



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a > b$,
 - число $a - b$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a + b^2 = 820$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

v_1 - первый член пр-и, q - ее знаменатель

$$\Rightarrow v_4 = v_1 \cdot q^3 \quad v_{10} = v_1 \cdot q^9 \quad v_{12} = v_1 \cdot q^{11}$$

если хотя бы одно из них $= 0$, то и ост. тоже равны 0, т.е.

$$\begin{cases} x = -4 \\ x = 3 \\ x = -\frac{6}{15} \end{cases} \quad \text{решений нет} \Rightarrow$$

$$v_1, v_4, v_{10}, v_{12}, q \neq 0$$

тогда $\left(\frac{v_{12}}{v_{10}}\right)^3 = (q^2)^3 = q^6 = \frac{v_{10}}{v_4}$

необходимое $\rightarrow$ равно $\left(\frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}\right)^3 = \frac{(x+4) \cdot \sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$

$$(15x+6)^2 = (x+4)^4$$

$$15x+6 = (x+4)^2$$

$$15x+6 - x^2 - 8x - 16 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x = 5$$

$$x = 2 - \text{не удовл. ОДЗ}$$

- ответ

ОДЗ. отсюда:

$$x \neq -4$$

$$x \neq -\frac{6}{15}$$

+ и у.и. $\Rightarrow$

$$x \neq 3$$

$$+ \frac{15x+6}{(x-3)^2} > 0$$

$$+ \frac{-\frac{6}{15}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$① \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$② |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

②: прав. часть $\in [0; 15]$, $z \in [-15; 15]$
 левую часть. (имеем реш. кем)

1) $y \leq 20$

$$20-y+70-2y = 90-3y; \quad 0 \leq 90-3y \leq 15$$

$$0 \leq 30-y \leq 5$$

$25 \leq y$, что не удовлетв. $y \leq 20$

2) $y \geq 35$

$$0 \leq 3y-90 \leq 15$$

$$0 \leq y-30 \leq 5$$

$y \leq 35$, не удовлетв. $y \geq 35 \Rightarrow$ ед. реш. $y=35$

3) $20 \leq y \leq 35$

$$0 \leq 50-y \leq 15$$

$$y \geq 35 \Rightarrow y=35$$

Итак, $y=35$ - ед. реш-е для y . Тогда перепишем систему.

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2+z} \\ 15z = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

$\Rightarrow z=0$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$x \in [-7; 5]$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7} &= a, \quad \sqrt{5-x} = b \\ a - b + 6 &= 2ab \Rightarrow 0 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} &> 0 && \text{при } x > -1 \\ &< 0 && \text{при } x \leq -1 \end{aligned}$$

Положа

при $x \leq -1$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} &= -\sqrt{(\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2} \\ &= -\sqrt{12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)}} \end{aligned}$$

$$2\sqrt{(x+7)(5-x)} = a, \quad a > 0$$

$$-\sqrt{12-a} = a-6$$

$$\sqrt{12-a} = 6-a, \quad a \leq 6$$

$$12-a = 36 + a^2 - 12a$$

$$a^2 - 11a + 24 = 0$$

$$a = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 96}}{2} *$$

$$\cancel{a=8}$$

$$a=3$$

$$(x+7)(5-x) = \frac{9}{4}$$

$$35 - 2x - x^2 - \frac{9}{4} = 0$$

$$x^2 + 2x - 32\frac{3}{4} = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{32\frac{3}{4}} =$$

$$= -1 \pm \frac{\sqrt{135}}{2} = -1 \pm \frac{3\sqrt{15}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \{-1 + 2\sqrt{5}; 35; 0\} \cup \{-1 - 2\sqrt{5}; 35; 0\};$$

$$\{-1 + \frac{3\sqrt{15}}{2}; 35; 0\}; \{-1 - \frac{3\sqrt{15}}{2}; 35; 0\}$$

при $x \geq -1$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} &= \sqrt{(\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2} \\ &= \sqrt{12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)}} \end{aligned}$$

