

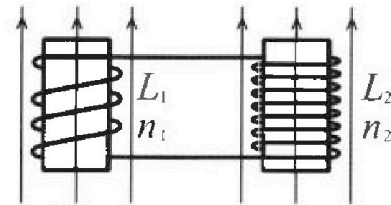
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

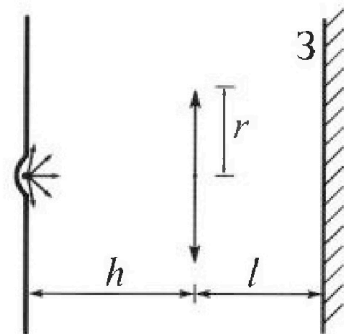


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 9L/4$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 3n/2$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $3B_0/4$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $4B_0$ до $8B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 2h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 4$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = h/2$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

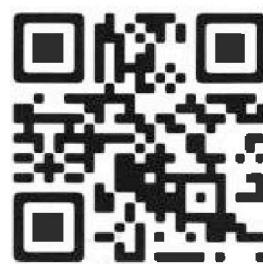
Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



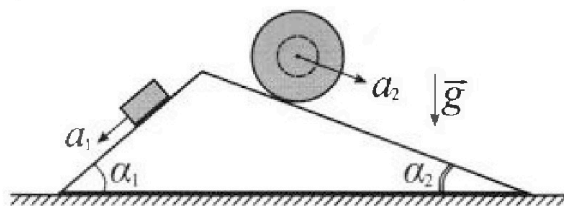
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



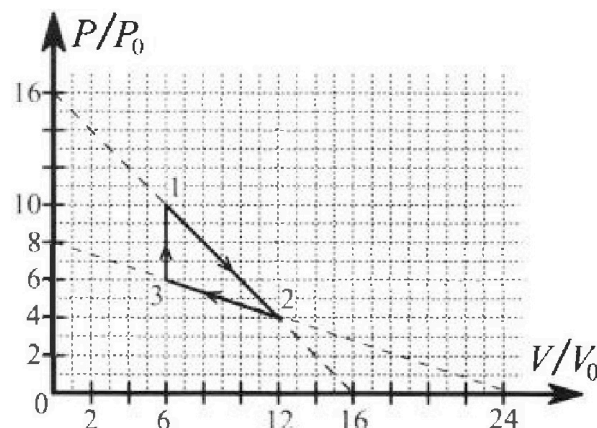
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $9m/4$ с ускорением $a_2 = 8g/27$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 8/17$, $\cos \alpha_2 = 15/17$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

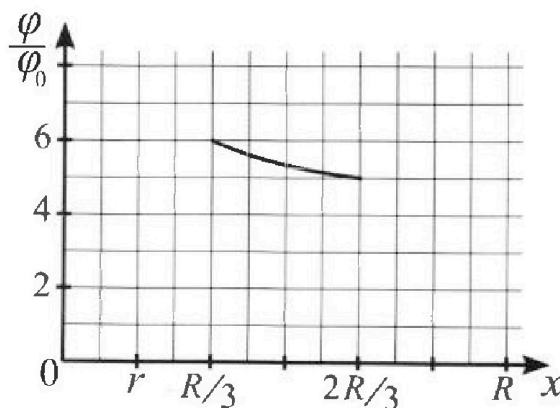
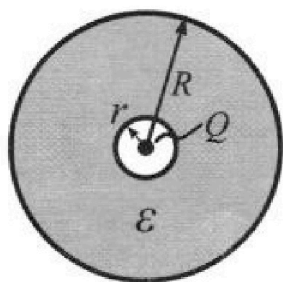


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 11R/12$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .

