



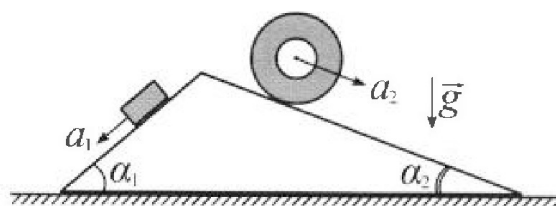
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

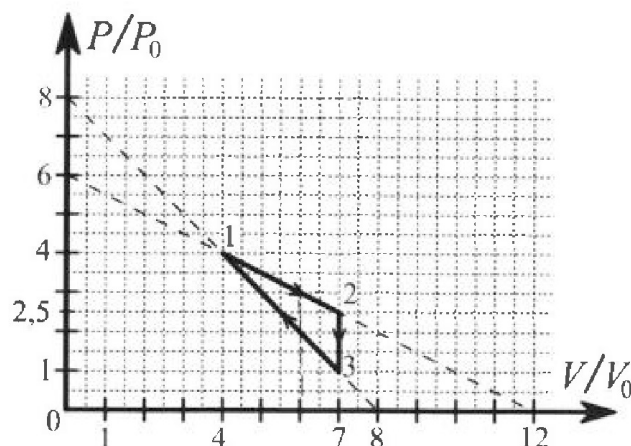


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

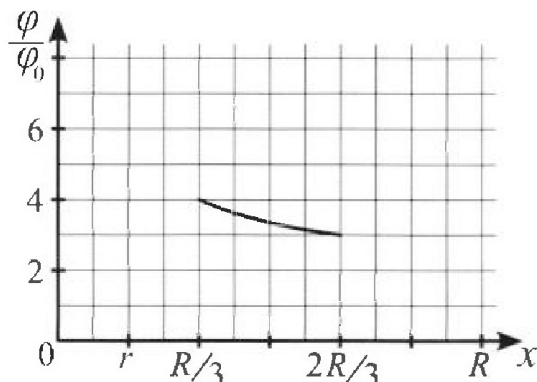
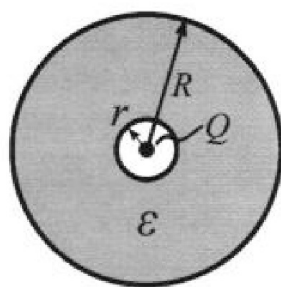
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





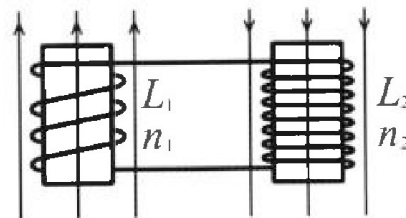
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

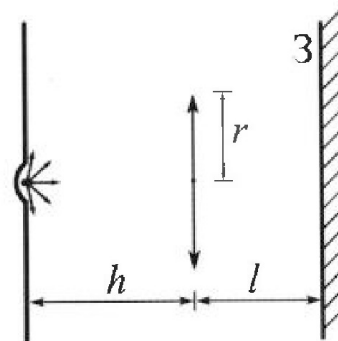


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало. 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

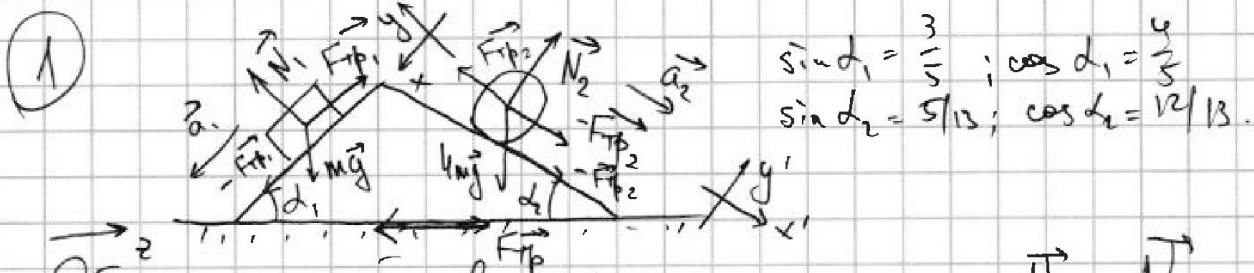
Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Обозначим действующие на тела силы. $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$ - силы реакции опоры, $\vec{F}_{tr1}$ и $\vec{F}_{tr2}$ - силы трения, действующие на данные тела (брусок и цилиндр).