$$\sqrt{12-a} = a-6, \quad a \geq 6$$

$$12-a = 36 + a^2 - 12a$$

$$a=8 \quad \cancel{a=3}$$

$$(x+7)(5-x) = 16$$

$$35 - 2x - x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+19}}{2} *$$

$$x = -1 \pm 2\sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 = p$$

$$\cos(3x) = \cos(2x+x) =$$

$$= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= (2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \sin^2 x \cos x =$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos x = a, \quad a \in [-1; 1]$$

$$f(a) = 4a^3 - 6a^2 + 3a + 3$$

$$f'(a) = 12a^2 - 12a + 3 = 3(4a^2 - 4a + 1) = 3 \cdot (2a - 1)^2$$

$$\begin{array}{c} f' \\ f \end{array} \begin{array}{c} + \\ + \end{array} \begin{array}{c} a \\ \rightarrow \end{array}$$

$$f'(a) = 0 \text{ только при } a = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow f(a)$ — возрастающая непрерывная

$$f(-1) = -4 - 6 - 3 + 3 = -10$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \frac{1}{8} - \frac{6}{4} + \frac{3}{2} + 3 = 3\frac{1}{2}$$

$$f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4$$

$\Rightarrow f(a)$ принимает значения от -10 до 4 на промежутке $[-1; 1]$,

принимает каждое ровно 1 раз

$\Rightarrow$ уравнение имеет решение при $\forall p \in [-10; 4]$,
 причем при каждом p — единственное решение

$$4a^3 - 6a^2 + 3a + 3 = p$$

$$8a^3 - 12a^2 + 6a - 1 = 2p - 7$$

$$(2a - 1)^3 = 2p - 7$$

$$2a - 1 = \sqrt[3]{2p - 7}$$

$$a = \frac{\sqrt[3]{2p - 7} + 1}{2}, \quad p \in [-10; 4]$$

$$x = \pm \arccos \left(\frac{\sqrt[3]{2p - 7} + 1}{2} \right) + 2\pi k, \quad \text{где } p \in [-10; 4]$$

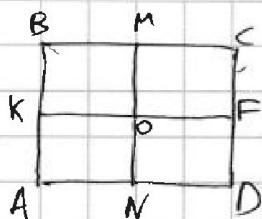


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Выберем 4 клетки $\in$ BCFK;
где сим-ии отн. KF (она идет по границе клеток)
однозначно кантои составили
клетку из AKFD

$$\Rightarrow \text{кан-во сп-в} = C_{75 \cdot 200}^4 = C_{15000}^4$$

2) Для сим-ии отн. MN (она тоже идет по границе клеток)
выберем 4 клетки $\in$ ABMN, ии однозначно
составили клетку из MCDN

$$\Rightarrow \text{кан-во сп-в} = C_{100 \cdot 150}^4 = C_{15000}^4$$

3) Для сим-ии отн. O - проведем диаг. AC;
и 4 сим-ии

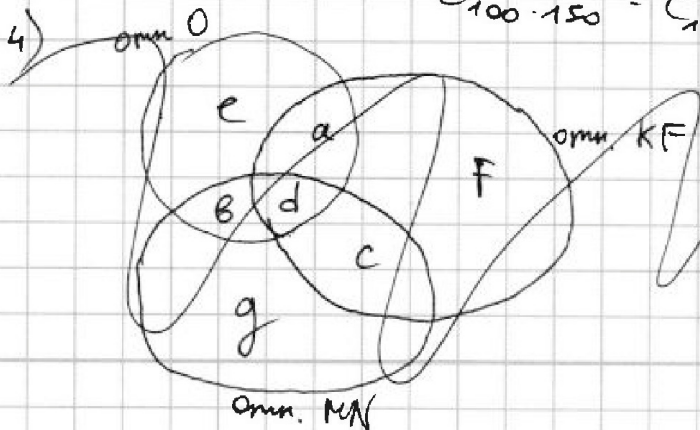
3.1) на AC нет закраш. кт к - тогда в $\triangle ABC$
без AC
4 кт-кт, ии однозначно состав. клетку
из $\triangle ACD$