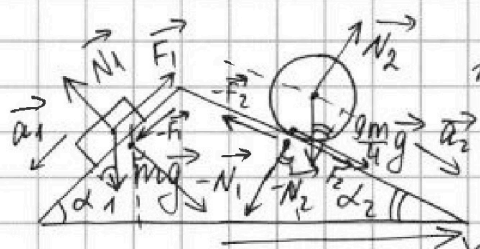




1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1). Запишем II З-н Ньютона для блока:

$$\vec{N}_1 + \vec{F}_1 + m\vec{g} = m\vec{a}_1$$

($\vec{N}_1$ - сила реакц. опоры, действ. на брусок)

Спроецируем на ось ось Ox_1 , сонапр. со второй стороной клина и Oy_1 , $\perp$ ей:

$$Ox_1: ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1 \quad (1)$$

$$Oy_1: 0 = N_1 - mg \cos \alpha_1 \Rightarrow N_1 = mg \cos \alpha_1$$

$$Oy_1(1): F_1 = mg \sin \alpha_1 - ma_1$$

$$F_1 = mg \cdot \frac{3}{5} - mg \cdot \frac{5}{17} = mg \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{17} \right) = mg \left(\frac{3 \cdot 17 - 25}{85} \right) = \frac{26}{85} mg$$

2). II З-н для шара (ось Ox_2 сонапр. со второй стороной клина, $Oy_2 \perp$ ей)

$$\vec{N}_2 + \frac{9m}{4}\vec{g} + \vec{F}_2 = \frac{9m}{4}\vec{a}_2 \quad (\vec{N}_2 - \text{сила реакц. оп., действ. на шар})$$

$$Oy_2: 0 = N_2 - \frac{9m}{4}g \cos \alpha_2 \Rightarrow N_2 = \frac{9m}{4}g \cos \alpha_2$$

$$Ox_2: \frac{9}{4}ma_2 = F_2 + \frac{9}{4}mg \sin \alpha_2$$

$$F_2 = \frac{9}{4}m(a_2 - g \sin \alpha_2)$$

$$F_2 = \frac{9}{4}m \left(\frac{88}{27} - \frac{9 \cdot 8}{17} \right) = \frac{9}{4}mg \left(\frac{8 \cdot 17 - 8 \cdot 27}{27 \cdot 17} \right) =$$

$$= \frac{9}{4}mg \frac{28 \cdot (-10)}{27 \cdot 17} = -\frac{20}{51}mg \quad (\text{минус означает, что сила направл. в противополож. сторону телу})$$

направленно, ком. укажем на рисунке)

$$-\vec{F}_1 - \vec{F}_2$$

3). II ЗН для клина: $-\vec{N}_1 + (-\vec{N}_2) + \vec{F}_3 = \vec{0} \quad (2)$

(По III З-ну Ньютона, сила ском. брусок (шар) действ. на клин равна по модулю и противоположна по напр. той, с кот. клин



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

действует на брусок.
Проецируем (2) на горизонт. ось Ox .

$$-N_2 \sin \alpha_2 + N_1 \sin \alpha_1 + F_3 = 0$$

$$F_3 = N_2 \sin \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1 = -mg \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 + \frac{9}{4} mg \cos \alpha_2 \sin \alpha_2$$

$$F_3 = mg \left(\frac{9}{4} \cos \alpha_2 \sin \alpha_2 - \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 \right)$$

$$F_3 = mg \left(\frac{9}{4} \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{8}{17} - \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} \right) = mg \left(\frac{18 \cdot 15}{17^2} - \frac{12}{25} \right) =$$

$$= mg \left(\frac{18 \cdot 15 \cdot 25 - 12 \cdot 17 \cdot 17}{17^2 \cdot 25} \right) =$$

$\begin{array}{r} \times 18 \\ 15 \\ \hline + 90 \\ 18 \\ \hline 270 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 270 \\ 25 \\ \hline + 135 \\ 54 \\ \hline 6750 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 17 \\ 17 \\ \hline + 119 \\ 17 \\ \hline 289 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 289 \\ 12 \\ \hline + 578 \\ 289 \\ \hline 3468 \end{array}$	$\begin{array}{r} - 6750 \\ 3468 \\ \hline 3282 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 285 \\ 25 \\ \hline + 1425 \\ 570 \\ \hline 7125 \end{array}$
---	--	--	---	--	--

$$= mg \left(\frac{6750 - 3468}{17^2 \cdot 25} \right) = \frac{3282}{289 \cdot 25} mg = \frac{3282}{7125} mg$$