~~Сила трения, действующая на цилиндр, направлена вниз по касат. к л.т. (т.е. цилиндр катится).~~

1) $\vec{N}_1 + m\vec{g} + \vec{F}_{tr1} = m\vec{a}$ (II З.Н. для бруска)

В проекциях на Ox , Oy :

$$N_1 = mg \cos \alpha_1$$

$$-F_{tr1} + mg \sin \alpha_1 = ma, (1) \text{ Также } F_{tr} = \mu N \text{ (коэф. трения } \mu)$$

$$\text{Из (1)} F_{tr1} = -m(a_1 - g \sin \alpha_1) = -m\left(\frac{5g}{13} - \frac{3g}{5}\right) = m\left(\frac{3g}{5} - \frac{5g}{13}\right) =$$

$$= m\left(\frac{39}{65}g - \frac{25}{65}g\right) = \frac{14}{65}mg.$$

2) $\vec{N}_2 + 4m\vec{g} + \vec{F}_{tr2} = 4m\vec{a}_2$ (II З.Н. для цилиндра)

В проекциях на Ox' , Oy' :

$$N_2 = 4mg \cos \alpha_2$$

$$-F_{tr2} + 4mg \sin \alpha_2 = 4ma_2 \Rightarrow F_{tr2} = 4m(g \sin \alpha_2 - a_2) =$$

$$= 4m\left(\frac{5}{13}g - \frac{5}{24}g\right) = m\left(\frac{20}{13}g - \frac{5}{6}g\right) = mg\left(\frac{120}{78} - \frac{65}{78}\right) = \frac{55}{78}mg.$$

3) По III З.Н. на клин действуют силы трения со стороны брусков, направл. противоположно силам трения, действ. со стороны клина.

Т.о. $-F_{tr1,2} - F_{tr2,2} + F_{tr2} = 0$ (Клин покоится)

$$F_{tr2} = F_{tr1,2} + F_{tr2,2} = F_{tr1} \cos \alpha_1 + F_{tr2} \cos \alpha_2$$

$$= \frac{14}{65}mg \cdot \frac{4}{5} + \frac{55}{78}mg \cdot \frac{12}{13} = \frac{56}{325}mg + \frac{660}{1014}mg = \frac{56}{325} + \frac{330}{507}mg = \frac{56}{325} + \frac{110}{169}mg$$

$$= \frac{56}{13 \cdot 25}mg + \frac{110}{13^2}mg = \frac{56 \cdot 13}{65^2}mg + \frac{110 \cdot 25}{65^2}mg =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{56 \cdot 13 + 110 \cdot 25}{65^2} \text{ мг} = \frac{728 + 2750}{65^2} \text{ мг} = \frac{3478}{4225} \text{ мг}.$$

Ответ: 1) $\frac{14}{65} \text{ мг}$; 2) $\frac{55}{78} \text{ мг}$; 3) $\frac{3478}{4225} \text{ мг}$.

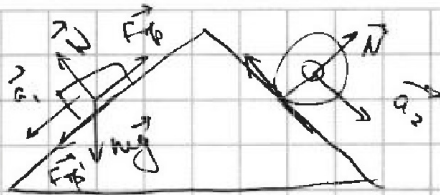


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{3g}{5} - \frac{5g}{13} = \frac{39}{65}g - \frac{25}{65}g = \frac{14}{65}g$$

$$4m(a_2 - g \sin \alpha_2) = \left(\frac{5g}{24} - \frac{5g}{13}\right)$$

$$4mg \sin \alpha_2 = m \frac{20}{13}g = 4m \cdot \frac{5g}{13}$$

$$\begin{array}{r} \times 55 \\ 12 \\ \hline 110 \\ + 55 \\ \hline 660 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 78 \\ 13 \\ \hline 1234 \\ + 78 \\ \hline 1014 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1014 \overline{) 2} \\ 2028 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 56 \\ 13 \\ \hline 168 \\ + 56 \\ \hline 728 \\ \times 25 \\ 110 \\ \hline 25 \\ + 25 \\ \hline 2750 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 325 \overline{) 5} \\ 65 \overline{) 5} \\ 13 \overline{) 13} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 325 \overline{) 5} \\ 325 \overline{) 5} \\ 25 \overline{) 65} \end{array}$$

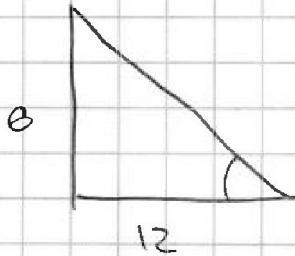
$$169 = 13^2$$

$$\begin{array}{r} + 2750 \\ 728 \\ \hline 3478 \end{array}$$

$$13 \cdot 5 = 5$$

$$\begin{array}{r} \times 65 \\ 65 \\ \hline 325 \\ + 350 \\ \hline 4225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 78 \overline{) 3} \\ 6 \overline{) 26} \\ 18 \overline{) 18} \\ 12 \overline{) 12} \\ 0 \end{array}$$



$$\frac{1}{g} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$
$$6p_0 - \frac{1}{2}p_0 \frac{V}{V_0}$$

