



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 - 12n = a_1 + d$$

$$a_4 = (n+4)^2 = n^2(n+4)^2 = a_1 + 3d = a_1 + 2d$$

$$a_8 = -6n^2 = a_7 + 3d = a_7 + 6d$$

$$6d = a_8 - a_7 = -6n^2 - 12 + 12n - 1d = -n^2 + 12n - 2$$

$$a_9 = a_7 + 2d \Leftrightarrow n^2(n+4)^2 = 12 - 12n - 2n^2 + 4n - 4$$

$$n^4 + 8n^3 + 16n^2 = 8 - 8n - 2n^2$$

$$n^4 + 8n^3 + 18n^2 + 8n - 8 = 0$$

$$n_1 = -2$$

$$\begin{array}{r} n^4 + 8n^3 + 18n^2 + 8n - 8 \\ - n^4 + 2n^2 \\ \hline 6n^3 + 18n^2 + 8n - 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} | n+2 \\ \hline n^3 + 6n^2 + 6n - 4 \end{array}$$

$$6n^3 + 18n^2$$

$$-6n^3 + 12n^2$$

$$6n^2 + 6n$$

$$-6n^2 + 12n$$

$$-4n - 8$$

$$-4n - 8$$

$$0$$

$$n^2 + 4n - 2 = 0$$

$$D = 16 + 8 = 24$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} \quad x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$\text{Ans: } -2 + \sqrt{6}, -2 - \sqrt{6}, -2$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$|2x-3y| \leq 6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y \geq -6 \\ 2x-3y \leq 6 \end{cases}$$

$$2x-3y \geq -6$$

$$3y \leq 2x+6$$

$$y \leq \frac{2}{3}x+2$$

$$2x-3y \leq 6$$

$$2x-6 \leq 3y$$

$$y \geq \frac{2}{3}x-2$$

попробуем описать в этих коорд. и

$x=0, y=0$, $0 \leq 2$ верно, $0 \geq -2$ верно $\Rightarrow (0;0) \in |2x-3y| \leq 6$.

попробуем пересечение $y \leq \frac{2}{3}x+2$ и $y \geq \frac{2}{3}x-2$,

аналог. попробуем пересек для $|3x-2y| \leq 4 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}x-2 \leq y \\ \frac{3}{2}x+2 \geq y \end{cases} \text{ и попробуем это пересечение.}$$

в итоге получаем пересечение $|3x-2y| \leq 4$ и $|2x-3y| \leq 6$

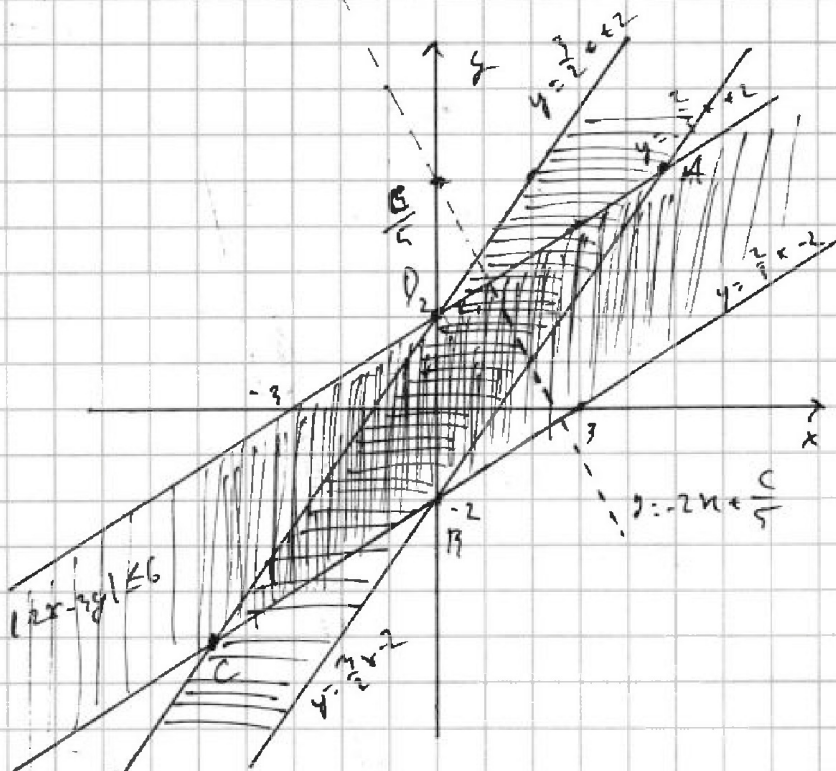
и $ABCD$, $B(0;-2)$ $D(0;2)$ $A(x_1, y_1)$ $C(x_2, y_2)$

$$\text{к. } x_1=1: \begin{cases} y_1 = \frac{2}{3}x_1+2 \\ y_1 = \frac{3}{2}x_1-2 \end{cases} \quad \frac{2}{3}x_1+2 = \frac{3}{2}x_1-2 \quad \frac{4}{6}x_1+2 = \frac{9}{6}x_1-2 \quad \frac{5}{6}x_1 = 4 \Rightarrow x_1 = \frac{24}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{24}{5} + 2 = \frac{7}{5} \cdot \frac{24}{5} - 2 = \frac{26}{5}, \text{ аналог. } x_2 = -\frac{24}{5}, y_2 = -\frac{26}{5}$$

ищем $10x+5y=C$, и.е. это график: $y = -2x + \frac{C}{5}$

нужно найти $\max C$ и.е. $y = -2x + \frac{C}{5}$ подл. для одн. и.е. $\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$





1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итак C мы можем считать совершенной параболой
пересекающей ось $y = -2x$ в точке O .