Ответ: 1). $F_1 = \frac{26}{85} mg$ 2). $\frac{20}{51} mg = F_2$
3). $F_3 = \frac{3282}{7125} mg$

$$-N_2 \sin \alpha_2 + N_1 \sin \alpha_1 + F_3 + F_2 \cos \alpha_2 - F_1 \cos \alpha_1 = 0$$

$$F_3 = F_1 \cos \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - F_2 \cos \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1 =$$

$$= mg \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 - ma_1 \cos \alpha_1 + \frac{9}{4} mg \cos \alpha_2 \sin \alpha_2 -$$

$$- \frac{9}{4} mg \cos \alpha_2 \sin \alpha_2 + \frac{9}{4} ma_2 \cos \alpha_2 - mg \cos \alpha_1 \sin \alpha_1$$

$$F_3 = \frac{9}{4} ma_2 \cos \alpha_2 - ma_1 \cos \alpha_1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} T.O. \quad F_3 &= \frac{8}{4} m \cdot \frac{22}{27} g \cdot \frac{15}{17} - m \cdot \frac{59}{17} \cdot \frac{4}{5} = \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{185}{17} mg - \frac{4}{17} mg = \frac{10-4}{17} mg = \frac{6}{17} mg \end{aligned}$$

Ответ: 1). $F_1 = \frac{26}{85} mg$; 2). $F_2 = \frac{20}{51} mg$

3). $F_3 = \frac{6}{17} mg$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1). Работа газа за цикле ищется как площадь под графиком, описывающим графиком цикла в осях $p-V$. Она положительна (т.к. цикл идет по часовой стрелке) (А - работа газа за цикл)

$$A = \frac{1}{2} \cdot 6V_0 \cdot 4p_0 = 12p_0V_0 \quad (\text{т.к. в задаче дан график от безразмерных величин } p/p_0 \text{ и } V/V_0 \text{ нужно дать площадь на } p_0 \text{ и } V_0)$$

Газ одноатомный $\Rightarrow u = \frac{3}{2} \nu R T$
(u - в.м. газа, ν - кол-во в.м. в.м., T - абс. темп., R - ун.в. газ. пост.)

$$|\Delta u_{12}| = \left| \frac{3}{2} \nu R T_2 - \frac{3}{2} \nu R T_1 \right|$$

По закону Заммем ур-е Менд.-Клайпер. где газ в (1), 2 и 3.
(p_i, V_i, T_i - парам. газа в (1), 2, 3)

$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$p_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$p_3 V_3 = \nu R T_3 \quad (3)$$

Из графика: $p_1 = 10p_0$ $V_1 = 6V_0$
 $p_2 = 4p_0$ $V_2 = 12V_0$

$$\text{т.о. } |\Delta u_{12}| = \frac{3}{2} |p_2 V_2 - p_1 V_1| = \frac{3}{2} |48p_0V_0 - 60p_0V_0| = \frac{3}{2} \cdot 12p_0V_0 = 18p_0V_0$$

$$\frac{|\Delta u_{12}|}{A} = \frac{18p_0V_0}{12p_0V_0} = \frac{3}{2}$$

2). Из (3): $T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R}$

Из графика $p_3 = 6p_0$ $V_3 = 6V_0$

$$T_3 = \frac{36p_0V_0}{\nu R}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В процессе $1 \rightarrow 2$ зависимость давления от объема линейна и задается уравнением:

$p(V) = 16p_0 - \frac{p_0}{V_0}V$. Подставим эту завис. в ур-е Менд.-Клап.:

$$(16p_0 - \frac{p_0}{V_0}V)V = \nu RT = f(V)$$

$f(V) = 16p_0V - \frac{p_0}{V_0}V^2$ Найдем ($\cdot$) max

$$V_{\max} = \frac{-16p_0}{-2\frac{p_0}{V_0}} = 8V_0 \quad \text{(кварт. ф-ция ее вершины параболы)}$$