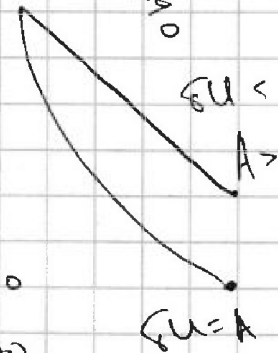
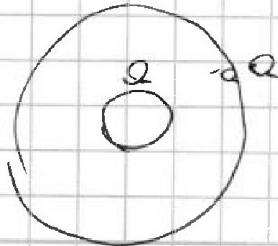
$$6p_0 - \frac{1}{2}p_0 \cdot 4 = 4p_0$$

$$6p_0 - \frac{1}{2}p_0 \cdot 7 = 2.5p_0$$

$$\varphi = \frac{k}{\epsilon} \cdot \frac{3Q}{R}$$

$$\varphi = \frac{kQ}{\epsilon x}$$

$$p dV = \frac{3}{2} p dV$$

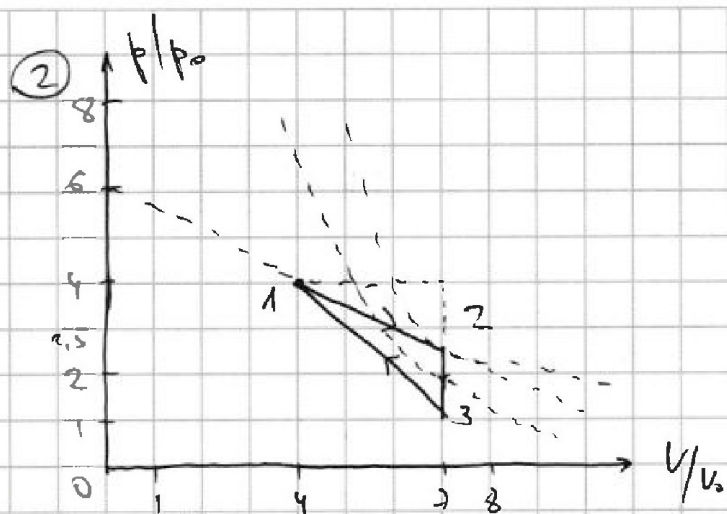




На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Посчитаем работу газа за цикл.

$A = S(\Delta 123)$ (но с в-ву работы на графике)

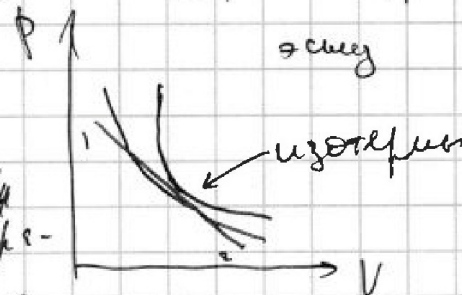
$$A = \frac{1}{2} \cdot 3V_0 \cdot \frac{3}{2}P_0 = \frac{9}{4}P_0V_0$$

$\Delta U_{21} = \frac{3}{2} \Delta RT_{21}$ (газ одноатомный) - внутр. энергия (кпр.е)

$PV = \Delta RT$ - ур-е М-к. Процесс 2-3 изохорный, поэтому

$$\Delta pV = \Delta RT_{23} \Rightarrow |\Delta U_{23}| = \left| \frac{3}{2} \Delta pV \right| = \left| \frac{3}{2} \cdot 7V_0 \cdot \frac{3}{2}P_0 \right| = 7 \cdot \frac{9}{4}P_0V_0$$

т.е. $\frac{|\Delta U_{23}|}{A} = \frac{7 \cdot \frac{9}{4}P_0V_0}{\frac{9}{4}P_0V_0} = 7.$



2) Рассмотрим процесс 12.

Изотермы пересекают график этого процесса, макс. температура - когда изотерма касается графика (чем больше T , тем "выше" изотерма, и сдвигаясь постепенно переходит в касательную).

Изотерма имеет ф-ю $p(V) = \frac{\Delta RT}{V}$, T - темп., которой соотв. эта изотерма; сл-е из ур-я М-к.

Функция процесса 1-2: $p_2(V) = 6P_0 - \frac{1}{2}P_0 \frac{V}{V_0}$ (из графика знаем $\tan$ угла наклона, он равен $-\frac{1}{2}$).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продифференцир. ф-ю $p(V)$: $p'(V) = -\frac{\partial RT_0}{V^2}$
 V_p - касат. к $p(V)$ в точке V_x :

$$p = -\frac{\partial RT_0}{V_x^2}(V - V_x) + p(V_x) = -\frac{\partial RT_0}{V_x^2}V + \frac{\partial RT_0 V_x}{V_x^2} + \frac{\partial RT_0}{V_x}$$

$$= -\frac{\partial RT_0}{V_x^2}V + 2\frac{\partial RT_0}{V_x}$$

Чтобы касат. совпадала с $p_{12}(V)$:

$$\begin{cases} -\frac{\partial RT_0}{V_x^2} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} \\ 2\frac{\partial RT_0}{V_x} = 6p_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial RT_0}{V_x^2} = \frac{1}{2} p_0 V_0 \\ p_0 = \frac{\partial RT_0}{3V_x} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial RT_0}{V_x^2} = \frac{1}{6} \cdot \frac{\partial RT_0}{V_0} \Rightarrow V_x = 6V_0$$

Т.е. темп. газа максимальна, когда объём равен $6V_0$.

В сост. 1: $4p_0, 4V_0, T$; в сост. 2: $3p_0, 6V_0, T_0$

Значит из ф-лы для уд. газа при $V = \text{const}$: $\frac{4p_0 \cdot 4V_0}{T} = \frac{3p_0 \cdot 6V_0}{T_0}$

$$\Rightarrow \frac{T_0}{T} = \frac{18p_0 V_0}{16p_0 V_0} = \frac{9}{8}$$

$$3) \eta_{\text{цикла}} = \frac{A}{Q_{\text{пр.}}} \quad A = \frac{9}{4} p_0 V_0 \text{ (см. пункт 1)}$$

Газ ~~получает тепло~~ $\Leftrightarrow \delta Q = A + \delta U$ для каждого процесса.

