



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен

$$\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}, \text{ двенадцатый член равен } 2 - x, \text{ а восемнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть искомая последовательность $\{a_n\}$, её знаменатель равен $q (q \neq 0)$

Тогда из условия

$$a_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$a_{12} = 2-x = a_{10} \cdot q^2$$

$$a_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = a_{10} \cdot q^8$$

Поделим a_{18} на a_{10} : $q^8 = \frac{\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} =$

$$= \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^4}} = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

Из условия $\begin{cases} x > -\frac{2}{3} \\ x \leq -\frac{34}{25} \end{cases}$

I. $x > -\frac{2}{3}$:

$$q = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$$

Тогда $a_{12} = 2-x = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$

$$2-x = \sqrt{25x+34} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ 25x+34 = x^2-4x+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 2 \\ x^2-29x-30=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 2 \\ \begin{cases} x=30 \\ x=-1 \end{cases} \end{cases} \quad \text{но } -1 < -\frac{2}{3} \quad \text{и } 30 > 2. \quad \emptyset$$

II. $x \leq -\frac{34}{25}$:

Тогда $q^2 = \frac{1}{\sqrt{-3x-2}}$

т.е. $a_{12} = 2-x = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{-3x-2}}$

$$2-x = \sqrt{-25x-34} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ -25x-34 = x^2-4x+4 \end{cases}$$

$$x^2+21x+38=0 \quad \begin{cases} x=-2 \\ x=-19 \end{cases} \quad \text{подх. оба значения } x.$$

Ответ: $\{-19, -2\}$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1a): 48 - 16x = 4x^2 - 4x + 1$$

$$4x^2 + 12x - 47 = 0.$$

$$\frac{D}{4} = 224 = (2\sqrt{56})^2 = (4\sqrt{14})^2 = (4\sqrt{14})^2$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{56}}{2} \quad x = \frac{-3 \pm 2\sqrt{14}}{2}$$

$$\text{Т.к. } 3 < \sqrt{14} < 4, \text{ то } \frac{-3 + 2\sqrt{14}}{2} > 1 \text{ не подх. (2a)}$$

$$a \quad \frac{-3 - 2\sqrt{14}}{2} \in \left(-\frac{11}{2}, -\frac{9}{2}\right) \subset \mathbb{OD3},$$

$$\frac{-3 - 2\sqrt{14}}{2} < \frac{1}{2}. \quad (2): -\sqrt{3-x} \geq 2$$

$$x \leq -1.$$

$$\text{тогда } \left(\frac{-3 - 2\sqrt{14}}{2}, 18; 0\right) - \text{реш.}$$

$$\frac{-3 - 2\sqrt{14}}{2} < -1.$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{\sqrt{14}-3}{2}, 18; 0\right); \left(\frac{-3 - 2\sqrt{14}}{2}, 18; 0\right).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z^2} + 7 = 2 + \sqrt{4-3x-x^2+z^2} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

Т.к. $z^2 \geq 0$, то $|y+2| + 2|y-18| \leq \sqrt{400} = 20$.

1. $y \leq -2$: $-y-2-2y+36 \leq 20$
 $3y \geq 18 \quad y \geq \frac{6}{3}$ не годит.

2. $y \in (-2, 18]$: $y+2-2y+36 \leq 20$
 $y \geq 18$ Значит, $y = 18$.

3. $y > 18$: $y+2+2y-36 \leq 20$
 $3y \leq 54$
 $y \leq 18$ не годит.

Итого, возможно только $y = 18$. Тогда
 $\sqrt{400-z^2} = |20| = 20 \Leftrightarrow z = 0$.