($V_{\max}$ - объем в проц-е $1 \rightarrow 2$, при кот. дост. max температура $T_{\max}$)

$$T_{\max} = \frac{f(V_{\max})}{\nu R} = \frac{16p_0 \cdot 8V_0 - p_0 \cdot 64V_0}{\nu R} =$$

$$= \frac{p_0 V_0}{\nu R} (128 - 64) = \frac{64 p_0 V_0}{\nu R}$$

$$T.O. \quad \frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{64 p_0 V_0 / \nu R}{36 p_0 V_0 / \nu R} = \frac{64}{36} = \frac{16}{9}$$

3). $\eta = \frac{A}{Q_+}$ (где Q_+ - кол-во теплоты, перед. газу за цикл) $Q_2 = \Delta U_2 + A$
 $p_0 \rightarrow$ Кат. Трнзбдн. $\Delta U = A + Q_2 = 0$
 (вел. с широк. Σ -сумм. за цикл)
 $A = -Q_2$

Найдем, где газ получает тепло:

в проц-е $3 \rightarrow 1$ газ работы не соверш., а его Т растёт. Значит, он получ. тепло

$$Q_{31} = \Delta U_{31} = \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_3 V_3) =$$

$$= \frac{3}{2}(60 p_0 V_0 - 36 p_0 V_0) = \frac{3}{2} \cdot 24 p_0 V_0 = 36 p_0 V_0$$

В процессе $1 \rightarrow 2$ найдем ($\cdot$) K в которой теплоемкость обращается в ноль.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p(V) = 16p_0 - \frac{p_0}{V_0} V \quad dp = -\frac{p_0}{V_0} dV$$

$$\delta Q = dU + \delta A$$

$$C_V dT = \frac{3}{2} n R dT + p dV = 0 \Rightarrow \frac{3}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp + p dV_0$$

$$\frac{3}{2} \left(1 + \frac{5}{2} \left(16p_0 - \frac{p_0 V^*}{V_0} \right) dV + \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{p_0}{V_0} V^* \right) dV = 0 \right.$$

$$\frac{5}{2} \cdot 16p_0 - \frac{5}{2} \frac{p_0}{V_0} V^* = \frac{3}{2} \frac{p_0}{V_0} V^*$$

$$\frac{5}{2} \cdot 16p_0 = 4 \frac{p_0}{V_0} V^* \Rightarrow V^* = \frac{5 \cdot 16}{2 \cdot 4} V_0 = 10V_0$$

V^* - объём, до которого газ получ. тепло.

$$T.O. \quad Q_{1K} = \Delta U_{1K} + A_{1K}$$

$$A_{1K} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (10 + 6) p_0 V_0 = 32 p_0 V_0$$

$$\Delta U_{1K} = \frac{3}{2} (6p_0 \cdot 10V_0 - 6p_0 V_0) = 0$$

$$Q_{1K} = 32 p_0 V_0$$

Аналогично где крас-а 2-73:

$$p(V) = 8p_0 - \frac{8p_0}{3V_0} V^{**} \quad dp = -\frac{8p_0}{3V_0} dV$$

$$\frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp = 0 \quad (V^{**} - \text{объём до к-го газ отдаёт тепло})$$

$$\frac{5}{2} \left(8p_0 - \frac{8p_0}{3V_0} V \right) dV + \frac{3}{2} \left(-\frac{8p_0}{3V_0} \right) dV = 0$$

$$20p_0 - \frac{5}{6} \frac{8p_0}{V_0} V = \frac{8p_0}{3V_0} \Rightarrow \frac{8}{6} \frac{p_0}{V_0} V^{**} = 20p_0$$

$$V^{**} = \frac{5 \cdot 20 p_0 \cdot 3 V_0}{2 \cdot 8 p_0} = 15 p_0 V_0 \Rightarrow \text{газ на всём участке отдаёт тепло}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23} = -\frac{1}{2} \cdot 6 V_0 10 p_0 + \frac{3}{2} (36 p_0 V_0 - 48 p_0 V_0) = -30 p_0 V_0 - 18 p_0 V_0$$