В процессе 23: $\delta Q = A + \delta U < 0 \Rightarrow$ тепло ~~отводится~~ от газа

В процессе 12: после прохождения точки с макс. T тепло ~~начинает отводиться~~ от газа, а газ ~~начинает соверш.~~ работу за счёт уменьшения U
 (работа $p dV$, $\delta U = \frac{3}{2} p dV$ на малом участке, больше, чем A).

Т.е. тепло ~~отводится~~ только до T_0 (точки с такой T)

$$\delta Q = \underbrace{\left(\frac{3p_0 + 4p_0}{2} \right) 3V_0}_{=A} + \frac{3}{2} (18p_0 V_0 - 16p_0 V_0) = \frac{21}{2} p_0 V_0 + 3p_0 V_0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

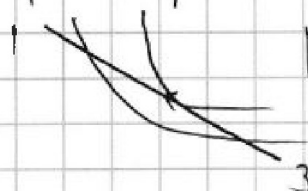
1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{27}{2} p_0 V_0.$$

Рассмотрим процесс 31.



Покажем $T \uparrow \Rightarrow U \uparrow$, $A < 0$
Потом, после макс. T ,
 $U \downarrow$, $A < 0$

Т.е. до макс. $T = T'$ тепло подводится, после - отводится.

$$p(V) = \frac{\partial RT}{V} - \text{изотермы}$$

$$p = -\frac{\partial RT}{V^2} V + 2 \frac{\partial RT}{V_x} - \text{касат. в точке } V_x \text{ (ср. пункт 2)}$$

$$p_{31}(V) = 8p_0 - p_0 \frac{V}{V_0} \text{ (процесс 31 из графика)}$$

$$\text{Т.е. } \begin{cases} \frac{\partial RT}{V_x^2} = 1 \cdot \frac{p_0}{V_0} \\ 2 \frac{\partial RT}{V_x} = 8p_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial RT}{V_x^2} = \frac{p_0}{V_0} \\ p_0 = \frac{\partial RT}{4V_x} \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial RT}{V_x^2} = \frac{\partial RT}{4p_0 V_x} \Rightarrow V_x = \frac{1}{4} V_0.$$

Это означает, что Температура газа увелич. в т.е. всего процесса 13 и Q всегда подводится

$$\text{Т.е. } \delta Q_{31} A + \delta U_{31} = -\frac{(p_0 + 4p_0)}{2} \cdot 3V_0 + \frac{5}{2} (16p_0 V_0 - 7p_0 V_0) = -\frac{15}{2} p_0 V_0 + \frac{27}{2} p_0 V_0 = 6p_0 V_0.$$

$$\eta = \frac{\frac{9}{4} p_0 V_0}{\frac{27}{2} p_0 V_0 + 6p_0 V_0} = \frac{\frac{9}{4} p_0 V_0}{\frac{39}{2} p_0 V_0} = \frac{9 \cdot 2}{24 \cdot 39} = \frac{5}{78} = \frac{3}{26}$$

Ответ: 1) 7 ; 2) $\frac{9}{8}$; 3) $\frac{9}{26}$.

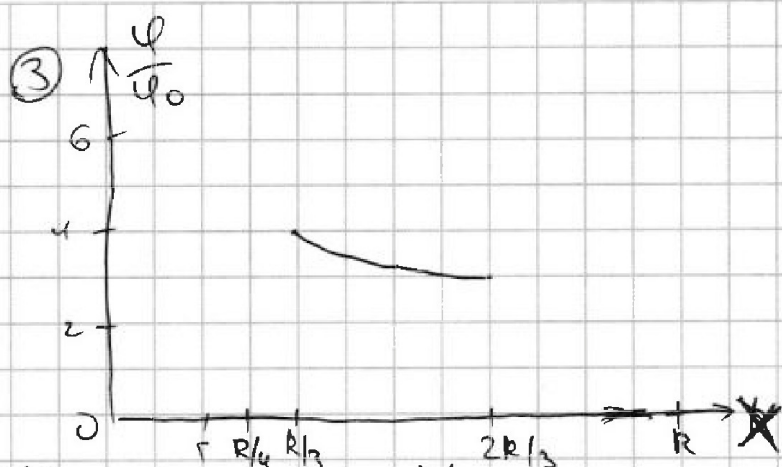


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Из графика $r < R/4$.

$$E(x) = \begin{cases} k \frac{Q}{x^2}, & x \geq R \\ k \frac{Q}{\epsilon x^2}, & x < R; x \geq r \end{cases} \quad (\text{поле в системе})$$

т.е. $\varphi(x) = \begin{cases} k \frac{Q}{x}, & x \geq R \\ k \frac{Q}{R} + A_{x \rightarrow R}, & x \in [r; R) \end{cases}$ $A_{x \rightarrow R}$ - работа по перен.