Подставим в первое ур-ие системы:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2 + \sqrt{18-3x-x^2} \quad \boxed{0 \leq x \leq 3}$$

Заметим, что $18-3x-x^2 = (x+6)(3-x)$

Тогда Пусть $a = \sqrt{x+6} > 0$
 $b = \sqrt{3-x} > 0$

Тогда ур-ие равносильно $\begin{cases} a - b + 7 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 9 \end{cases}$

Вычтем из второго ур-ия первое:

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 - 2ab &= 2 - a + b \\ \Rightarrow a - b &= b \\ t^2 &= 2 - b \\ t^2 + b - 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 1 \\ a - b = -2 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 1$

$$\sqrt{x+6} = 1 + \sqrt{3-x} \Leftrightarrow x+6 = 1 - x + 2\sqrt{3-x}$$

$$2\sqrt{3-x} = 2x+2$$

$$\sqrt{3-x} = x+1$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \end{cases}$$

$$3-x = x^2 + 2x + 1$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + 3x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{17}-3}{2} \in \text{ODZ}$$

значит, $(\frac{\sqrt{17}-3}{2}; 18; 0)$ - реш.

2. $\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = -2$

$$\sqrt{x+6} = \sqrt{3-x} - 2 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x+6 = 3-x-4\sqrt{3-x} & (1) \\ \sqrt{3-x} \geq 2 & (2) \end{cases}$$

(1): $4\sqrt{3-x} = 1-2x$

$$\begin{cases} 48-16x = 4x^2 - 4x + 1 & (1a) \\ 1-2x \geq 0 & (2a) \end{cases}$$

(1a): $20x^2 - 4x - 47 = 0$

$$\begin{aligned} D &= 4 + 940 = 944 = (4\sqrt{59})^2 \\ x &= \frac{2 \pm 4\sqrt{59}}{20} = \frac{1 \pm 2\sqrt{59}}{10} \end{aligned}$$

(2): $\sqrt{3-x} \geq 2$

$$x \leq -1$$

(2a): $x \leq \frac{1}{2}$

значит, $x = \frac{1+2\sqrt{59}}{10}$ не подх.

значит, $x = \frac{1-2\sqrt{59}}{10} \in [-6; -1]$.

значит, $(\frac{1-2\sqrt{59}}{10}; 18; 0)$ - реш.

ответ: $(\frac{\sqrt{17}-3}{2}; 18; 0); (\frac{1-2\sqrt{59}}{10}; 18; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $\frac{1}{a-1} \geq -1$ $\frac{1+a}{a-1} \geq 0$ ~~$a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$~~

2. $\frac{1}{a-1} \leq 1$ $\frac{2-a}{a-1} \leq 0$ $\begin{cases} a \geq 2 \\ a \leq 1 \end{cases}$

Следовательно $\begin{cases} a \leq 0 \\ a \geq 2 \end{cases}$ $\begin{cases} \sqrt[3]{1-p} \leq 0 \\ \sqrt[3]{1-p} \geq 2 \end{cases}$ $\begin{cases} p \geq 1 \\ p \leq -7 \end{cases}$

~~$a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$~~

~~$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1}$ Если $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$,
 $x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$~~

~~Ответ: $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$~~

~~$x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$~~

Следовательно $\begin{cases} a \leq 0 \\ a \geq 2 \end{cases}$ $\begin{cases} \sqrt[3]{1-p} \leq 0 \\ \sqrt[3]{1-p} \geq 2 \end{cases}$ $\begin{cases} p \geq 1 \\ p \leq -7 \end{cases}$

$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1}$ Для $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$
 $x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Если $p = -7$, то $\cos x = -1 \Rightarrow x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Если $p = 1$, то $\cos x = 1 \Rightarrow x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Ответ: $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

$p = -7: x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$p = 1: x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty): x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\exists t = \omega s x \in [-1; 1]$. Тогда уравнение

$$p(4t^3 - 3t) + 6(2t^2 - 1) + 3(p+4)t + 10 = 0.$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0$$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0.$$

$$\exists f(t) = pt^3 + 3t^2 + 3t + 1.$$

Как известно, чтобы $f(t)$ имела корни на отрезке $[-1; 1]$. Заметим, что $f(0) = 1$.

I. $p = 0$: $f(t) = 3t^2 + 3t + 1 = 0$. $\Delta = 9 - 12 < 0 \Rightarrow \emptyset$.

II. $p \neq 0$: $f'(t) = 3pt^2 + 6t + 3 = 3(pt^2 + 2t + 1)$.

$$\frac{\Delta}{4} = 1 - p.$$

1. $p \geq 1 \Rightarrow \frac{\Delta}{4} \leq 0 \Rightarrow f'(t) \geq 0 \Rightarrow f(t) \uparrow$ на $[-1; 1]$.