$$\text{т.о. } Q_+ = Q_{31} + Q_{1к} = 36 p_0 V_0 + 32 p_0 V_0 = 68 p_0 V_0$$

$$\eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{12 p_0 V_0}{68 p_0 V_0} = \frac{6}{34} = \frac{3}{17}$$

$$\text{Ответ: 1) } \frac{|\Delta U_{12}|}{A} = \frac{3}{2} \quad 2) \frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{16}{9}$$

$$3) \eta = \frac{3}{17}$$



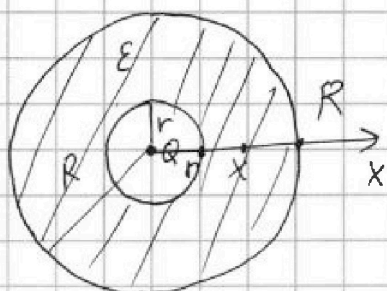
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1). $\varphi + \varphi = \frac{kq}{\epsilon r}$ - где точ. зар. на расст. r от зар. в диэлектрике

При $x < r$:

$$\varphi(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x}$$

При $x \in [r; R]$:

$$\varphi(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{r} \right)$$

(где произв. x из указ. диам.)
(первое слагаемое - потенциал на внутр. пов.-и зар. r. второе - разность потенциалов внутри диам. и (·) на внутр. пов.-и)

$$\text{т.о. } \varphi(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \left(1 - \frac{1}{\epsilon} \right) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x}$$

При $x = \frac{1+R}{12}$: $\varphi(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \frac{\epsilon-1}{\epsilon} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{12}{11} \frac{Q}{R}$

$$\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \frac{\epsilon-1}{\epsilon} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3Q}{R} = 6\varphi_0 \text{ (из граф.)}$$

$$\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \frac{\epsilon-1}{\epsilon} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3Q}{2R} = 5\varphi_0$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{3Q}{R} - \frac{3Q}{2R} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3Q}{2R}$$

Также из графика: $r = \frac{6}{R}$

$$\Rightarrow \varphi\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{6Q(\epsilon-1)}{R\epsilon} + \frac{3Q}{R\epsilon} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{6Q\epsilon-3Q}{R\epsilon}$$

$$\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{6Q}{R} \frac{\epsilon-1}{\epsilon} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3Q}{2R\epsilon} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{6Q(\epsilon-1)}{R\epsilon} + \frac{3Q}{2R\epsilon} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{12Q\epsilon-12Q+3Q}{2R\epsilon} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{12Q\epsilon-9Q}{2R\epsilon}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\varphi(R/3)}{\varphi(2R/3)} = \frac{6}{5} = \frac{(6QE-3Q)2RQ}{RQ(12QE-9Q)} \Rightarrow$$

$$\frac{(6E-3) \cdot 2}{12E-9} = \frac{6}{5} \Leftrightarrow \frac{3(2E-1) \cdot 2}{3(4E-3)} = \frac{6}{5} \Leftrightarrow$$

$$10(2E-1) = 6(4E-3) \Leftrightarrow$$

$$20E - 10 = 24E - 18 \Leftrightarrow 8 = 4E \Leftrightarrow E = 2$$

Ответ: 1). $\varphi(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{r} \frac{E-1}{E} + \frac{Q}{Ex} \right) =$
 $= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \frac{E-1}{E} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{12Q}{11R}$

2). $E = 2$

Заметим, что $\varphi(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{6Q}{R} \frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{6Q}{11R} =$
 $= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{3Q}{R} + \frac{3Q}{22R} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} \left(\frac{66+3}{22} \right) = \frac{kQ}{R} \frac{69}{22}$

т.е. $\varphi(x) = A \varphi\left(\frac{R}{3}\right) = 6\varphi_0 = \frac{kQ}{R} \frac{9}{2} \Rightarrow \varphi_0 = 27 \frac{kQ}{R}$