и $\max C$ будет тогда, когда $y = -2x + \frac{C}{2}$ будет
проходить через точку $A(\frac{24}{5}; \frac{26}{5})$, т.е.

Вместо точки обладаем максимизировать
и xy , подставляя по условию (4-ю: пусть
данная точка пересечения с осью xy , но введем
 y в A или точку x , C оставим, а также для x и

$$\Rightarrow A \in y = -2x + \frac{C}{2} \Rightarrow \frac{26}{5} = -2 \cdot \frac{24}{5} + \frac{C}{2}$$

$$\frac{26}{5} = -\frac{48}{5} + \frac{C}{2} \Rightarrow C = 48 + 26 = 74$$

Отв. 74



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n + 1$$

$$A = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) + 1 \Rightarrow A = (m - 2n)(m - 2n + 13) + 1$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn \Rightarrow B = mn(m - 2(n + 1))$$

1. пусть $A = 17p^2 \Rightarrow m, n, p$ - простые то $m - 2n = 17, 1, 17, p,$

$p^2, 17p, 17p^2$, если $m - 2n = \text{нечет. число} \Rightarrow m, n, 17 \neq 0$ то

$m - 2n + 13$ делит 2 , а $m, n, A = 17p^2$ то $\Rightarrow p \neq 2$ или

$A = 15q^2$, если $p \neq 2 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow (m - 2n)(m - 2n + 13) = 4 \cdot 17$

и $m, n, m - 2n \neq m - 2n + 13$ то $m - 2n = 17$ или $m - 2n + 13 = 17$

если первое то $\Rightarrow m - 2n + 13 = 30$ то неверно, =

$\Rightarrow m - 2n + 13 = 17 \Rightarrow m - 2n = 4 \Rightarrow B = m \cdot 2(2 + n)$

$4 + 2n - 2n + 13 = 17 \Rightarrow B = m \cdot 2(2 + n) \cdot (4 + 2n - 2n - 2) =$

$= 4n(n + 2) = 15q^2$, $m, n, 15 \neq 2, \Rightarrow q^2 \neq 2 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4n(n + 2) = 60 \Rightarrow n^2 + 2n - 15 = 0 \Rightarrow n = -5; 3$

но $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 3, \Rightarrow m = 20$.

2. если $A = 15q^2$, то $B = 17p^2$. $B = mn(m - 2(n + 1))$

если $m \neq n \Rightarrow$ ~~и $m, n, 13, p$ простые числа~~
~~поэтому всевозможные простые числа разн. числ~~

$\rightarrow p^2 \Rightarrow A = 15q^2$ $m, n, m - 2n \neq m - 2n + 13$, если m, n

$n \cdot 2 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow (m - 2n)(m - 2n + 13) = 60$

$m, n, m, n \in \mathbb{N}, 60 > 0, \Rightarrow m > 2n, m - 2n = t \vee 60 = t(t + 13)$

$t^2 + 13t - 60 = 0 \Rightarrow t = 169 + 240 = 409$

$t_{1,2} = \frac{-13 \pm \sqrt{409}}{2}$, а $m, n, m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow t \in \mathbb{N}$, но $\sqrt{409} \notin \mathbb{N}$.
 $m, n, 409$ не взаимно простые (20:400, 21:461).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☒5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

напишем теор. кос-ов для:

$$\Delta CEM: 4k^2 = 12^2 + 4^2 - 2 \cdot 9 \cdot 12 \cos \angle$$

$$\Delta YZA: a^2 = 8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cos \angle$$

$$\Delta XAB: k^2 = a^2 + 6^2 - 12a \cos \angle$$

$$a^2 = 100 - 96 \cos \angle \quad \cos \angle = m$$

$$4k^2 = 160 - 96 \cos \angle$$

$$k^2 = 40 - 24m$$

$$a^2 = 100 - 96m$$

$$40 - 24m = 100 - 96m + 36 - 12m \sqrt{100 - 96m}$$

$$32m - 96 = -12m \sqrt{100 - 96m}$$

$$6m - 8 =$$

$$8 - 6m = m \sqrt{100 - 96m}$$

$$4 - 3m = m \sqrt{15 - 24m} \quad 16 - 24m + 9m^2 = m^2(15 - 24m)$$

$$16 - 24m + 9m^2 = 15m^2 - 24m^3$$

$$16 - 24m + 16m^3 - 24m^3 = 0 \quad 9m < 1$$

$$16(1 - m^3) + 24(m - m^3) = 0$$

$$(1 - m^3)(16 - 24m) = 0 \quad m \neq \pm 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - m = \frac{16}{24} = \frac{2}{3} \Rightarrow \Delta ABC: 4k = 4\sqrt{40 - 24 \cdot \frac{2}{3}} =$$