Тогда, чтобы были корни, необходимо и достаточно $f(-1) < 0$.

$$f(t) = (t+1)^3 + pt^3 - t^3$$

$$f(t) = 0 \Leftrightarrow (t+1)^3 = t^3(1-p) \quad | : t^3 \neq 0, \text{ т.к. } f(0) = 1.$$

$$\frac{t+1}{t} = \sqrt[3]{1-p}$$

$$1 + \frac{1}{t} = \sqrt[3]{1-p} \quad t = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \quad (p \neq 0).$$

Необходимо, чтобы $\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \in [-1; 1]$.

$$\exists \sqrt[3]{1-p} = a.$$

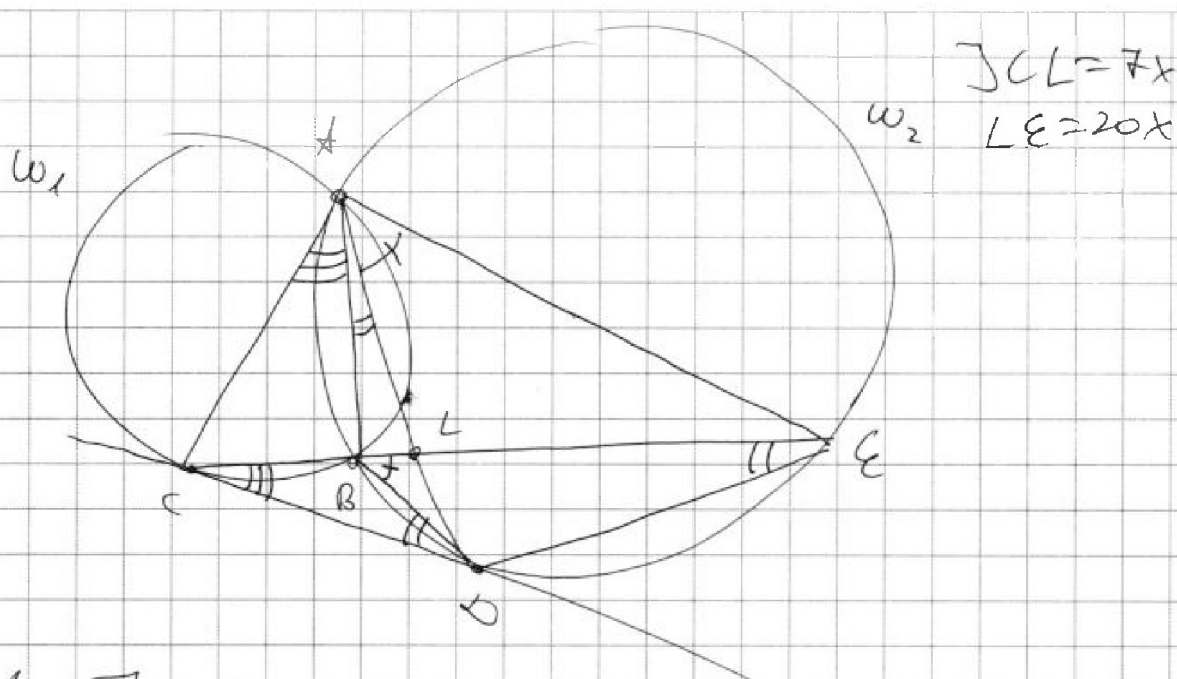


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



из Th об угле между хордой и касательной и Th о вписанном угле:

$$\angle BCD = \angle CAB = \alpha$$

$$\angle BAD = \angle BED = \angle BDC = \beta, \angle ADC = \angle AED$$

$$\angle EBD = \angle EAD = \gamma$$

из Th о вписанном угле в $\triangle CBD$ $\gamma = \alpha + \beta$.

тогда $\angle CAL = \alpha + \beta = \gamma \Rightarrow AL$ - биссектриса $\angle CAE$.