$$A_{x \rightarrow R} = \int_{x_0}^R \frac{kQ}{\epsilon x^2} dx = \int_{x_0}^R \left[-\frac{kQ}{\epsilon x} \right]_{x_0}^R = \frac{kQ}{\epsilon} \left[-\frac{1}{x} \right]_{x_0}^R = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{R} \right)$$

т.е. $\varphi(R/4) = k \frac{Q}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{4}{R} - \frac{1}{R} \right) = \frac{kQ}{R} + \frac{3kQ}{\epsilon R} = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{3}{\epsilon} \right)$

2) $\varphi(R/3) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{3}{R} - \frac{1}{R} \right) = \frac{kQ}{R} + \frac{2kQ}{\epsilon R} = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{2}{\epsilon} \right)$

$$\varphi(2R/3) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{3}{2R} - \frac{1}{R} \right) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{2\epsilon R} = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{2\epsilon} \right)$$

Из графика $\frac{\varphi(R/3)}{\varphi(2R/3)} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{1 + \frac{2}{\epsilon}}{1 + \frac{1}{2\epsilon}} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3 + \frac{6}{\epsilon} = 4 + \frac{2}{\epsilon}$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{4}{\epsilon} \Leftrightarrow \epsilon = 4.$$

Ответ: 1) $\varphi(R/4) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{3}{\epsilon} \right)$

2) $\epsilon = 4.$

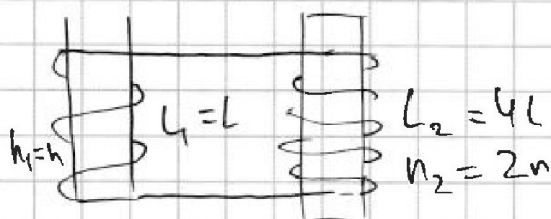


1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4



катушки далеко друг от друга $\Rightarrow$ своими полями они не взаимодействуют.

1) $L \frac{dI}{dt} = \frac{dB}{dt} nS$ (по оск. индуктивности; S не меняется, n не меняется)
 ~~$\frac{dI}{dt} = \frac{dB}{dt} \frac{nS}{L} = \frac{2nS}{L}$~~

2) Возникающую ЭДС можно поделить на части:

$\mathcal{E}_1(\text{внут.}) = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$ - связ. с изм-ем силы тока

$\mathcal{E}_1(\text{внеш.}) = -\frac{dB}{dt} nS$ - связ. с изм-ем внеш. МП

$\mathcal{E}_2(\text{внут.}) = -L_2 \frac{dI}{dt}$ - во второй катушке

$\sum \mathcal{E} = 0$ (контур замкнут, сум. э. равно $\rightarrow 0$)

$L \frac{dI}{dt} + 4L \frac{dI}{dt} + \frac{dB}{dt} nS = 0 \Leftrightarrow \left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{2nS}{5L}$

2) То же самое, что и в п.1, только добав. изм-е внеш. поле у 2-й катушки.

$5L \frac{dI}{dt} + \frac{dB_1}{dt} n_1 S + \frac{dB_2}{dt} n_2 S = 0 \Rightarrow \left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{\frac{dB_1}{dt} n_1 S + \frac{dB_2}{dt} n_2 S}{5L}$

Интегрируем: $\left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{S}{5L} \left(\int_0^{t_{\text{кон}}} n_1 \frac{dB_1}{dt} + \int_0^{t_{\text{кон}}} \frac{dB_2}{dt} n_2 \right), I(0) = 0$

т.е. $|I_{\text{кон}}| = \frac{S}{5L} \left(n_1 \frac{B_0}{2} + n_2 \frac{4B_0}{3} \right) = \frac{B_0 S}{5L} \left(\frac{n_1}{2} + \frac{4n_2}{3} \right)$

Ответ: 1) $\frac{2nS}{5L}$; 2) $\frac{B_0 S}{5L} \left(\frac{n_1}{2} + \frac{4n_2}{3} \right) = \frac{B_0 S (3n_1 + 8n_2)}{30L}$



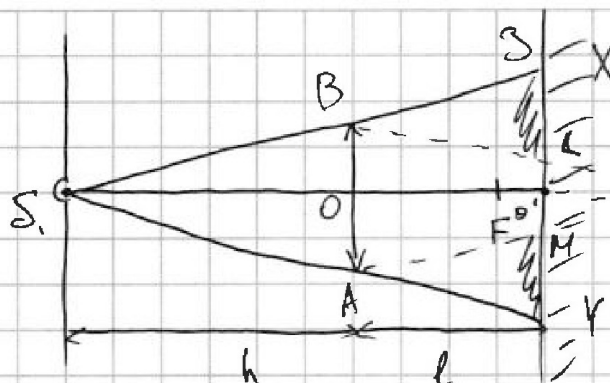
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5



SX - край п/з верх.
S'X - край линзы;
SK - через нижний.
2F

1) Заметим, что все лучи света, проходящие мимо линзы, попадают на зеркало, т.е. всё, что находится вне ХК, освещено не преломлёнными лучами.