$$= 4\sqrt{40 - 16} = 8\sqrt{6} \quad \text{Ans. } 8\sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$K_1 = \frac{3}{2} \Rightarrow x + 12 - x - x^2 = \frac{9}{4} \quad 48 - 4x - 4x^2 = 9$$

$$4x^2 + 4x - 39 \quad \Delta = 4^2 + 4^2 \cdot 39 = 4^2 \cdot 10$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{10}}{8} = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{2}$$

$$-1 - x \neq \frac{-1 - \sqrt{10}}{2} \text{ так как } x \geq 0$$

$$\sqrt{10} > 6 \Rightarrow -1 + \sqrt{10} > 5, \Rightarrow \frac{-1 + \sqrt{10}}{2} > 2, \\ x_1 = \frac{\sqrt{10} - 1}{2}$$

$$K_2 = 3$$

$$12 - x - x^2 = 9$$

$$x^2 + x - 3 \quad \Delta = 1 + 12 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x_2 \neq \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \text{ так как } x > 3$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{10}}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{10} - 1}{2}; \frac{\sqrt{10} - 1}{2} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-y)} & \text{м.к. } \sqrt[4]{3x}, \sqrt[4]{3y} = \\ 2x^5 + 4x^2 \cdot \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & \Rightarrow x, y \geq 0 \end{cases}$$

~~g(x, y) — многочлен 2-й степени и чл. 5~~
~~g₂(x, y): x² + xy + y² или x² - xy + y².~~

~~g₁(x, y) при x, y > 0 м.к. это многочлен степени 5-й.~~

$$\sqrt[4]{y} = a, \sqrt[4]{x} = b \quad \text{подставим в } 2x^5 + 4x^2 \cdot \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$$

$$2(b^{20} - a^{20}) + 4(b^8 - a^8) + \sqrt[4]{3}(b - a) = 0$$

$$(b - a) \left(2(b^{10} + a^{10})(b^5 + a^5)(b^4 + b^3a + b^2a^2 + ba^3 + a^4) + 4(b^4 + a^4)(b^2 + a^2)(b + a) + \sqrt[4]{3} \right) = 0$$

$$\text{м.к. } a, b \geq 0 \Rightarrow a^{10} + b^{10} \geq 0, b^5 + a^5 \geq 0, b^4 + \dots + a^4 \geq 0, a^2 + b^2 \geq 0, b^2 + a^2 \geq 0, ba \geq 0, \text{ и м.к. } \sqrt[4]{3} > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2(b^{10} + a^{10}) \dots + \sqrt[4]{3}) > 0 \Rightarrow a = b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = y, \quad \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} - 5$$

$$(x+4) \geq 0, 3-x \geq 0 \quad x \geq -4, x \leq 3, x \in [-4; 3]$$

$$x+4 + 3-x - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} = -2\sqrt{(x+4)(3-x)} + 23 + 4(x+4)(3-x)$$

$$K = \sqrt{(x+4)(3-x)}, K \geq 0 \quad 7 - 2K = 25 - 20K + 4K^2$$

$$18 - 18K + 4K^2 \quad 2K^2 - 9K + 9 = 0 \quad D = 9^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 0$$

$$K_{1,2} = \frac{9 \pm 0}{4} \quad K_1 = \frac{9}{2} \quad K_2 = 3$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

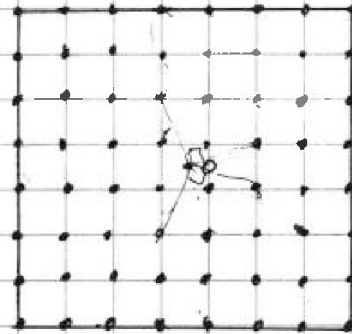
СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего из 14 углов по 1 многоугольнику

выбрано C_{14}^2 способами

но по условию $\Rightarrow$ это при повороте
варианта $\neq$ совпадением с
другими вариантами то это



существуют вершины. нарисовать тогда все C_{14}^2

варианта 2-й будет иметь на C_{14}^2 квадратах

или то каждую квадратную верш. - это 1 свой
вариант. выберем один из этих квадратов

и один - то вариант. (при варианте поворот-му

поворотом совпадением какого-то другим вариантом

на каждой вид поворота (по часовой, против
часовой), или не $\neq$ и при повороте

1 или направлением, все поворот $2 \times 4 = 8$

$\Rightarrow$ от 2-го вида поворота судя по этому не $\neq$
варианта, но тогда при обращении поворота

обращении центр квадрата O тогда при повороте
поверт. с. можно считать один из тех же

расстояния от O как расстояние, и угол между
соед. точками от O (или m и O_2) соед. - центр.

точка равна 90° (т.к. квадрат и линия с O и O_2)



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⇒ по условию поворота кон. вершины, следовательно, рассмотрим граф, где каждая вершина это ^{разн.} $2n$ -угольник $2n$ -и углов. ребра между вершинами будем считать их совпадение при повороте на 20° по часовой тогда каждая вершина разбиты на варианты это кон. во $2n$ углов $2n$ -угольника или в этом графе.