По Th о биссектрисе Δ -ка $\frac{AC}{AE} = \frac{CL}{LE} = \frac{7}{20} \Rightarrow AC = 7y, AE = 20y$.

$\triangle ACD \sim \triangle ADE$ по 2-м углам. Тогда

$$\frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE} = \frac{CD}{DE} \Rightarrow AD^2 = AC \cdot AE = 140y^2$$

$$\frac{CD}{AD} = \frac{AD}{AC} = \frac{2y\sqrt{35}}{7y} = \frac{2\sqrt{35}}{7}$$

ответ: $\frac{2\sqrt{35}}{7}$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A - количество способов раскрасок, симметричных отн-ко центра; B - количество способов, симм. отн-ко большей средней линии; C - количество способов, симм. отн-ко меньшей средней линии.

Пусть вершины пря-ка имеют коор-ты $(0,0)$; $(500,0)$; $(0,120)$; $(500,120)$
любая

1. Любая раскраска, симметричная отн-ко центра, имеет ровно 4 закрашенные клетки в каждой половине пря-ка и однозначно ими задается. Тогда $|A| = C_{500 \cdot 60}^4 = C_{30000}^4$

2. Аналогично для раскрасок, симметричных отн-ко любой средней линии. Тогда $|B| = |C| = |A| = C_{30000}^4$

3. Раскраски, симметричные отн-ко обеих средних линий, однозначно задаются 2-мя закрашенными клетками в любой из четырех пря-ков, на которые делит большую пря-к средняя линия. Тогда $|B \cap C| = C_{250 \cdot 60}^2 = C_{15000}^2$

4. Отн-ко для раскрасок, симм. отн-ко центра и любой из средних линий. Тогда $|A \cap C| = |B \cap C| = |A \cap B| = C_{15000}^2$

5. Заметим, что симметрия отн-ко центра тождественна симметрии отн-ко двух средних линий. Значит, все раскраски из п.3 и 4 симм. отн-ко ср. линиям и центра, т.е.

$$|A \cap B \cap C| = |A \cap B| = C_{15000}^2$$

6. Всего симметричных раскрасок

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| = 3|A| - 2|A \cap B| = 3C_{30000}^4 - 2C_{15000}^2$$

$$\text{Ответ: } 3C_{30000}^4 - 2C_{15000}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$I. (a-c)(b-c) = p^2, p - \text{простое.}$$

т.к. $a < b \Rightarrow a-c < b-c$, то

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \\ a-c=-p^2 \\ b-c=-1 \end{cases}$$

$$I. \begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

$b-c = p^2 - 1 \div 3$. Если $p \div 3$, то $p^2 - 1 \div 3$. Тогда, раз p - простое, то $p=3$.

Тогда $a = c+1$

$b = c+9$

$$a^2 + b = c^2 + 3c + 10 = 1000$$

$$c^2 + 3c - 990 = 0$$

$$\begin{cases} c=30 & (31, 39, 30) \text{ и} \\ c=-33 & (-32, -24, -33) - \text{реш.} \end{cases}$$

$$II. \begin{cases} a-c=-p^2 \\ b-c=-1 \end{cases}$$

$b-a = p^2 - 1$. Аналогично п. I, $p=3$.

$$\begin{cases} a=c-9 \\ b=c-1 \end{cases}$$

$$a^2 + b = c^2 - 17c + 80 = 1000$$

$$c^2 - 17c - 920 = 0$$

$$D = 289 + 3680 = 3969 = 63^2$$

$$c = \frac{17 \pm 63}{2} = \begin{cases} 40 \\ -23 \end{cases}$$

$$(31, 39, 40) \text{ и}$$

$$(31, 39, 40)$$

$$(-32, -24, -23) - \text{реш.}$$

$$(-32, -24, -23) - \text{реш.}$$

Ответ: $(-32, -24, -33), (-32, -24, -23),$

$(31, 39, 30), (31, 39, 40).$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Т.к. $a < b$, то $a - c < b - c$.
Раз $(a - c)(b - c) = p^2$, где p — простое, то

$$\begin{cases} a - c = p \\ b - c = p^2 \end{cases} \quad (\text{или } a - c = -p, \text{ т.к. } a < b - c) \\ \begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases}$$