$$\text{кан-во сп-в} =$$

Заметим,

3) Для сим-ии отн. O - выберем 4 клетки
в AKFD,
составили канто. одну отн. O - ~~они~~
- они лежат в KBCF

$$\text{кан-во сп-в} = C_{100 \cdot 150}^4 = C_{15000}^4$$



Посмотрим, когда
какие сим-ии
пересекаются.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ есть $\sum a, b, c, d, e, f, g.$

или

$$3C_{150000}^4 - (a+b+c) - 2d =$$

$$= 3C_{150000}^4 - (a+d) - (b+d) - (c+d) + d$$

Найдём недостающие нам значения.

~~$(c+d)$ + ~~какая~~ получим, если выберем~~

Заметим, что

Ответ есть $3 \cdot C_{150000}^4 - X$, где X —

— события, которые мы посчитали

неск-о раз.

Найдём X .

Заметим, что если клетки симметричны
отн. O и MN , то они сим-ны и отн. KF ;
аналогично сим-я отн. O и KF вылет сим-но
а сим-я отн. MN и KF — отн. O .

Тогда кол-во способов выбрать такие клетки =
количество в сумме 2 в КВМО, или однозначно зададим
ост-е.

$$\text{оно равно } y = C_{75000}^2$$

$$\Rightarrow X = 2 \cdot C_{75000}^2 \quad (\text{в каждом случае } 1, 2, 3 \text{ мы } 1 \text{ раз посчитали})$$

$$\Rightarrow \text{Ответ} = 3 \cdot C_{150000}^4 - 2C_{75000}^2 =$$

$$= \frac{3 \cdot 150000!}{4! \cdot 149996!} - \frac{2 \cdot 75000!}{74998!}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a &> b \\ a - b &\not\equiv 3 \\ (a - c)(b - c) &= p^2 \\ a + b^2 &= 820 \end{aligned}$$

$$1) \left\{ \begin{aligned} a &\equiv k \\ b &\equiv r \end{aligned} \right. \pmod{3}$$

$$a + b^2 \equiv 820 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$\Rightarrow \text{если } r = 1, 2 \Rightarrow b^2 \equiv 1 \pmod{3}, a \equiv 0 \Rightarrow k = 0$$

$$\text{если } r = 0 \Rightarrow b^2 \equiv 0 \pmod{3}, a \equiv 1 \Rightarrow k = 1$$

$$\Rightarrow \text{или } a, \text{ или } b : 3$$

$$2) \nless (a - c)(b - c); \text{ чтобы око было}$$

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$$

нет, м.к

тогда $a \leq b$

$$\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = p^2 - 1 \\ c = b - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = p \\ b - c = p \end{cases} \text{ нет, м.к}$$

$$\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = p^2 - 1 \\ c = a + 1 \end{cases}$$

$$\nless a - b = p^2 - 1$$

если $p \geq 3$

$$\text{если } p = 3m + k$$

$$\text{если } k = 1, 2 \quad p^2 - 1 \equiv 1 - 1 \equiv 0$$

$$\text{но } a - b \not\equiv 3 \Rightarrow p = 3m$$

$$\text{тогда } p = 3$$

$$\begin{cases} a - b = 8 \\ c = b - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = 8 \\ c = a + 1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a + b^2 = 820$$

$$\begin{cases} a = 820 - b^2 \\ 820 - b^2 - b = 8 \\ c = b - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 820 - b^2 \\ a - b = 8 \\ c = a + 1 \end{cases}$$

$$b^2 + b - 812 = 0$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{3249}}{2}$$

$$b = \frac{-1 \pm 57}{2}$$

$$\begin{cases} b = 28 \\ a = 36 \\ c = 27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -29 \\ a = -21 \\ c = -30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 36 \\ b = 28 \\ c = 37 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -21 \\ b = -29 \\ c = -20 \end{cases}$$