Все лучи, проход. через линзу, если бы не было зеркала, фокусировались бы в точке на опт. оси на раст-ии $h/2$ от зеркала за зеркалом. (источник находится на двойном фокусном $\Rightarrow \Rightarrow$ изобр-е на двойном фокусном).

Из принципа Ферма свет в однородной среде распространяется прямолинейно, поэтому лучи от точки падения на линзу идут прямо к предп. изобр-ю S, создавая освещённый конус $\pm BS'$.

Т.е. образуются две неосвещённые области, симметр. отн-ко ГОО: XL и MK на рисунке.

O' - т.п. ГОО и зеркала, O - линзы и ГОО

$$\frac{XO'}{BO} = \frac{S'O'}{SO} \text{ из подобия } \Rightarrow XO' = \frac{S'O'}{SO} \cdot BO = \frac{h+l}{h} r =$$

$$= \left(1 + \frac{l}{h}\right) r = \left(1 + \frac{2h}{3h}\right) r = \frac{5}{3} r$$

$$\text{Также из подобия } \frac{LO'}{BO} = \frac{O'S'}{OS'} \Rightarrow LO' = \frac{O'S'}{OS'} \cdot BO = \frac{h-l}{h} r =$$

$$= \left(1 - \frac{2h}{3h}\right) r = \frac{1}{3} r \Rightarrow XL = XO' - LO' = \frac{4}{3} r$$



1 2 3 4 5 6 7

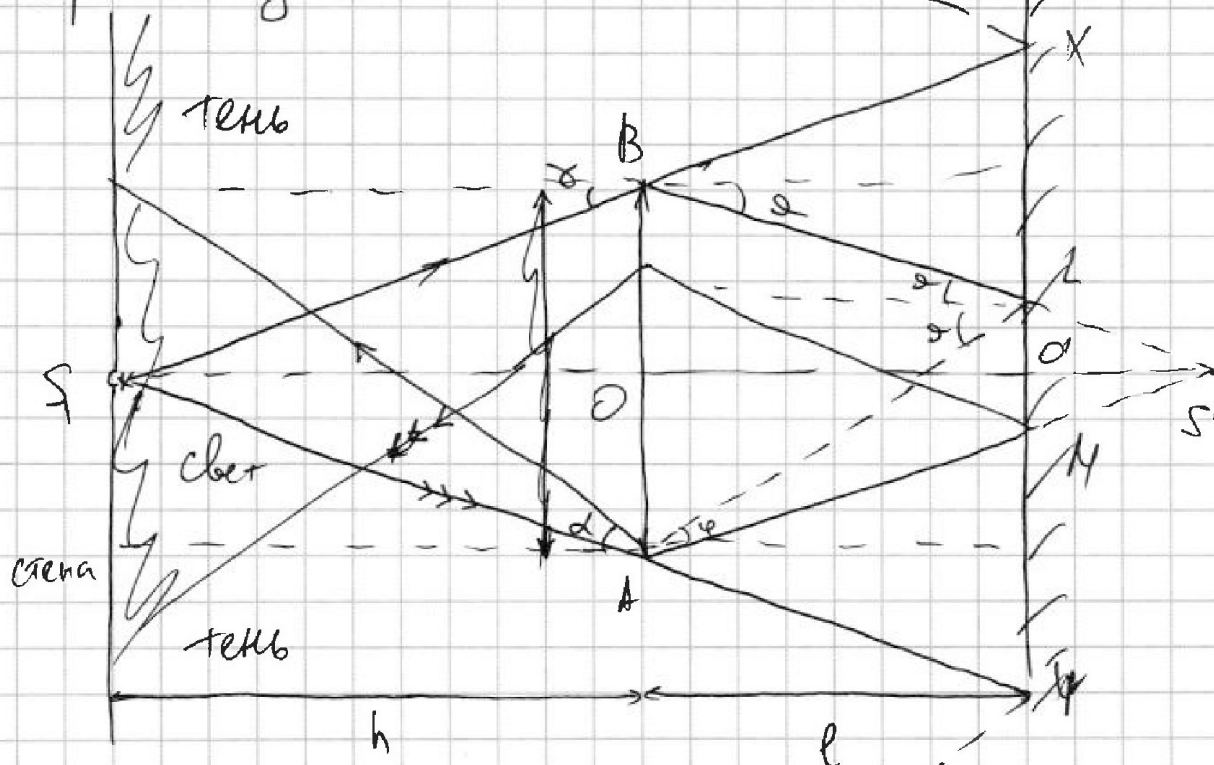
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поэтому $S_{\text{тени}} = \frac{\pi d^2}{4}$, где d - диаметр, и тогда же,
 $S_z = \frac{\pi \cdot x l^2}{2} = \frac{\pi \cdot 16 r^2}{18} = \frac{8}{9} \pi r^2 = \frac{8}{9} \cdot 3^2 \pi = 8\pi \text{ (см)}$

2) Про стену



лучи, проход. изначально мимо линзы, отраж от зеркала и освещ. область, наход. дальше $2 \times O' = \frac{10}{3} r = 10 \text{ см}$ от точки S .

лучи, прошедшие через линзу, отражаются от зеркала, и, пройдя через него вновь преломляются в линзу и выходит под тем же углом к опти. оси и в другую сторону. Эти лучи создают на стене светящийся конус, ограниченный крайними лучами (α и β каре.)

