~сложно~~ при ~~решении~~

$$p \in \left[\left(-\sqrt[3]{4} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 + \frac{7}{2}, \left(\sqrt[3]{4} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 + \frac{7}{2} \right] \text{ уравнение имеет хотя бы 1 решение.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(t) = p \text{ — решить}$$

$$f(t) = \left(\sqrt{2}t - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 + \frac{7}{2} = p.$$

$$\sqrt[3]{p - \frac{7}{2}} = \sqrt{2}t - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{t = \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt[3]{p - \frac{7}{2}}}{\sqrt{2}} = \cos x$$

$$\text{тогда при } t \in [f(-1); f(1)]: x = \pm \arccos \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt[3]{p - \frac{7}{2}}}{\sqrt{2}} \right) + 2\pi k$$

$$\text{Ответ: если } p \neq f(1), f(-1), \text{ то } x = \pm \arccos \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt[3]{p - \frac{7}{2}}}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\text{иначе: 1) если } p = f(1), \text{ то } t = 1, x = 2\pi k.$$

$$2) \text{ если } p = f(-1), \text{ то } t = -1, x = \pi + 2\pi k.$$



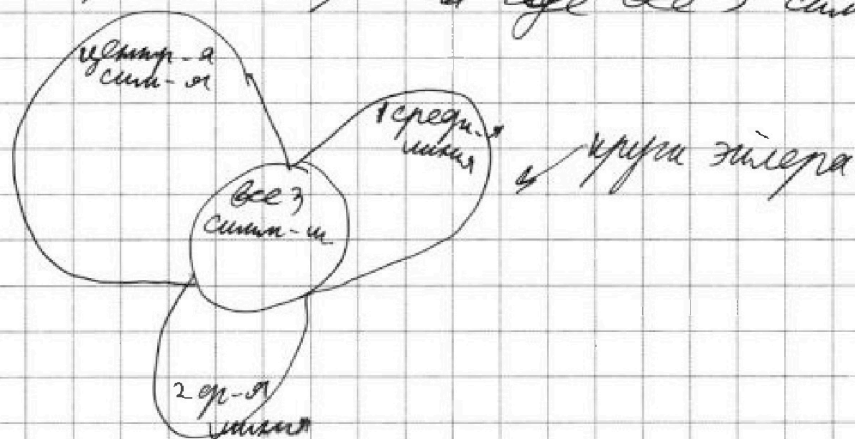
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

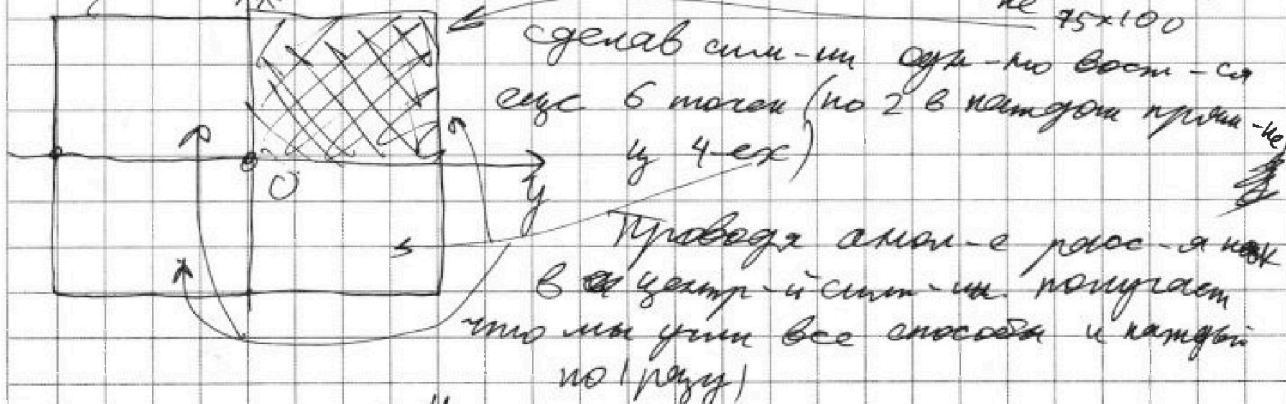
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь поймем, что конкретно все способы мы
уши 3 раза. Так мы выясним что бываете случаи
когда все 3 сим-ии. Бывает. И так-то, что способы
выбрать 8 точек, что это все 3 сим-ии - C_{7500}^2
Отсюда следует ответ: $3 \cdot C_{15000}^4 - 2 \cdot C_{7500}^2$ из формулы
включений-исключений. так в каждом случае
мы уч-м все-таки где все 3 сим-ии C_{7500}^2