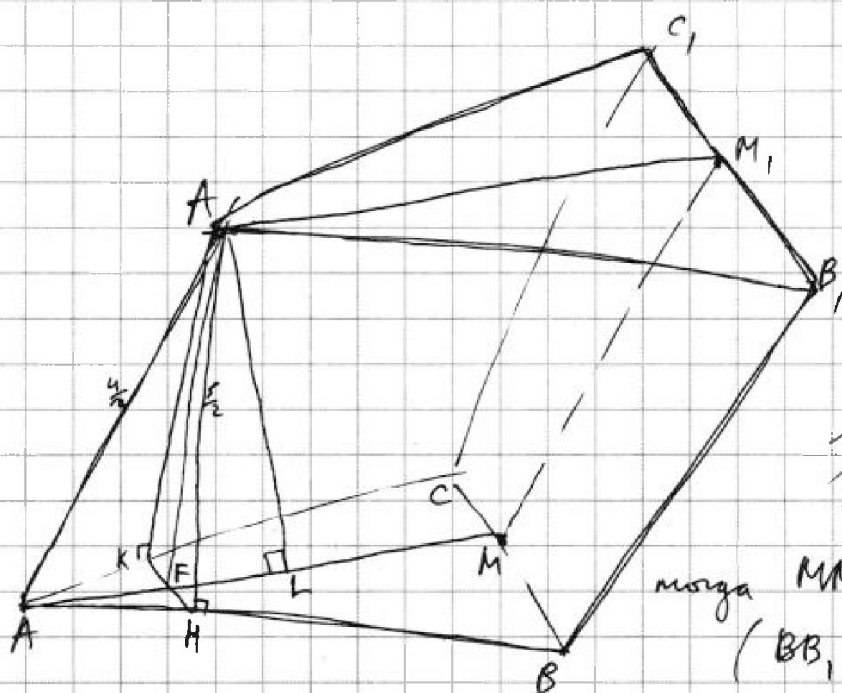


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{ABB_1A_1} = S_{ACC_1A_1} = 5$$

$$S_{KBB_1C} = 4$$

$$S_{AA_1} = AB = 2$$

$h_{\text{призм}} = ?$

1) $\square M, M_1$ - сев. BC и B_1C_1

тогда $MM_1 = BB_1$, $MM_1 \parallel BB_1$,
(BB_1 и CC_1 - параллелограмм)

$\Rightarrow MM_1 = AA_1$, $MM_1 \parallel AA_1$,
(из св-в призм и паралл. 1-ти пр-ых в пр-ве)

2) тогда AA_1, M, M_1 - параллелограмм

AM, AM_1 - высоты равност. $\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$

3) $\square A_1H \perp AB$; $A_1K \perp AC$; $A_1K = A_1H = \frac{S_{ABB_1A_1}}{AB} = \frac{5}{2}$

тогда $\triangle AA_1H = \triangle AA_1K$ по катету и гипотенузе $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle A_1AH = \angle A_1AK$

4) Проведен KH ; $\square KH \perp AM = F$; тогда $KH \parallel BC$
 $\triangle AKH$ - равност.
 $\triangle AKH \sim \triangle ABC$ $KF = FH$

$AM \perp KH$

5) $AF \perp KH$, т.к. F - сев. KH , $A_1K = A_1H \Rightarrow AF$ -

6) $\Rightarrow KH \perp (A, AM)$ по призм. 1-ти пр. и перп.
 $\Rightarrow KH \perp MM_1$ (по опред.)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7) \Rightarrow MM_1 \perp BC \text{ (т.к. } BC \parallel KH) \Rightarrow BB_1 \perp BC$$