Тогда $b - a = p^2 - 1 \div 3$
Если $p \div 3$, то $p^2 - 1 \div 3$. Тогда $p \neq 3$.
 $a = c + 1$
 $b = c + p^2$
 $a^2 + b = c^2 + 2c + 1 + c + p^2 = 2c^2 + 20c + 82 = 1000$
 $c^2 + 10c - 459 = 0$
 $D = 484 = 22^2$
 $c = -5 \pm 22 \Rightarrow \begin{cases} a = 18 \\ b = 26 \\ c = 17 \end{cases}$
 $\begin{cases} a = -26 \\ b = -18 \\ c = -27 \end{cases}$

II. $\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases}$ Тогда $b - a = p^2 - 1$ Ак. Кол. I
 $p = 3$
 $b = c - 1$
 $a = c - 9$

$$a^2 + b = c^2 - 18c + 81 + c - 1 = 1000$$

$$2c^2 - 17c - 920 = 0$$

$$D = 289 + 7360 = 7649$$

7649 не является квадратом целого числа $\Rightarrow$ ур-ие $2c^2 - 17c - 920 = 0$ не имеет решений для $c \in \mathbb{Z}$.

~~$(18, 26, 17)$, $(-26, -18, -27)$~~

I. $\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} \Rightarrow b - c = p^2 - 1 \div 3$ Если $p \div 3$, то $p^2 - 1 \div 3$. Значит, $p = 3 \Rightarrow \begin{cases} b = c + 8 \\ a = c + 1 \end{cases}$

$$a^2 + b = c^2 + 3c + 10 = 1000$$

$$c^2 + 3c - 990 = 0$$

$$\begin{cases} c = 33 \\ c = -30 \end{cases} \quad \begin{matrix} (31, 39, 30) \\ (-32, -24, -33) \end{matrix}$$