Дополню, что всего C_{7500}^2 - случаев когда уч-ком все
3 сим-ии.

Откуда это просто кол-во сп-в выберем 2 точки в кругу
не 75×100



ОТВЕТ: $3 \cdot C_{15000}^4 - 2 \cdot C_{7500}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рейтинг-но, сделав simili-то отн-но центра от-на, образом вост-ся становится 4 клетки.

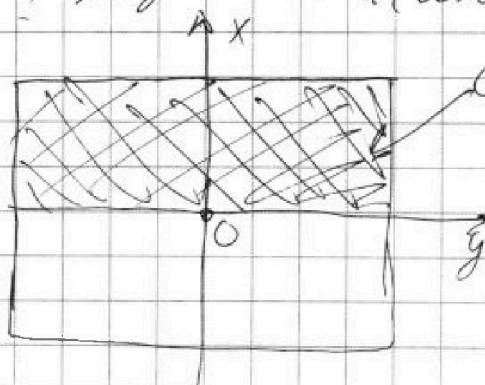
Теперь легко показать, что все вар-ты, которые мы учли различны и любой вариант мы учли.

2-е учв-е очевидно, если пойти от противоположного.

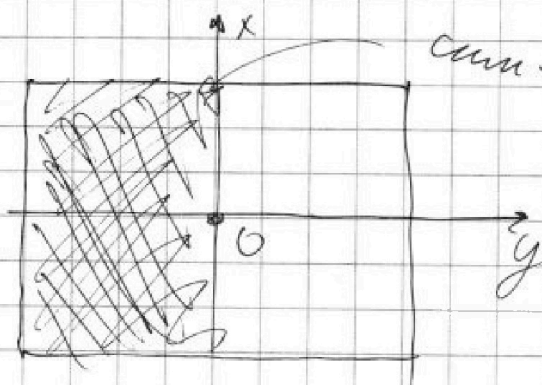
Пусть есть такая сим-я которую мы не учли, тогда выберем её, поймем что в "верхней" части-ке 75×100

4 клетки и этот способ мы учли.

Аналогично кол-во способов сделать simili-то отн-но средней линии (любой) $\binom{4}{2} = 6$



Сим-я отн-но OY (кол-во сп-в вверху в части-ке 200×75 4 клетки).



Сим-я отн-но OY (кол-во сп-в вверху в части-ке 100×150 4 клетки)

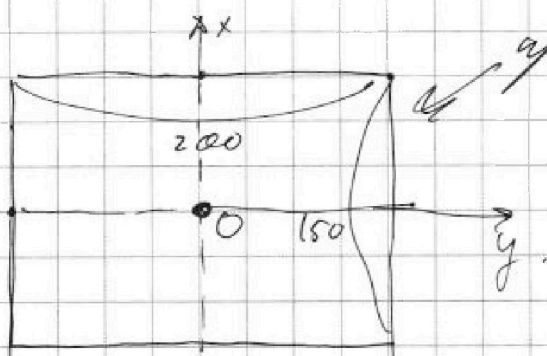


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



прямой - и 150×200

Введем систему координат, как показано на рисунке.