и $\varphi(x) = \frac{\varphi_0}{27} \cdot \frac{69}{22}$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1). Согласно 3-му
Кирхгофскому

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 \approx 0$$

(т.к. по условию

можно пренебречь омическими сопротив-
лениями).

$$\text{т.е. } \mathcal{E}_1 = -\mathcal{E}_2$$

по закону Фарадея

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt}$$

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt}$$

в одной стороне, где катушки
 $\Phi = LI$ (L — индукт., I — ток)

в другой, $\Phi = B \cdot S \cdot N$ (B — инд. внеш. мп,
 S — площ. витка,
 N — кол-во витков)

$$\frac{d\Phi_1}{dt} = N_1 S \cdot \frac{dB_1}{dt} = -N_1 S \alpha$$

$$|-N_1 S \alpha| = |L_1 \frac{dI}{dt}| \Rightarrow \left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{N_1 S \alpha}{L_1}$$

2). В любой & мом. вр. справедливо:

$$\mathcal{E}_1 = -\mathcal{E}_2 \Rightarrow -\frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{d\Phi_2}{dt}, \text{ где } \Phi_1 \text{ и } \Phi_2$$

вспомогательные потоки
через катушки 1 и 2
(B_1 и B_2 — внеш. мп, про-
м. катушки 1 и 2)

$$\Phi_1 = L_1 I + B_1 S N_1$$

$$\Phi_2 = L_2 I + B_2 S N_2$$

$$L_1 \frac{dI}{dt} + \frac{dB_1}{dt} S N_1 = -L_2 \frac{dI}{dt} - \frac{dB_2}{dt} S N_2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} = -S \left(\frac{dB_1}{dt} n_1 + \frac{dB_2}{dt} n_2 \right)$$

Перейдем к конечным приращением:

$$|(L_1 + L_2) \Delta I| = |S (\Delta B_1 \cdot n_1 + \Delta B_2 \cdot n_2)|$$

$$\Delta I = I - I_0. \text{ По условию } I_0 = 0$$

$$|\Delta B_1| = \frac{B_0}{4} \quad |\Delta B_2| = \left(4 - \frac{8}{3}\right) B_0 = \frac{4}{3} B_0$$

$$\Rightarrow (L_1 + L_2) I = S \left(\frac{B_0}{4} \cdot n + \frac{4}{3} B_0 \cdot \frac{3}{2} n \right)$$

$$I = \frac{\frac{9}{4} B_0 n S}{\left(1 + \frac{9}{4}\right) L} = \frac{\frac{9}{4} B_0 n S}{13 L} \cdot 4 = \frac{9}{13} \frac{B_0 n S}{L}$$

Ответ:

$$1). \left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{n S \alpha}{L}$$

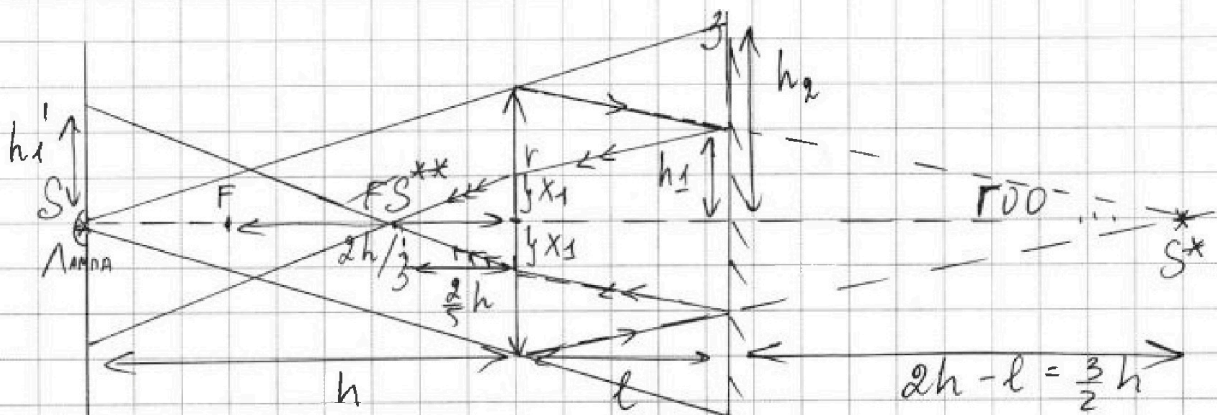
$$2). I = \frac{9}{13} \frac{B_0 n S}{L}$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