рассмотрим только этот цикл:

1. n : ~~2 поворота~~, если после $2n$ поворотов обр-ся 2 варианта (углы с $2n$ углами $2n$ пар углов, $2n$ углов)

или-ое или. 0 или или 64 и обр-ся или 32 раз варианты

2. n : * если при повороте обр-а и вершина всего или $C_{64}^2 - 64$ и обр. $\frac{C_{64}^2 - 64 - K_2}{4}$ где K_2 - $2n$ вершина.

3. n ~~2~~ варианты обр-а не можем. n к повороту n

360° + это перевод в град. $2n$ поворота $2n$ раз. варианты

3 вершина $K_3 = 0$ или для $2n$ или

пов-т на $\frac{360}{2} = 120^\circ$. или $\frac{C_{64}^2 - 64}{4} + 32 = \frac{64!}{62! \cdot 2} - 64 + 32 =$

$= \frac{63 \cdot 32 - 64}{4} + 32 = 8 \cdot 63 + 16 = 8 \cdot 65$

или. ~~8~~ 520



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $\triangle ABC$ - равнобедренный, CL - медиана
 $BC \cap \Omega = P, Q$ $PQ \perp AC$

$\Omega = \Omega \cap AC$

$AM = 5$, $AB = 6$

$AC, BC = ?$

решение

$\angle ANM = 90^\circ$

т.к. диаметр окружности

касательная

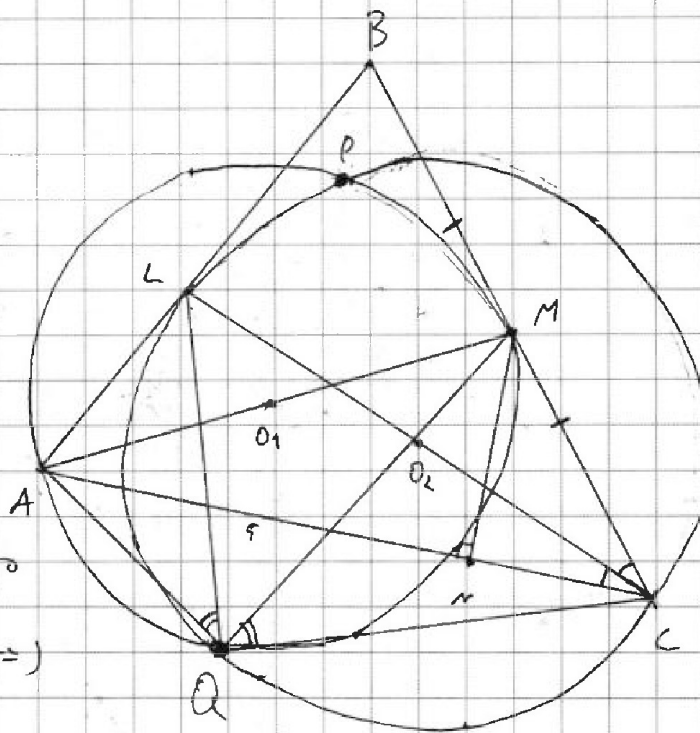
$\cos \angle AQC, \angle AQC,$

$\angle MQC, (\angle Q = ?)$

$\Rightarrow \angle AQC = \angle LQC = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle C, \angle AQC$ (т.к. AM - медиана)

$\Rightarrow \angle QAC = \angle MCQ$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a_1 $a_2 = 12 - 12n$ ~ 1 $n < 1$ $2M = K$
 $a_3 = -6n^2$ $n = ?$ $4A = T$
 $a_4 = (n^2 + 4n)^2$ $n + 8 = 2T$
 $a_1 = a_1 + d$ $a_3 = a_1 + 3d$
 $a_4 = a_1 + 3d$ $n^2(n^2 + 8n + 16) - 12 + 12n =$
 $-2n^2 + 4n - 4$
 $n^2(n^2 + 4n)^2 = 12 - 12n + d$
 $n^2(n^2 + 8n + 16) = 12 - 12n + d$
 $a_3 - a_1 = 6d = -6n^2 - 12 + 12n =$
 $\Rightarrow d = -n^2 + 2n - 2$
 $a_2 + 2d = a_4$
 $12 - 12n - 2n^2 + 4n - 4 = n^2(n^2 + 8n + 16)$
 $n^4 + 8n^3 + 18n^2 + 8n - 8 = 0$
 $16 - 16 \cdot 8 + 18 \cdot 4 - 16 - 8 \cdot 1 =$
 $-16 \cdot 6 + 18 \cdot 4 - 8$
 $16 - 8 \cdot 16 + 18 \cdot 4$
 $3^4 - 8 \cdot 3^3 + 18 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3 - 8$
 $3 \cdot (-5) + 2 \cdot 4 = 32$
 $31 - 32$