Ox пров-т через середину нижнего прямоугольника и Oy. Тогда каждой клетке можно дать

координату (x, y) . Теперь заметим, что координата

фигуры симм-й относительно средней линии - это центр-я симм-я относительно центра прямой.

это от-но $(x, y) \rightarrow (-x, y) \rightarrow (-x, -y)$ (вд 2 симм-ли)

$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$ - симм-я отн-но центра.

Аналог-но отн-но симм-ли отн-но средней линии и центра явл-ся симм-ей отн-но другой средней линии.

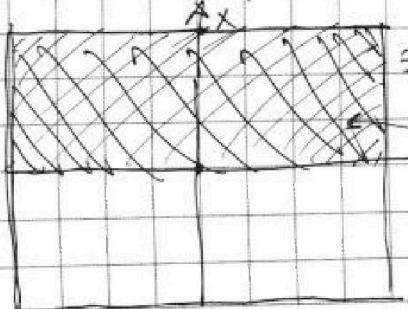
Отсюда приходим к выводу: если существуют 2 симметрии, то существует и 3-я.

Посчитаем кол-во симметрич отн-но центра.

Я уб-ю, что кол-во соседств - 4

это кол-во соседств записать 4 клетки в

этом прям-ке





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение задачи.

Из условия: $a > 6, a - 6 \nmid 3, (a - c)(b - c) = p^2, a + b^2 = 820$

$$\begin{cases} a - c > b - c \\ a - c, b - c - \text{целые} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1) \begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases} \\ 2) \begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} \end{cases}$$

Смотрим когда $a = c + p, b - c = p$ тогда так $a - c > b - c$ так $a > 6$.
и когда $a - c = -p, b - c = -p$
и $a = c - p^2$ так $a - c > b - c$, то так

$$\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases} \Rightarrow c = b - 1 \Rightarrow a - b = (p - 1)(p + 1)$$

если $(p - 1)(p + 1) \neq 3$, то $p = 3k + 1$ или $3k + 2$ и $(p - 1)(p + 1) \equiv 3$.

но из условия: $a - 6 \nmid 3$, тогда $(p - 1)(p + 1)$ не делится на 3, значит

$$\text{тогда } p = 3 \Rightarrow a - b = 2 \cdot 4 = 8. \Rightarrow b = a - 8, a = 8 + b.$$

$$\text{еще: } a + b^2 = 820 \Rightarrow (8 + b) + b^2 = 820$$

$$b^2 + b - 812 = 0 \Rightarrow b = 28, b = -29.$$

$$(b - 28)(b + 29) = 0$$

тогда имеет: 1) $b = 28, a = 8 + b = 36, c = b - 1 = 27$

Тогда так 3-ка: $a = 36, b = 28, c = 27$.

$$2) b = -29, a = 8 + b = -21, c = b - 1 = -30 \Rightarrow (-21, -29, -30)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь случай ~~бз~~ 2) $\begin{cases} a-c=-1 \Rightarrow c=a+1 \\ b-c=-p^2 \end{cases}$

$$c = a+1$$

$$\begin{cases} b-c=-p^2 \\ c=a+1 \end{cases} \Rightarrow b-a = 1-p^2 \Rightarrow a-b = p^2-1, \text{ но } a \text{ и } b \text{ — целые} \\ \text{выберем } p=3 \Rightarrow a-b=8.$$

$$\begin{cases} a+b^2=620 \\ a-b=8 \end{cases} \Rightarrow b+b^2-812=0 \\ \downarrow \\ b=28, -29.$$

если $b=28$ $\begin{cases} b=28 \\ a=b+8 \end{cases} \Rightarrow a=36 \quad a-c=-1 \Rightarrow c=a+1=37$

Получим 3-ю $(36, 28, 37)$

если $b=-29 \Rightarrow a=b+8=-21 \quad c=a+1=-20$

получим 3-ю $(-21, -29, -20)$

Ответ: $(-21, -29, -20), (36, 28, 37), (-21, -29, -20),$
 $(36, 28, 37)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(c_1, bc) \cdot bc = 2f(c_1, bc) = 4$$

$$f(c_1, bc) = 2 !!!$$

Тогда высота призма равна 2.