$\Rightarrow MM_1$ — высота BCC_1B_1 , BCC_1B_1 — прямоугольник

$$MM_1 = \frac{4}{2} = 2 = AA_1$$

8) по т. Пифагора в $\triangle AA_1H$ найдем $AH = \frac{3}{2}$

$$\Rightarrow FH = \frac{3}{4}, \quad AF = \sqrt{\frac{9}{4} - \frac{9}{16}} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \quad (\text{из } \triangle AA_1H) \quad AF = \frac{\sqrt{91}}{4}$$

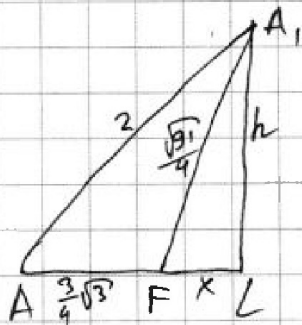
9) $\angle A_1L \perp AM$ в т.т. (AA_1M, M)

т.к. $KH \perp (AA_1M) \Rightarrow KH \perp A_1L$

$\Rightarrow A_1L \perp (ABC)$ (по двум перпендикулярным прямым)

$\Rightarrow A_1L$ — иск. высота

$$10) \triangle AA_1L; \angle A_1L = h, \quad FL = x$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{91}{16} = h^2 + x^2 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 = h^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{4} + x\right)^2 & (2) \end{cases}$$

$$(1-2): \frac{91-16}{16} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot \left(2x + \frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$\frac{75}{16} \cdot \frac{4}{3\sqrt{3}} = 2x + \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

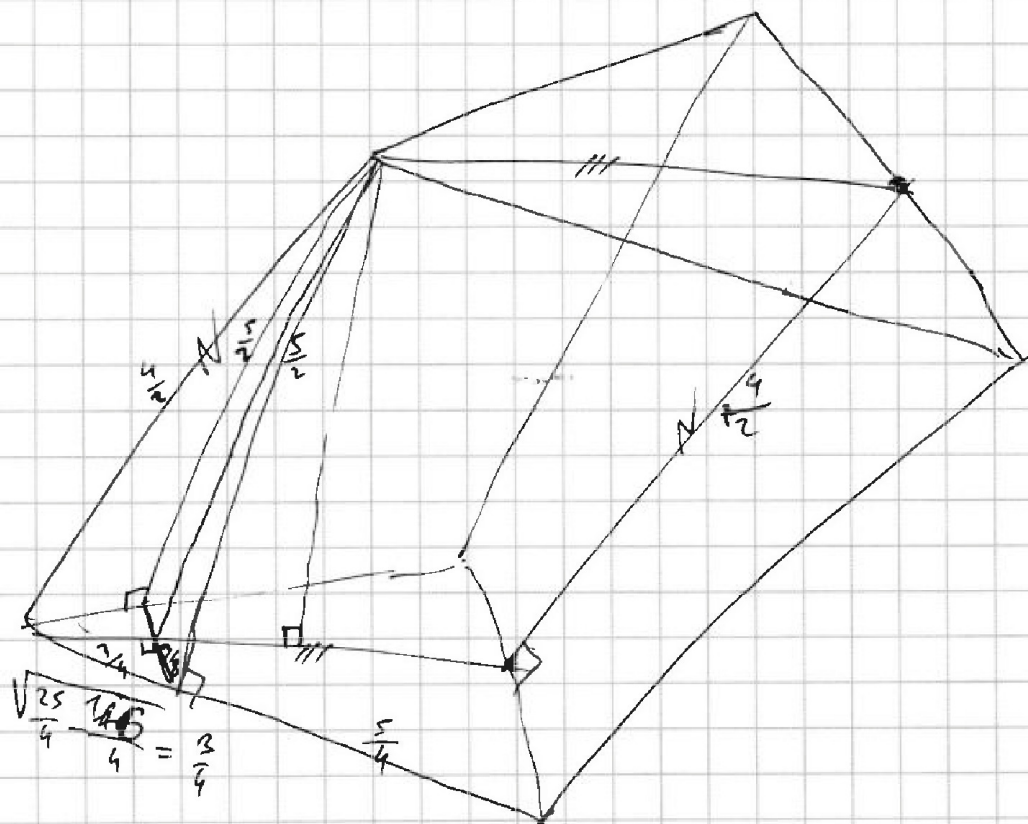
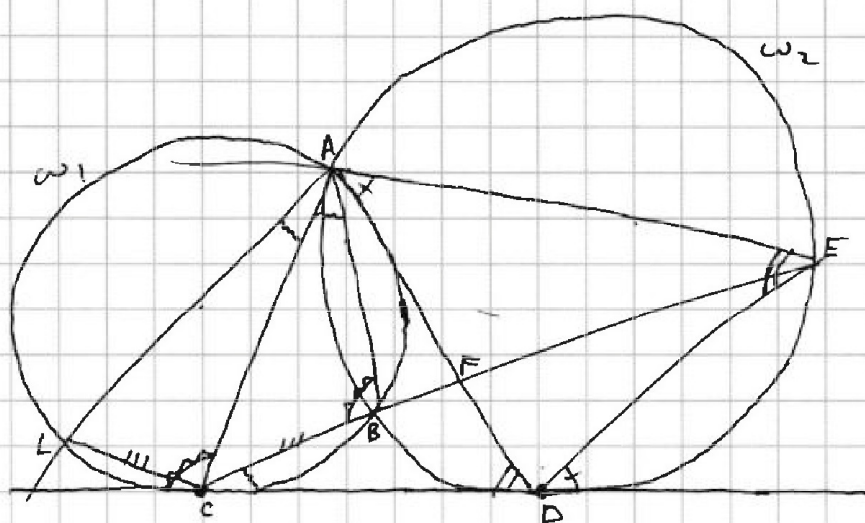