$x_1 + x_2 = 2x_3$
 $1 - 3 + 12 - 8 - 8$
 $-8 \cdot 3$
 $3^4 - 8 \cdot 3^3 + 18 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3 - 8$
 $18 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3 - 8$
 $64 - 15 - 8$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (2u-3y) \leq 6 \\ |3u-2y| \leq 9 \end{cases} \quad \begin{matrix} 2u-3y \in [-6; 6] \\ 3u-2y \in [-9; 9] \end{matrix} \quad 10u+5y \geq ? \quad 25$$

$$\begin{aligned} 3u-2y &\geq -6 \\ 3u-2y &\leq 6 \\ 7 \cdot 20 \\ 3u &\geq 2y-6 \\ 3u &\leq 2y+6 \end{aligned} \quad \begin{matrix} a_2+2d & a_1, & a_1+6d \\ |2u-3y| \leq 6 \\ 2u-3y \leq 6 \\ 2u-6-6 \leq 3y \\ y &\geq \frac{2}{3}u-2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 10u+5y = \\ = (2u-3y) - (3u-2y) = \\ = -u-y \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 409 & 469 & 17 \\ 39 & 39 & 17 \\ 23 & & \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} p, p^2 \\ 409 & 17 \\ 39 & 17 \end{matrix}$$

$$5u-5y$$

$$\begin{aligned} 4u^2 &= 16+144 - \\ &= 16 \cos 2 \\ a^2 &= 64+36 - 16 \cos 2 \\ k^2 &= a^2+36 - 12a \cos 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (u, y) \in \sim u, 2 \quad A &= u^2-2uu+4y^2-15u-26y = \\ &= (u-2u)^2-13(u-2u) = (u-2u)(u-2u-13) \\ \beta &\geq uu(u-2u-2) \quad I \quad A=17p^2 \quad \beta=15q^2 \quad (p, q \text{ произ.}) \end{aligned}$$

$$17p^2, 17p^2, 17p \cdot 17 \quad \Rightarrow 17p^2 \text{ имеет 6 дел.}$$

$$\begin{matrix} p & 17p \\ p^2 & 17 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 17 \emptyset & 17 \emptyset & 2 & 4 & 8 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} A &= 15q^2, \quad \beta = 17p^2 \Rightarrow uu(u-2u-2) \\ &1. 3 \text{ дел. } p, q, u, u \neq u \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow / u=u=p, & \quad 17 \\ -p-2=17 \Rightarrow & \quad 17 \quad 9 \\ & \quad 23 \quad 28 \quad 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 \quad 2 & \quad 21 \\ 4 \quad 6 & \quad 21 = 42 \end{aligned} \quad \begin{matrix} 21 \\ 21 \\ 42 \end{matrix}$$