Ответ: 2.



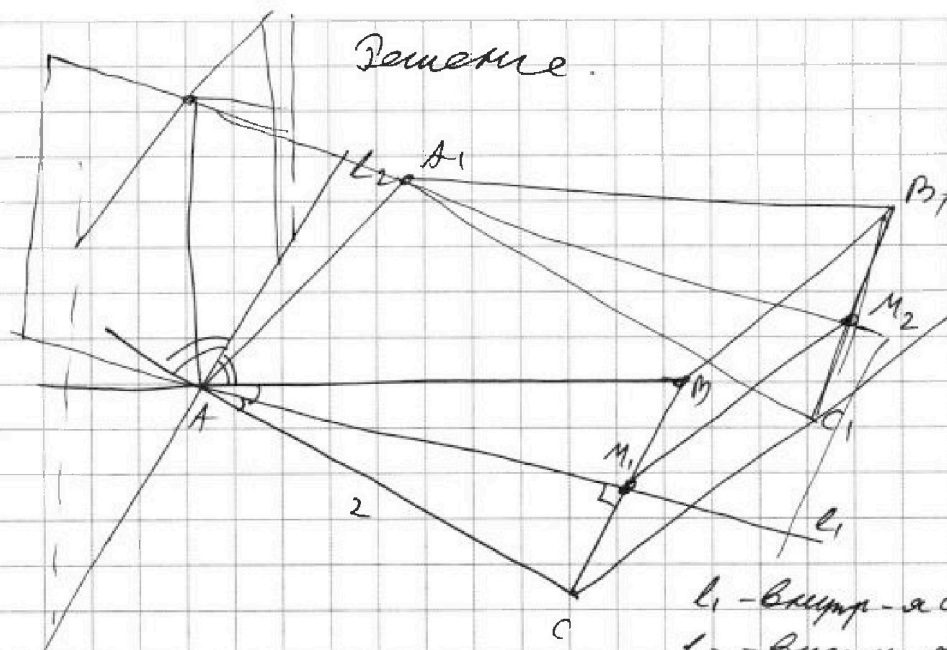
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение.



l_1 - внешняя биссектриса $\angle C$
 l_2 - внешняя биссектриса $\angle A$

Треугольник AA_1C_1C , h_a - высота из A на BC

$$Из укл-я: S_{AA_1C_1C} = 5 = S_{AA_1B_1B}$$

$$S_{BB_1C_1C} = 4$$

$$S_{AA_1C_1C} = AC \cdot \rho(A, l_1) = 5 = 2 \cdot \rho(A, l_1) = 5 \Rightarrow \rho(A, l_1) = \rho(A, l_2)$$

$$S_{AA_1B_1B} = AB \cdot \rho(A, l_2) = 2 \rho(A, l_2) = 5$$

Значит таких точек A_1 , что расстояние от A_1 до двух заданных прямых равно - две стороны биссектрисы $\angle A$

1) Пусть $A_1 \in l_1$, где l_1 - внешняя биссектриса $\angle C$ и l_2 - внешняя биссектриса $\angle A$

тогда прямая при сим-ии отн-но l_1 переходит сама в себя и $C \leftrightarrow B$, $C_1 \leftrightarrow B_1$. M_1 - середина BC , $M_2 \leftrightarrow M_1$, так $\triangle AA_1C_1C$ равнобедрен и $M_1 \in CB = M_2$ (биссектриса является медианой)

тогда CM_1C_1 - равнобедренный треугольник, при сим-ии отн-но средней линии переходит сам в себя - это равнобедренный.