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b$$

$$(a-b) \div 3$$

$$(a-c)(b-c) = 10^2$$

$$135 = 5 \cdot 27$$

$$a + b^2 = 820 \equiv 1$$

$$a = 3k + m$$

$$b = 3n + f$$

$$v-2+5 \equiv$$

$$v-2 = \frac{v-2}{2} = x$$

$$\Rightarrow m-f=1$$

$$m-f=2$$

$$m=2$$

$$f=1$$

$$m=0$$

$$f=1$$

$$a + b^2 \equiv 1$$

$$\text{случ } f=2, f^2 \equiv 1 \Rightarrow m=0$$

$$\text{случ } f=1, f^2 \equiv 1$$

$$\Rightarrow m=0$$

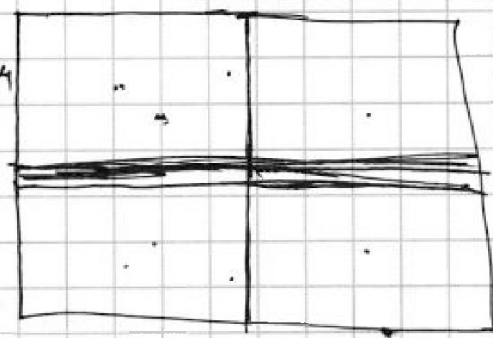
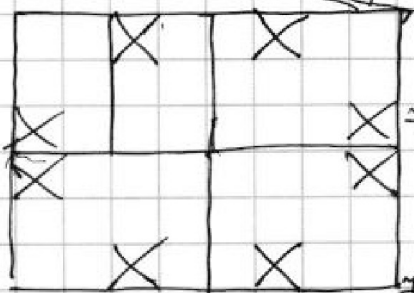
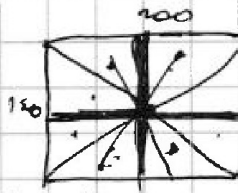
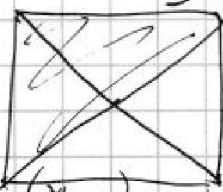
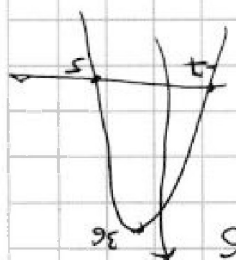
$$2m+9 \equiv 1$$