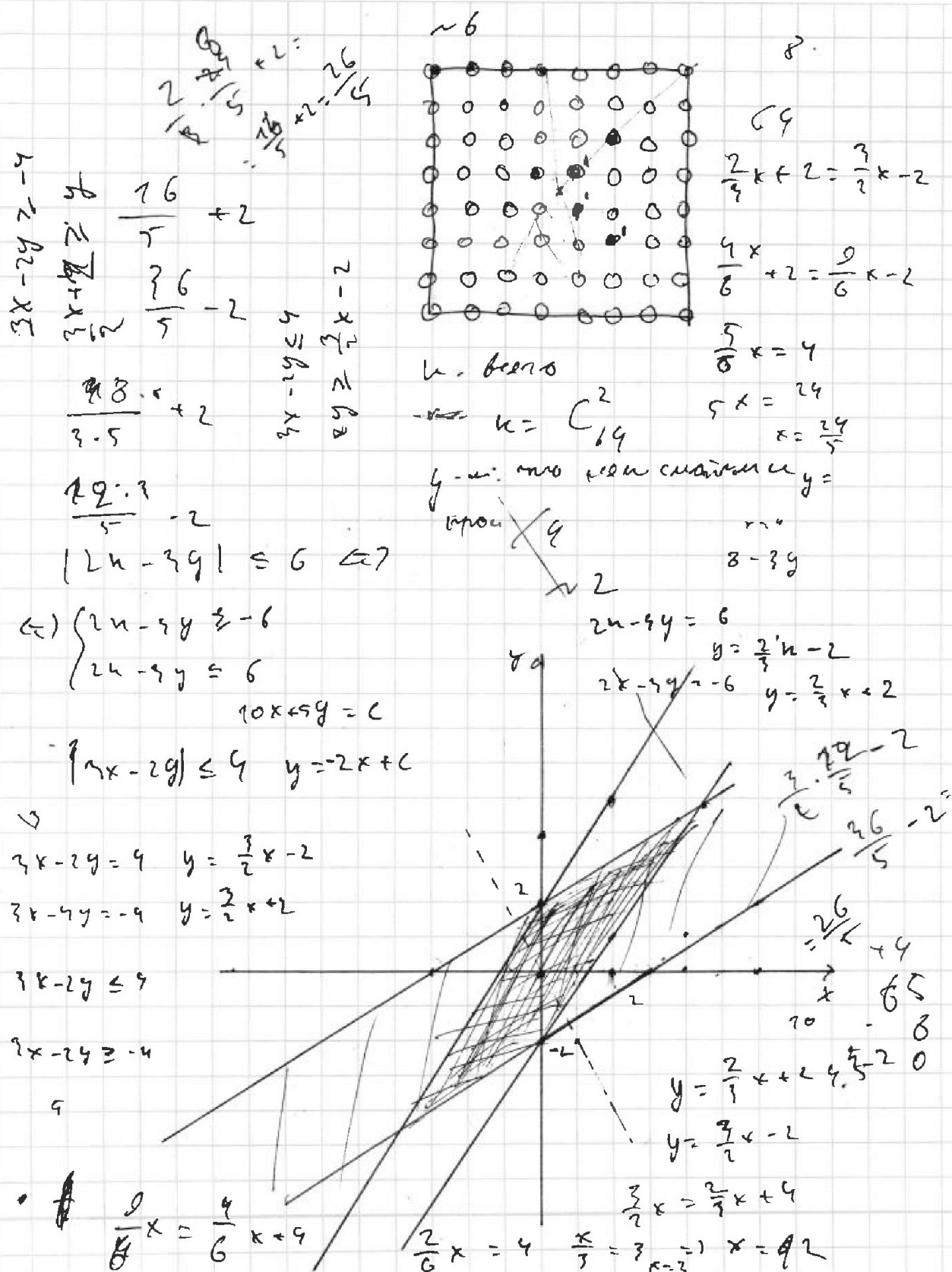


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
✕2
✕3
✕4
✕5
✕6
✕7
✕СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

норман проверить все номера

$$n^1 \quad a_2 = a_1 + d = 12(1-n)$$

$$a_4 = a_1 + 3d = a_2 + 1d = n^2(n+4)^2 \quad 70 \rightarrow 1 \quad n < 1$$

$$a_8 = a_1 + 7d = a_2 + 6d = -6n^2 \quad \text{со } n \dots \text{удоб.} \quad d < 0$$