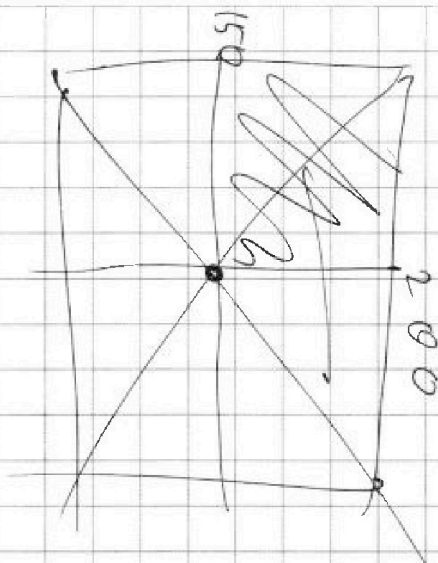
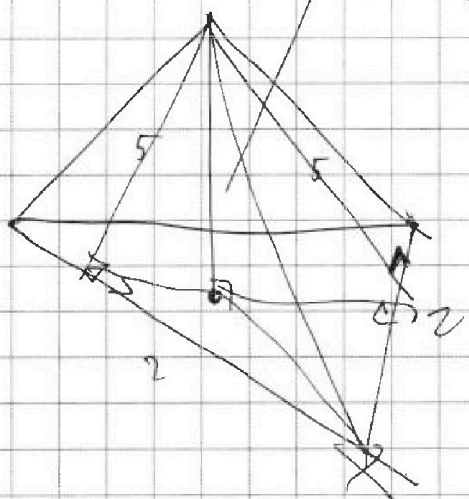
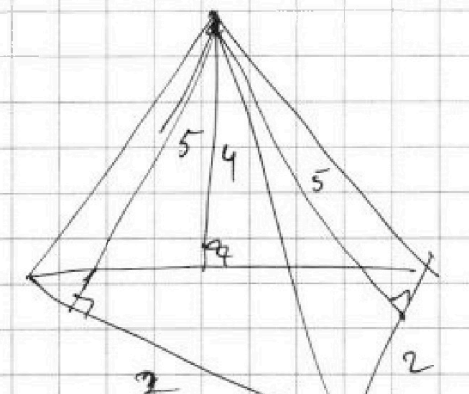


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$C_8^{75-200} + C_3 - C_4^{75-100}$

~~100 X~~

Вид - x
Вид - по углам: C_8^{75-100}
или методом средних значений:



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ЧЕРНОВИК.

9 + 6

$$x, \quad a, ab, ab^2, ab^3, \quad \sqrt{x} = 9$$

$$a_4 = ab^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \Rightarrow 4(x+4)(5-x) = 9$$

$$C_{10} = ab^3 = x+4$$

$$C_{12} = ab^{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)} \Rightarrow x \in \left[-\frac{6}{15}, 3\right) \cup \left(-\infty, -\frac{6}{15}\right] \cup [3; +\infty)$$

$$b^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$

$$b^6 = \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$$

$$b^8 = (x-3)^2 \Rightarrow b = \sqrt[4]{(x-3)^2}$$

$$b = b^4 = |x-3| \cdot 15 - 6 =$$

$$b^2 = \sqrt{x-3} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{(x+4)}$$

$$x+4 \geq \sqrt{15x+6}$$

$$x^2 + 8x + 16 = |15x+6|$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-2)(x-5) = 0 \quad \sqrt{2} = 2^4$$

$$x=2, 5 \Rightarrow x=1 \quad a = \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0 \quad (x+1)(x+22) = 0$$

$$a = \frac{3}{16\sqrt{2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 5 \\ \hline 75 \\ \times 6 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$t^2 =$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$x -$$

$$a - b = 2\sqrt{ab}$$

$$\cos 3x + 6\cos x - 3\cos 2x = p$$

$$a - b = 2ab$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos x - 3(2\cos^2 x - 1) = a = 6(2a+1)$$

$$= 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x + 3 = p$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{4-2x-x^2+2}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-2z} \geq 15.$$

$$|y-20| + \frac{1}{2}|y-35| + \frac{3}{2}|\frac{35}{2}-y| \geq |35 - \frac{20-35}{2}| = 20$$