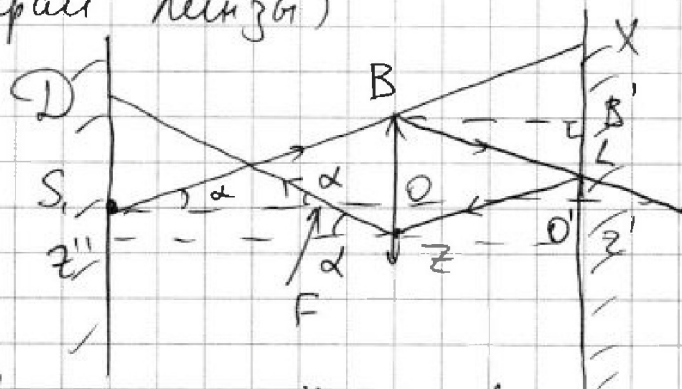


1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассм. крайний луч (т.е. падающий на самый край линзы)



обозн-е точек
и углов

Сначала найдём ZO . Из симметрии $BL = LZ$,
т.е. $B'L \neq LZ' \Rightarrow BO - O'L = LO' + OZ \Rightarrow$

$$\Rightarrow OZ = BO - 2LO' = r - 2 \cdot \frac{1}{3}r = \frac{1}{3}r$$

Далее рассм-м соотн-е из подобия:

$$\frac{FS_1}{h} = \frac{DS_1}{DZ''} = \frac{DS_1}{DS_1 + \frac{r}{3}} ; \text{tg } \alpha = \frac{BO}{SO} = \frac{r}{h}$$

$\frac{DZ''}{h} = \text{tg } \alpha \Rightarrow DZ'' = r$. Тогда $DS_1 = DZ'' - \frac{r}{3} = \frac{2r}{3}$ -
размер осв. части линзы от зеркала с одной
из сторон (с другой симметрично).

Тогда размер тени с кажд. стороны: $10 \text{ см} - \frac{2r_{\text{лин}}}{3} = 8 \text{ см}$.

$$S_{\text{тени}} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 8^2 \text{ см}^2}{4} = 32\pi (\text{см}^2)$$

Ответ: 1) $8\pi \text{ см}^2$, 2) $32\pi \text{ см}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☒

4
☒

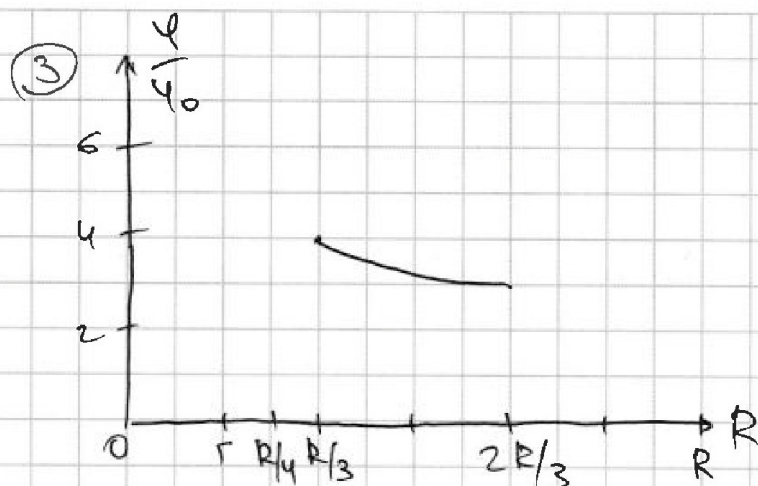
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



- 1) Принято считать, что эл. поле в диэлектрике уменьшается в ϵ раз.
 Указано, что $x = R/4$ наход. внутри диэлектрика.

Поле шарика с зарядом Q вне него такое же, как и у точечного заряда, помещённого в центр этого шара.

$$E(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2} \quad \Rightarrow \text{для потенциала то же самое}$$

$$\varphi(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x} = \frac{k}{\epsilon} \frac{Q}{x} \Rightarrow \varphi\left(\frac{R}{4}\right) = \frac{k}{\epsilon} \cdot \frac{4Q}{R} \quad \leftarrow \text{внутри шара}$$

Т.е. если $r \leq R/4$: $\varphi\left(\frac{R}{4}\right) = \frac{k}{\epsilon} \cdot \frac{4Q}{R}$.

- 2) Из графика $r < R/4$, поэтому этот ответ верен всегда.