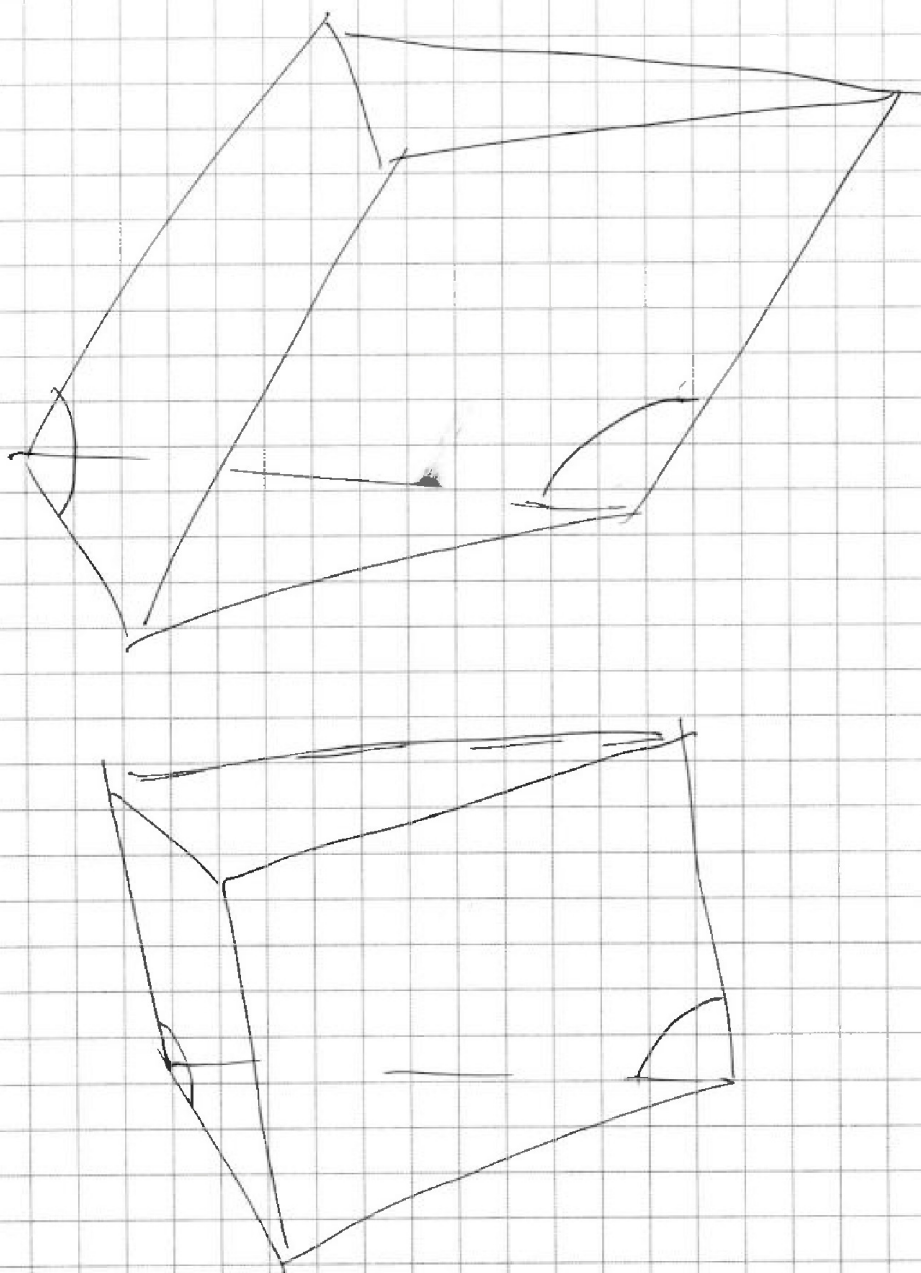


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



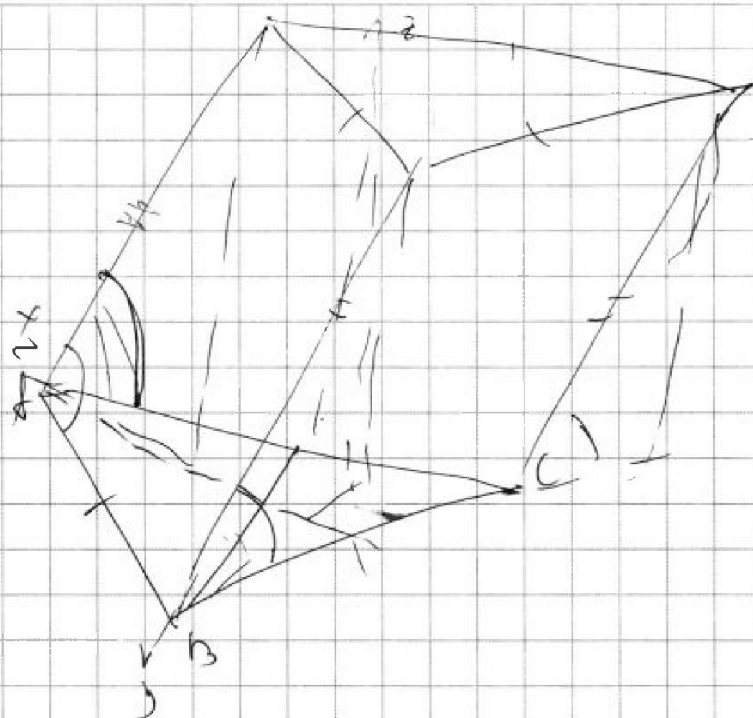


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$q^2 \sqrt{3} = 4$$

$$q = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

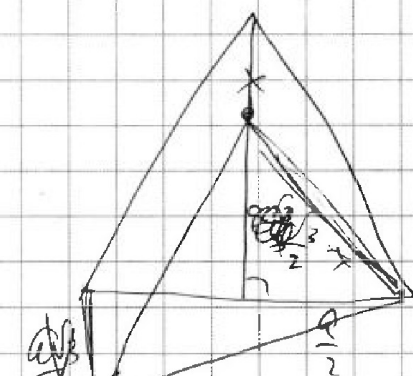
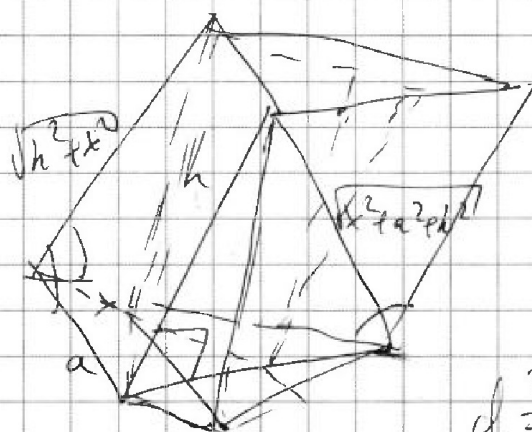
$$A(a'; 0; 0)$$

$$C(1-a'; 0; 0)$$

$$B(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0)$$

$$\vec{e}(x_0; y_0; z_0)$$

$$a\sqrt{h^2 + x^2} \sin \alpha = 6$$



$$d^2 = \frac{a^2}{4} + x^2 + \frac{3a^2}{4}$$

$$+ a x \sqrt{3} =$$

$$= a^2 + x^2 - a x \sqrt{3}$$

$$d_1^2 = a^2 + x^2 + h^2 - a x \sqrt{3}$$

$$\frac{3a^2}{4} + a^2 = \frac{7a^2}{4} \quad \sqrt{x^2 + a^2}$$

$$\sin \beta = 0 \quad \sin \alpha = \frac{6}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{6}{5}$$

$$= \frac{a x \sqrt{3}}{2 a \sqrt{h^2 + x^2}}$$

$$\cos \beta = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} = a, q^9 \quad (25x+34)(3x+2) \geq 0$$

$$a_{12} = q^2 a_{10} = 2-x = a, q^{11}$$

$$a_{18} = a_{10} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = a, q^8$$