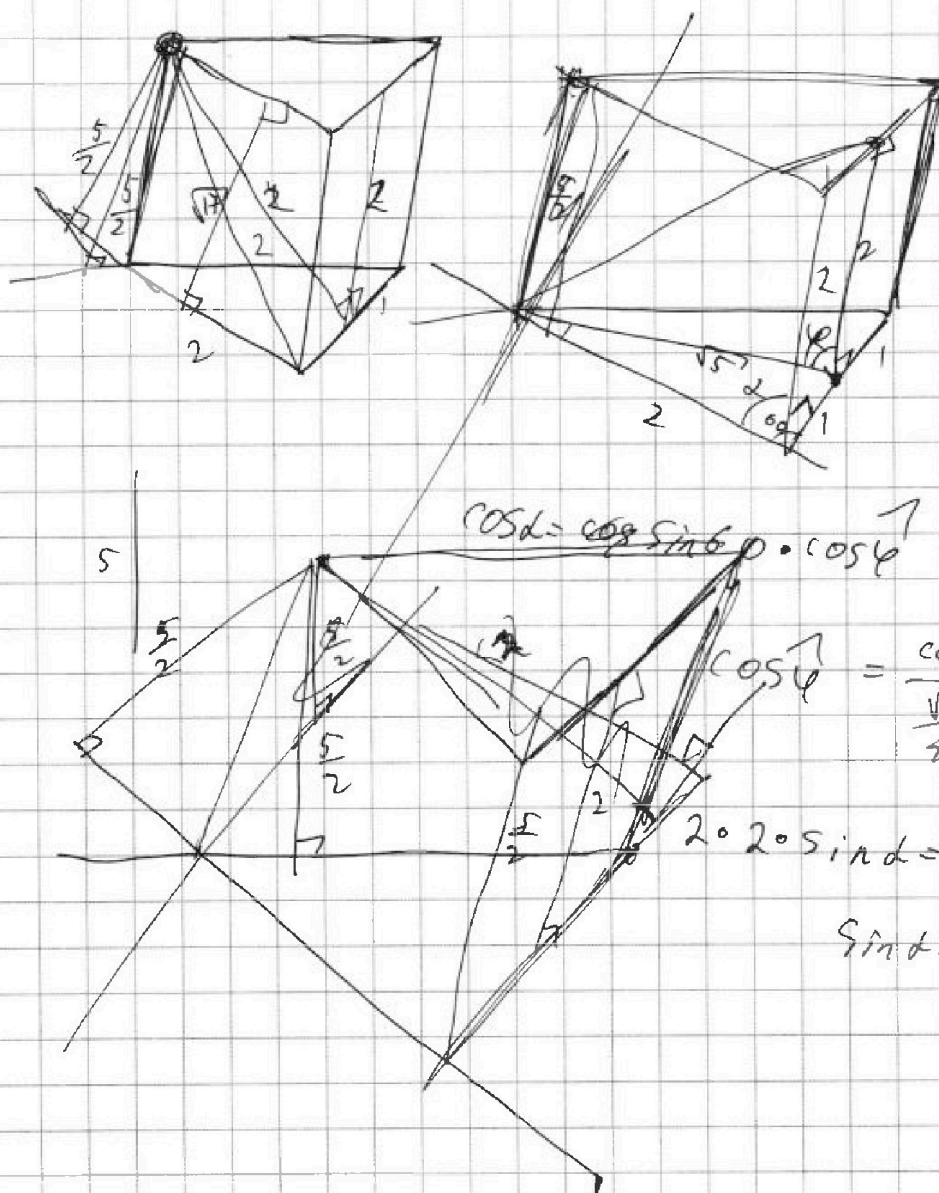
$$-20 - \frac{35}{2} + \frac{3}{2} \cdot 35 = 2\sqrt{1x+1}$$

$$a + b + 6 = 2ab$$

$$a + b = 6(2a+1)$$

$$x \in [-7; 5]$$

$$b = \frac{a+b}{2a+1} = \frac{1}{2} + \frac{6-\frac{1}{2}}{2a+1} \leq \frac{6}{7}$$