$$2m-9$$

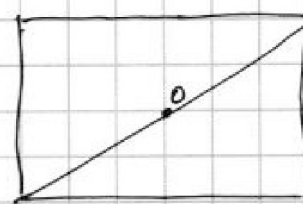
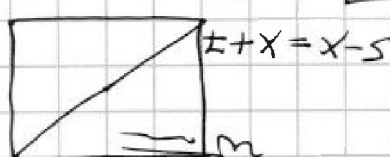
$$2m-9 \equiv 2$$

$$\text{случ } f=0, f^2 \equiv 0$$

$$\Rightarrow m=1$$



$$v-2 = x$$



$$x+5 = x-5$$

$$\frac{x-5}{1} - \frac{x+5}{1} = 10$$

$$x-5 > x+5$$

$$x-5 > x+5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q^6 = \left(\frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} \right)^3 = \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}} \quad \begin{matrix} x \neq -4 \\ x \neq -\frac{6}{15} \end{matrix}$$

$$(15x+6)^2 = (x-3)(x+4)^2$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases} \quad z \in [-15; 15]$$

$$\begin{aligned} 1) & 20-y+40-2y = 90-3y, \quad y < 20 \quad 90-3y < 15 \\ 2) & y-20+40-2y = 50-y, \quad y \in [20; 35] \quad 50-y > 90-3y \\ 3) & y > 35: \quad 3y-90 \quad 50-y \leq 15 \end{aligned}$$

$$a(1-2b) + \frac{1}{2}(1-2b) = -5\frac{1}{2} \quad (2\sqrt{x+7}+1)(1-2\sqrt{5-x})$$

$$(a+\frac{1}{2})(1-2b) = -11 \quad 5 \geq x \geq -7$$

$$\begin{aligned} a(1-b) + (1-b) &= -5 \quad 35-2x-x^2 > 0 \\ (a+1)(1-b) &= -5 \quad x^2+2x-35 < 0 \\ a-b+6-3ab+ab &= -5 \quad (x-5)(x+7) < 0 \\ a & \quad x \in [-7; 5] \end{aligned}$$

$$a(1-2b) + (6-b) = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

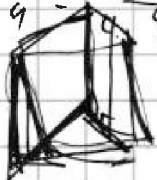


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$$



$$16a^3 - 24a^2 + 12a + 1 = 0$$

$$16a^3 - 24a^2 + 12a - 1 = 0$$

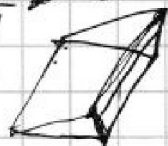
$$\left(a - \frac{1}{2}\right)(16a^2 - 20a + 2)$$

$$\left(a - \frac{1}{2}\right)(16a^2 + 28a + 2) = 0$$

$$a - b = (p-1)(p+1)$$

$$2(8a^2 + 14a + 1)$$

$$4 \cdot \frac{1}{8} - \frac{6}{4} + \frac{3}{2} + 3$$



$$a = \frac{-7 \pm \sqrt{49-8}}{8}$$

820

$$\frac{184}{36} 8a^3 - 12a^2 + 6a - 1 = 0$$

$$b_4 = b_1 \cdot q^3$$

$$\left(a - \frac{1}{2}\right)(8a^2 - 8a + 2)$$

$$\frac{25.4}{4} - \frac{9}{16}$$

$$b_{10} = b_1 \cdot q^9$$

$$b_{12} = b_1 \cdot q^{11}$$

$$\frac{8}{29} \times \frac{29}{58}$$

$$4a^3 - 6a^2 + 3a + (3-p) = 0$$

$$\left(\frac{b_{12}}{b_{10}}\right)^3 = \left(\frac{2}{1}\right)^3 = \frac{b_{10}}{b_4} = q^6$$