- 1). По ф-ле тонкой линзы найдем, где будет расш. изобр. лампы в линзе (очев., оно на ГОО) (расст. от нее го $\frac{h-F}{F}$ линзы)

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{h-F}{Fh} \quad (S^* - \text{изобр. лампы в линзе})$$

$$f = \frac{Fh}{h-F} = \frac{h \cdot \frac{2h}{3}}{h - \frac{2h}{3}} = \frac{\frac{2}{3} h^2}{\frac{h}{3}} = 2h$$

Крайние лучи, прох. через линзу будут продолжаться так, чтобы пройти через S^* . Лучи, не прох. через линзу будут преломляться т.о. чтобы точка изображения находилась с вын. и вын. радиусами h_1 и h_2 .

$$\frac{h_1}{r} = \frac{2h-l}{2h} \Rightarrow h_1 = \frac{\frac{3}{2} h}{2h} \cdot r = \frac{3}{4} r, \quad h_1 = 3 \text{ см}$$

$$\frac{h_2}{r} = \frac{h+l}{h} \Rightarrow h_2 = \frac{\frac{3}{2} h}{h} \cdot r = \frac{3}{2} r \Rightarrow h_2 = 6 \text{ см}$$

$$\text{Т.О. } S_{\text{неосв. кольца}} = \pi(h_2^2 - h_1^2) = \pi(36 - 9) \text{ см}^2 = 27\pi \text{ см}^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- 2) После отражения в зеркале к мише пойдёт сходящийся пучок лучей, что эквивалентно параллельному пучку лучей, находящемуся на расстоянии $2h - 2l = 2h - h = h$ за мишей. Это свойство будет равносильно расходу f^* от миши. (оборачиваем его s^{**})

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f^*} \Rightarrow \frac{1}{f^*} = \frac{1}{F} + \frac{1}{h} = \frac{h+F}{Fh}$$

$$f^* = \frac{Fh}{h+F} = \frac{\frac{2h}{3} \cdot h}{h + \frac{2h}{3}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} h = \frac{2}{5} h$$

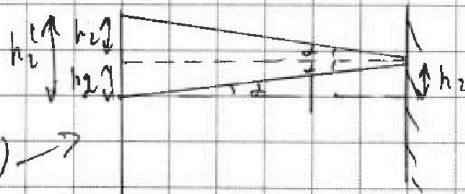
h_1' - радиус освещ. пятна света от s^{**}

h_2' - радиус теневого пятна, куда после конусного луча, не прошедшего через мишу.

$$\frac{h_1'}{x_1} = \frac{3}{2} \Rightarrow h_1' = \frac{3}{2} x_1, \text{ где } \frac{x_1}{h_1} = \frac{h}{h+l} \Rightarrow x_1 = \frac{h \cdot h_1}{\frac{3}{2} h}$$

$$x_1 = \frac{2}{3} h_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} r = \frac{r}{2} \Rightarrow x_1 = 2 \text{ см}$$

$$\Rightarrow h_1' = 3 \text{ см}$$



$$h_2' = 2h_1' = 6 \text{ см (см. рис)} \rightarrow$$

$$S_{\text{осв. кольца}} = \pi (h_2'^2 - h_1'^2) = \pi (36 - 9) \text{ см}^2 = 27\pi \text{ см}^2$$

$$\text{Ответ: 1). } 27\pi \text{ см}^2$$

$$2). 135\pi \text{ см}^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

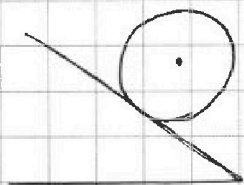
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$v = \omega r$$