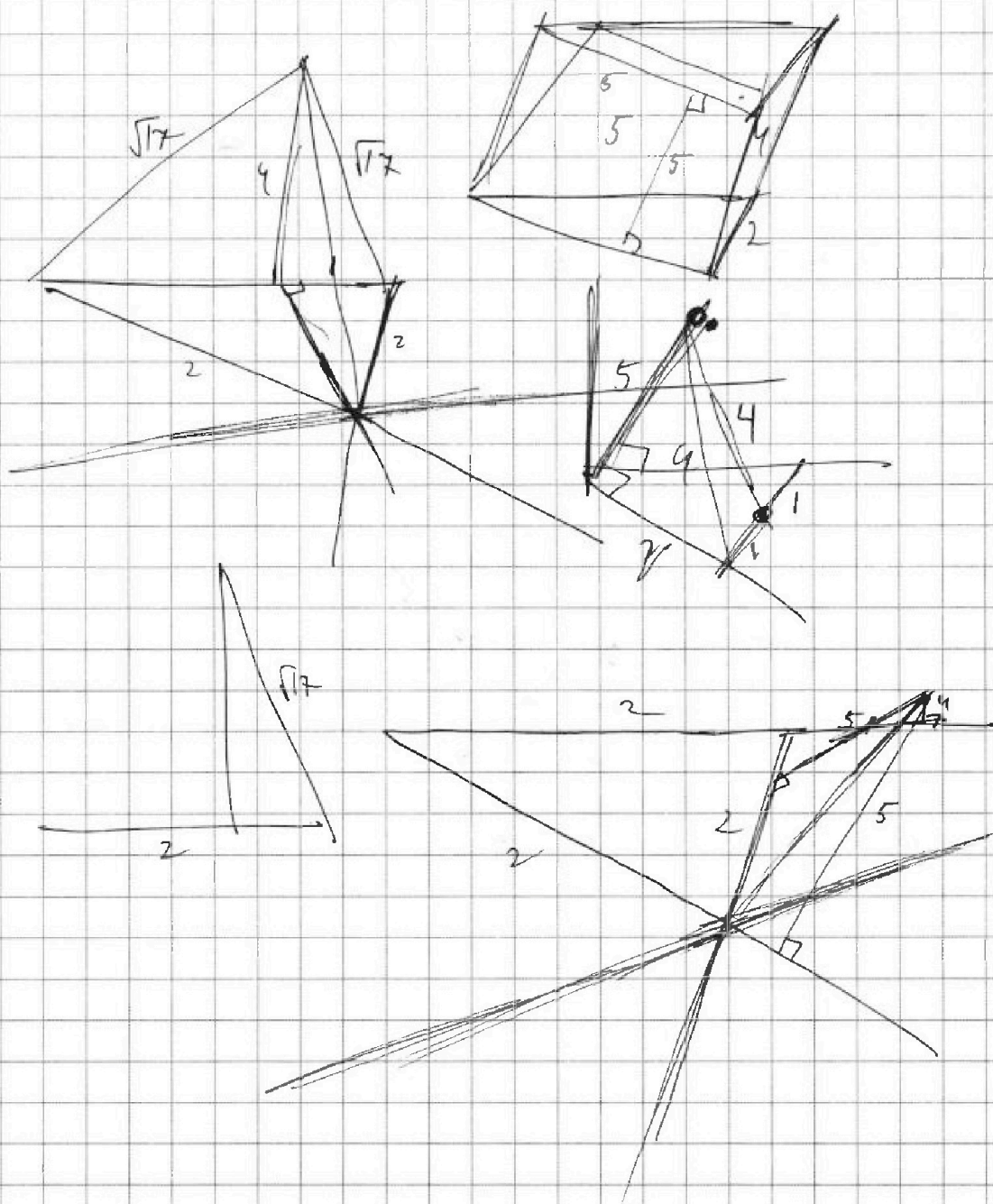


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

24

$$\left(\sqrt[3]{4}t + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)$$

$$3\left(\sqrt[3]{4}\right)^2 \cdot x = 6$$

$$\sqrt[3]{16} \cdot x = 2$$

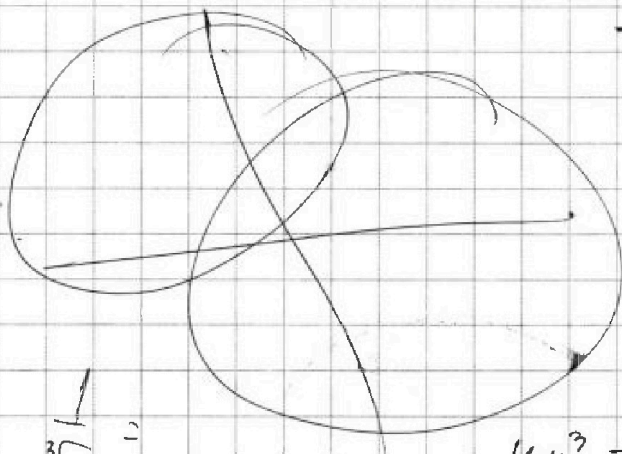
$$x =$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}} =$$

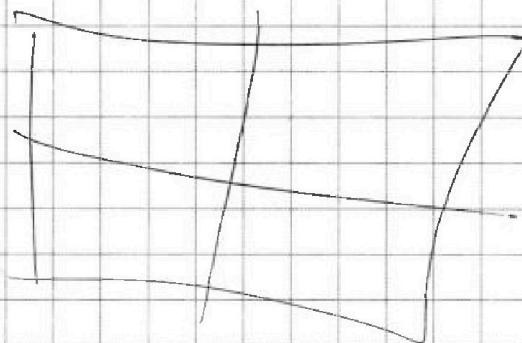
$$x^2 - 7x^2$$

$$3(t+1) + t^2(4t-6)$$

$$-\frac{1}{2}x$$



$$4t^3 - 3 \cdot \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} +$$



$$\frac{3 \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4}}$$