$$6d = a_8 - a_2 = -6n^2 - 12 + 12n$$

$$d = -(n^2 - 2n + 2) \quad \sim \frac{1}{5}$$

$$a_4 = a_2 + 2d$$

$$n^2(n+4)^2 = 12(1-n) - 2(n^2 - 2n + 2)$$

$$n^2(n^2 + 8n + 16) = 12 - 12n - 2n^2 + 4n - 4$$

$$n^4 + 8n^3 + 16n^2 = 8 - 8n - 2n^2$$

$$n^4 + 18n^2 - 8 = -8n - 8n^3$$

$$n^4 + 18n^2 - 8 = -8n - 8n^3 - 16n^2 \quad 18 = 16 + 2$$

$$n^2(n^2 + 2)$$

$$n^2 + 18n^2 = 8 - 8n - 8n^3$$

$$n^2(n^2 + 18) = 8(1 - n - n^3)$$

$$64(64 + 18) =$$

$$= 8($$

$$4(4 + 18) = 8(1 + 2 + 8)$$

$$4 \cdot 22 = 8(11$$

$$116 - 64 + 18 \cdot 4 = 116 - 8$$

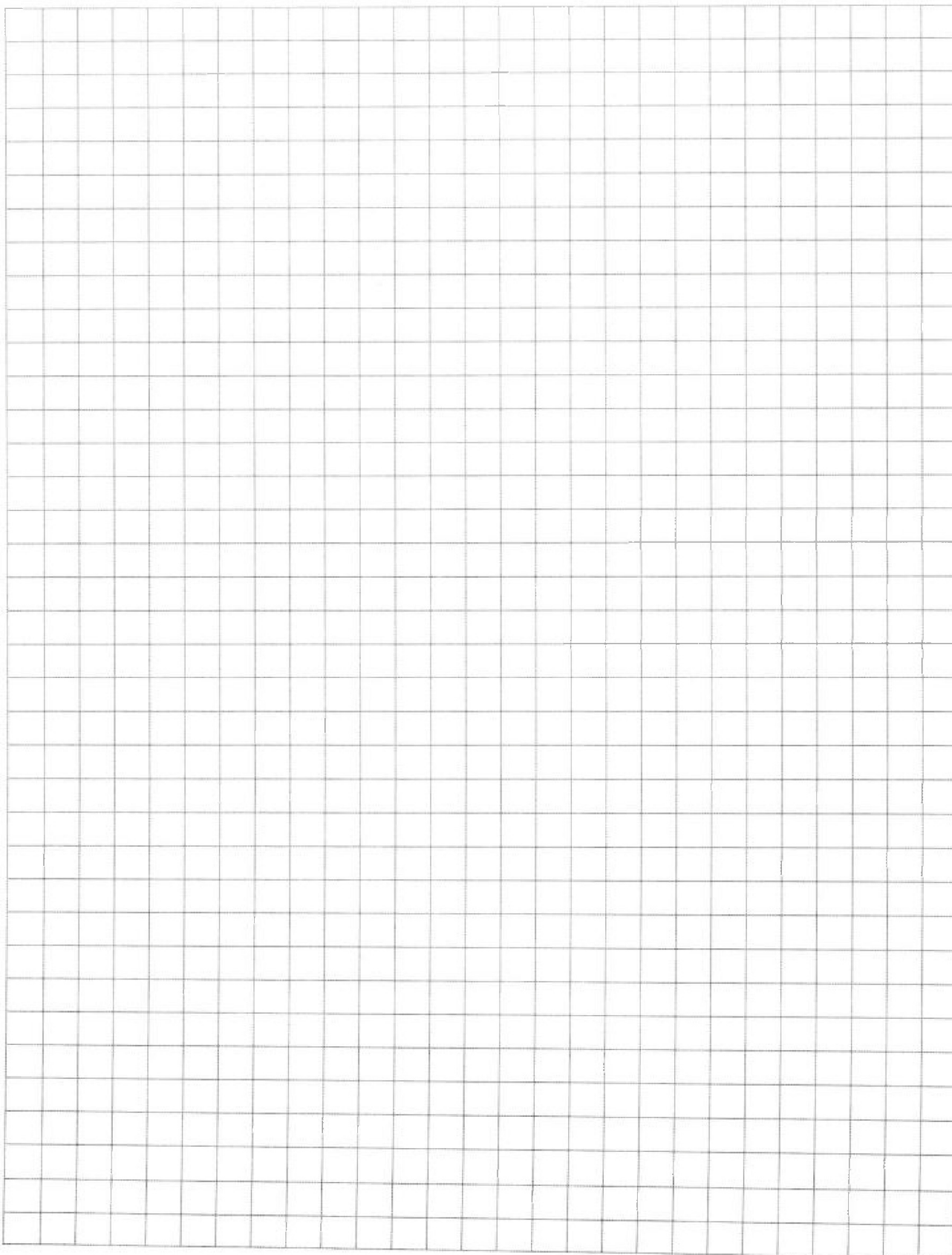


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

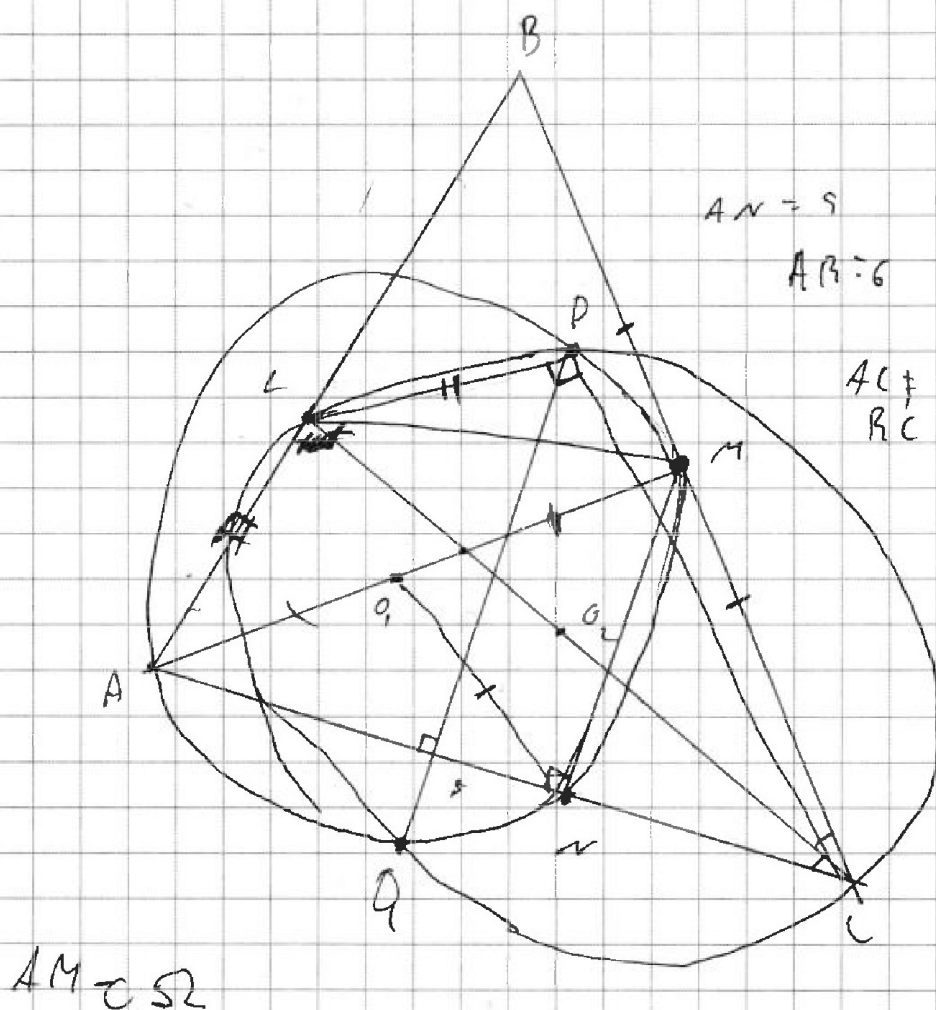
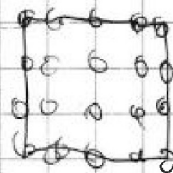
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l} b^5 - a^5 \mid (b-a) \\ b^5 - ab^4 \mid b^4 + ab^3 + a^2b^2 + a^3b + b^5 (b-a) \\ -ab^4 - \\ -ab^4 + a^2b^3 \\ a^2b^3 \\ -ab^3 - a^2b^2 \\ -a \\ -ab^4 - a^2b^3 \end{array}$$