$$\frac{a_{18}}{a_{10}} = q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^4(25x+34)}} = \frac{1}{(3x+2)^2} \quad x \leq -1$$

$$x > -\frac{2}{3}: \quad q^2 = \sqrt{3x+2} \quad \frac{(15+11)^2}{2} = 17+22\sqrt{5}$$

$$a_{120} = \sqrt{25x+34} = 2-x \quad x \leq 2$$

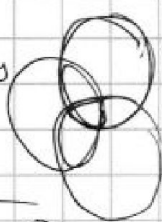
$$25x+34 = x^2 - 4x + 4$$

$$1-2\sqrt{59} \leq -10$$

$$x^2 - 29x + 30 = 0$$

$$11 \leq 2\sqrt{59}$$

$$x < -\frac{34}{25} \approx -1.36$$



$$x > 30$$

$$x = -1$$

$$(x-30)(x+10)$$

$$\frac{a_{18}}{a_{10}} = q^8 = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$q^4 = \frac{1}{2-3x} \quad q^2 = \sqrt{\frac{1}{2-3x}}$$

$$a_{12} = \sqrt{-25x-34} = 2-x \quad x \leq 2$$

$$-20 \leq z \leq 20$$

$$-25x-34 = x^2 - 4x + 4$$

$$-x \leq 6$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$(x+2)(x+19) = 0$$

$$-40 \leq -2z \leq 40$$

$$-34 \leq -x - 2z \leq 46$$

$$x + 2z \leq 3$$

$$z \leq \frac{9}{2}$$

$$\frac{1}{21}$$

$$1-2\sqrt{59} \approx -60$$

$$6432\sqrt{59}$$

$$|y+2| + 2|y-18| \leq 20$$

$$y = 18$$

$$y \in [-2, 18]$$

$$y \geq 18: y+2+2y-36 \leq 20$$

$$3y \leq 18+36$$

$$y \leq 6+12 = 18$$

$$y+2-2y+36 \leq 20$$

$$y \geq 18$$

$$y < -2:$$

$$-y-2-2y+36 \leq 20$$

$$3y \geq 16$$