Из графика $\frac{\varphi(R/3)}{\varphi(R/4)} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{k}{\epsilon}$

Вне шара диэлектрика уже нет, поэтому там потенциал у точек такой же, что был бы и без диэл.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

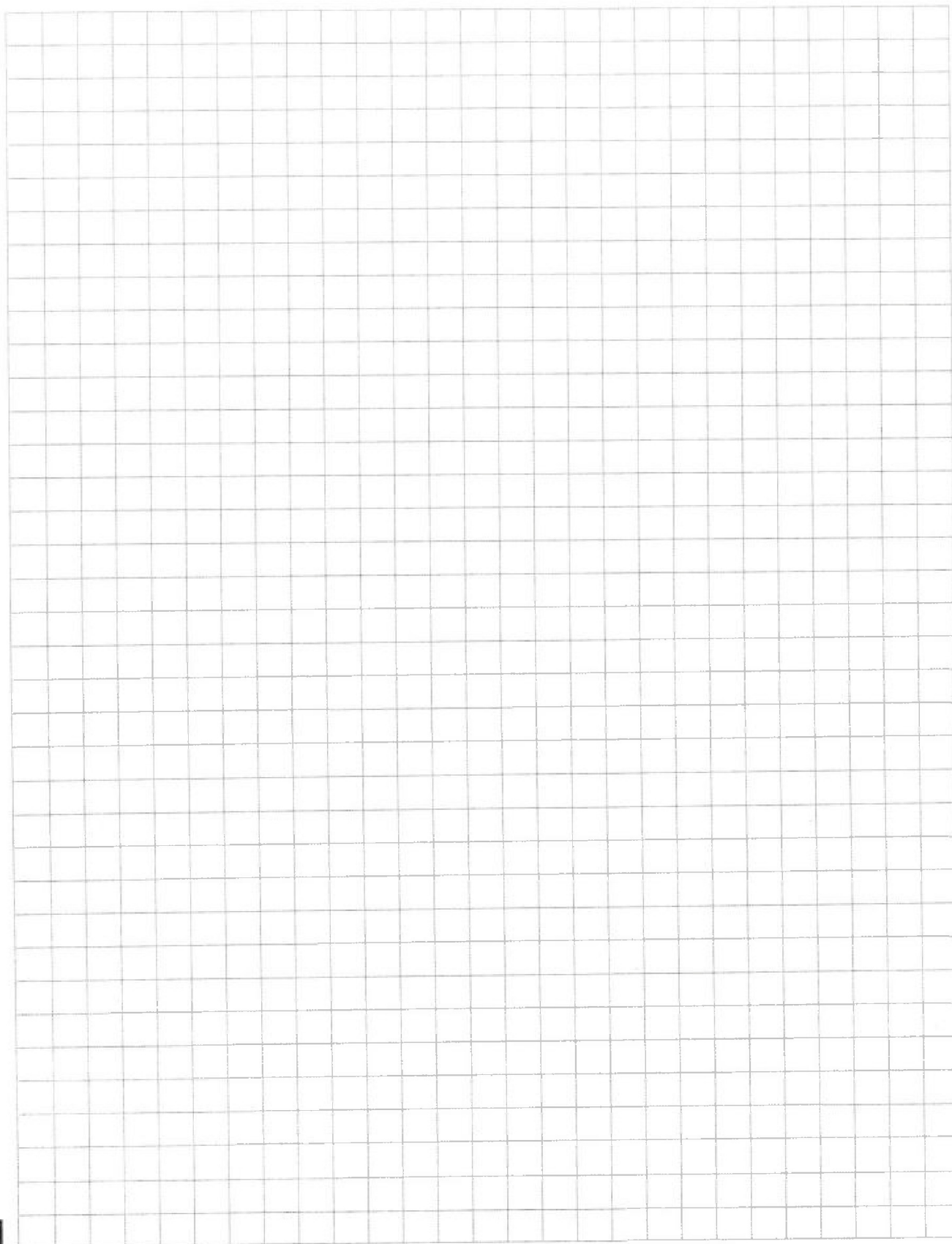
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\varphi_{R/3} = \varphi_{2R/3} + \varphi_{R/3 \rightarrow RP/3}$$

$$\varphi_{R/3} = \varphi_{R/3 \rightarrow R} + \varphi_{R/3 \rightarrow \infty}$$

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{dB}{dt}$$

$$F = BIl$$

$$[B] = \frac{F}{Il}$$

$$\frac{B}{t} = \frac{\mu \cdot \mu_0}{c^2 \cdot \frac{\mu_0}{\epsilon} \cdot \mu \cdot \mu} = \frac{\mu}{c^2 \cdot \mu_0}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{dB}{dt} nS$$

$$\mathcal{E}_1 =$$

$$W = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$D^* = H \cdot \mu = \frac{\mu_0}{c} \cdot \frac{H \cdot c}{\mu}$$

$$L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} = 0$$

$$L_1 \frac{dB}{dt} nS + L_2 \frac{dI}{dt} = 0$$

$$\frac{B_0 S}{5L}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{L_1}{L_2} \Delta nS$$

$$\frac{n_1}{2} + \frac{4n_2}{3} = \frac{3n_1 + 8n_2}{6}$$

$$F = Bqv$$

$$[B] = \frac{F}{qv}$$

$$\left[\frac{B}{t}\right] = \frac{H}{\frac{\mu_0 \cdot \mu}{c} \cdot e} = \frac{\mu_0 \cdot \mu}{c^2 \cdot \frac{\mu}{H}} \mu_0$$

$$[e] = \frac{\mu_0 \cdot \mu^2}{c^2 \cdot \mu}$$

$$\begin{array}{l} B_0 \downarrow \\ B/2 \downarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} 2B_0/3 \downarrow \\ 2B_0/3 \downarrow \end{array}$$