$-C^2$
 69

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sim 5 \quad \begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} \\ 2x^5 + 4x^2 = 2y^5 - 4y^2 \end{cases}$$

$$y > 0 \quad 2x^5 - 2y^5 + 4x^2 - 4y^2 = 0$$

$$2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) + 4(x-y)(x+y) = 0$$

$$2x^4 + 2x^3y + 2x^2y^2 + 2xy^3 + 2y^4 + 2x + 2y = 0$$

$$\sqrt{x} = a \quad \sqrt{y} = b \quad x = y \text{ или } x, y > 0$$

$$2x^5 - 2y^5 + 4x^2 - 4y^2 + \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 0$$

$$+ \sqrt{3-x} - \sqrt{x+4} = 0$$

$$2(a^{10} - b^{10}) + 4(a^3 - b^3) + \sqrt{3-x}(a-b) = 0$$

$$b = \frac{a+5}{2a+1} \quad \sqrt{3-x} = \frac{\sqrt{x+4} + 5}{2\sqrt{x+4} + 1}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} - 5$$

$$x+4+3-x-2\sqrt{(x+4)(3-x)} =$$

$$= 4(x+4)(3-x) -$$

$$4(x+4)(3-x) -$$

$$- 20\sqrt{(x+4)(3-x)} + 25$$

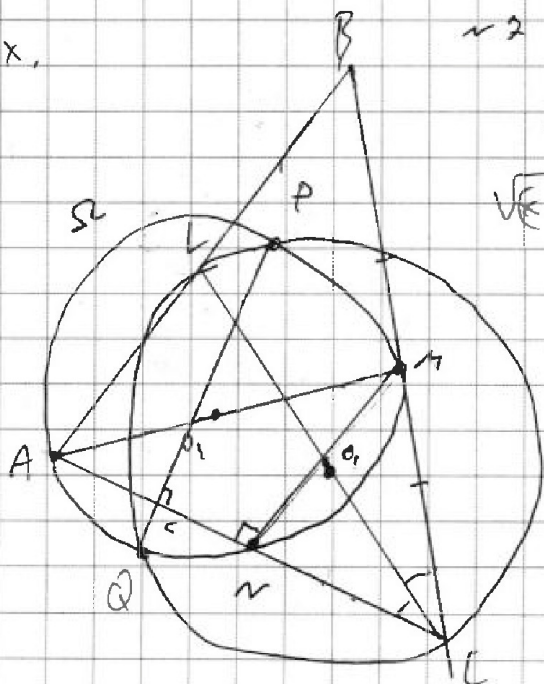
$$AB = 6$$

$$AN = 5$$

$$\sqrt{(x+4)(3-x)} = x$$

$$3 - 2x = 4x^2 - 20x + 25$$

$$(a-b)(2(a^{10} + a^{10})(a^5 + a^5)(a+b) + 4(a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a+b) + \sqrt{3-x}) = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

дана ΔABC , M - середина BC

$M \in l$, $l \parallel AC$, $l \cap AB = Z$,

$l \cap AC = Y$

$AC = 18$, $AY = 6$, $YZ = 8$

найти: BC

Решение:

м.к. $l \parallel AC$

$\Rightarrow \angle YZA =$

$= \angle CAB = \alpha$

$\Rightarrow \angle XAB$, м.к. $AC = 18$, $AY = 6 \Rightarrow YC = 12$,

$YZ = 8$, $MC = x \Rightarrow BC = 2x$, $AB = y$, по теореме синусов

$\Rightarrow \frac{YC}{AB} = \frac{AC}{AB} = \frac{18}{y} = \frac{x+8}{x-6}$, в ΔYMB и $\Delta XAB \sim \Delta MYB$
 $AY = 6$, $AB = c$.

по теореме м.к. $AX \parallel l$, $\Rightarrow \frac{MB}{BY} = \frac{XB}{AB}$, $\frac{x}{a+c} = \frac{x-6}{c}$,

и $\Delta ACX \sim \Delta ZCM$ по теореме, м.к. $ZM \parallel AC$, $\Rightarrow \frac{CZ}{CA} = \frac{CM}{CX}$

$\Rightarrow \frac{12}{18} = \frac{x}{x+8}$, $\frac{2}{3} = \frac{x}{x+8}$, $2x+24 = 3x \Rightarrow x = 24 \Rightarrow$

$\Rightarrow MX = XB = 8 \Rightarrow XA$ - медиана в $\Delta YBM \Rightarrow a = c$,

$ZM = 8$, $AX = 8 \Rightarrow$ м.к. AX - медиана в $\Delta MYB \Rightarrow 8+8 = 2t$,

и м.к. в ΔACX , $\frac{AX}{CZ} = \frac{BX}{CM} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} = \frac{t}{8} \Rightarrow 3t = 2 \cdot 8 \Rightarrow t = 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow 8 = 4$, $t = 8$