$$3 \cos^3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

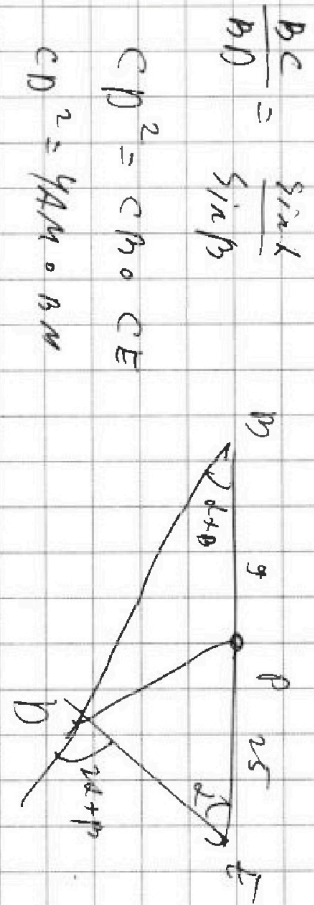
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{340 \sin \angle}{\sin(24+P)} = 50P \times$$

$$\frac{ED}{AB} = \frac{EP}{AP}$$

$$\frac{ED}{AB} = PD$$

$$ED^2 = \left(\frac{EP \cdot AB}{AP} \right) \cdot \left(\frac{PD \cdot AB}{BP} \right) = \frac{AB^2 \cdot EP \cdot PD}{AP \cdot BP}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☒

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение задачи.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