$$p = -10$$

$$\frac{28}{48}$$

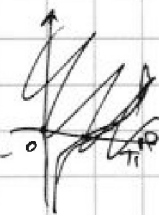
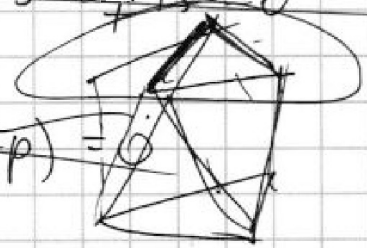
284

$$4 \cos^2 x + 3 \cos x + 6 \cos^2 x + 8 \cos x + 13 = 0$$

$$(4a^3 - 4a^2 + 2a)$$

$$\frac{91}{4}$$

$$(4a^3 - 4a^2 + 2a) - (2a^3 + 4a - 3 + p) = 0$$

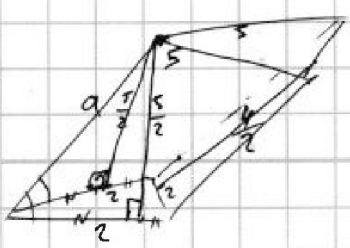


$$\arccos \frac{1}{2} = 60^\circ = -60^\circ$$

$$\frac{1}{2}(8a^3 - 12a^2 + 6a - 1) = p - 3\frac{1}{2}$$

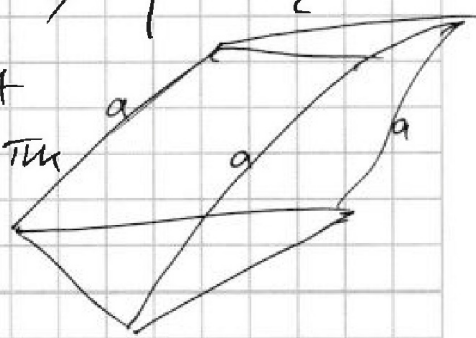
$$(2a-1)^3 = 2p-7$$

$$x = \arccos m + 2\pi k$$



$$\frac{812}{3248}$$

$$\frac{57}{399}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

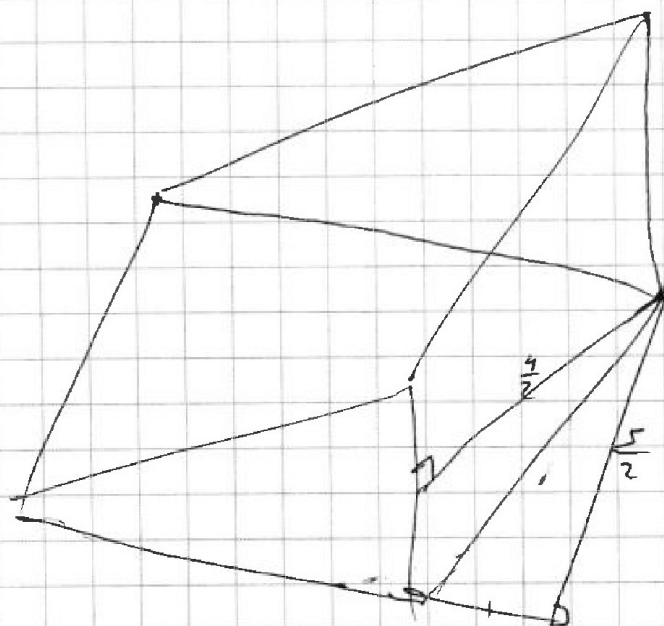
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

