



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

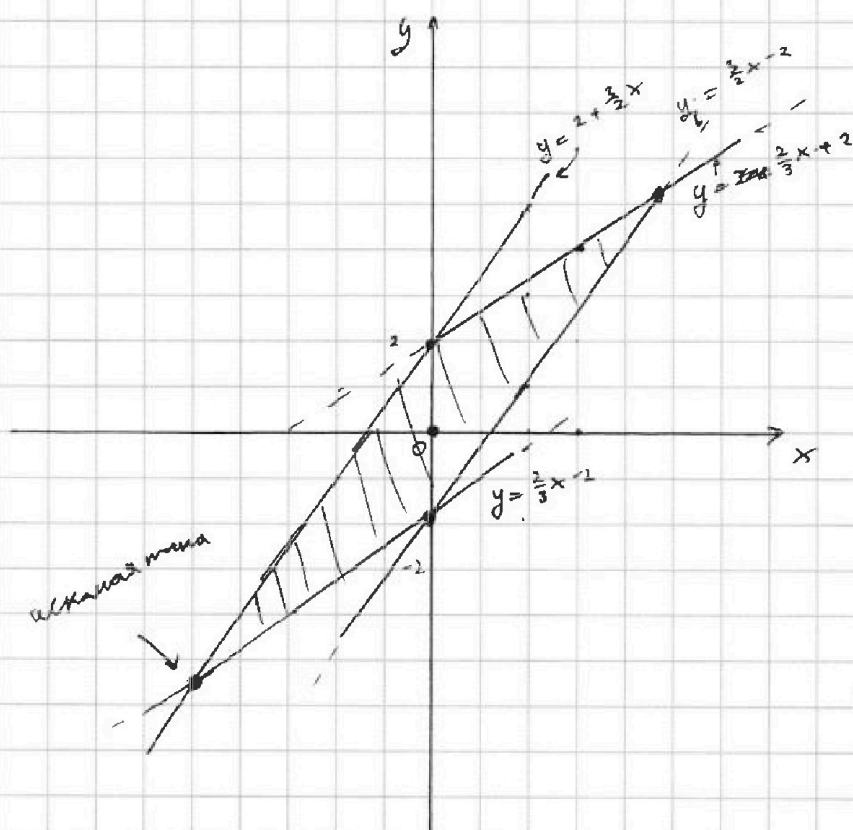
$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 3y \leq 2x+6 \\ 3y \geq 2x-6 \\ 3y \geq 2x \\ 3y \leq 2x+6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-3y \leq 6 & (1) \\ 2x-3y \geq -6 & (2) \\ 3x-2y \leq 4 & (3) \\ 3x-2y \geq -4 & (4) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad 3y &\geq 6-2x \quad 2x-6 \\ y &\geq \frac{2}{3}x-2 \\ (2) \quad 3y &\leq \frac{2}{3}x+2 \\ (3) \quad y &\leq \frac{2}{3}x+2 \end{aligned}$$

Изобразим точки, удов. системе на  $XOY$



$$\min(10x+5y) =$$

данной задачи

или можем по

спр.  $\min x$  и  $\min y$

т.к. в замкнутой

области  $(x, y)$  в которой уд.

исх. системе) есть

точка с наименьшим  $x$

и наим.  $y$ :

$$\text{наименьший } y = \frac{2}{3}x - 2$$

$$\text{и } y = \frac{2}{3}x + 2:$$

$$\frac{2}{3}x - 2 = \frac{2}{3}x + 2$$

$$-4 = \frac{5}{3}x$$

$$x = -\frac{24}{5} \quad y = \frac{2}{3}x + 2 = -\frac{26}{5}$$

$$\text{тогда } \min(10x+5y) =$$

$$= 10 \cdot \left(-\frac{24}{5}\right) + 5 \cdot \left(-\frac{26}{5}\right) =$$

$$= -48 - 26 = -74$$

Ответ: -74.



1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

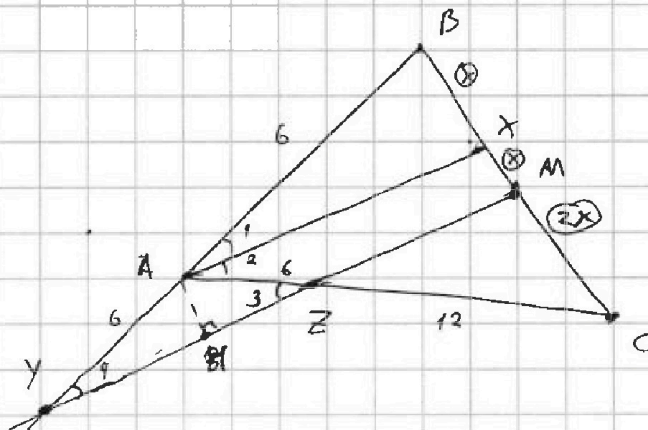
СТРАНИЦА  
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по 9

Решение

$AC = 12$   
 $AZ = 6$   
 $YZ = 8$   
 $AX - \text{биссектриса } \angle ABC$   
 $YM \parallel AX$   
 $BM = MC$   
 $Z \in AC$   
 $Y \in (AB)$   
 $BC = ?$



- (1)  $\angle 3 = \angle 2$  (напр.-лежа)  
 (2)  $\angle 1 = \angle 4$  (состав  $\angle$   $AX \parallel YM$ )  
 (3)  $\Delta YAZ - \text{пр/д}$  по  $\angle 2 = \angle 4 = \angle 3$   
 (4)  $\Rightarrow YA = AZ = 6$   
 (5)  $ZC = AC - AZ = 12$   
 (8)  $M - \text{ср } BC \Rightarrow BM = MC$   
 $BM = x$

- (6) по Т. Талеса при  $\angle ACB$  и  $AX \parallel YM$

$$\frac{YC}{AZ} = \frac{MC}{XM}$$

- (7)  $\square XM = x$ , тогда  $MC = 2x$

- (9) по Т. Талеса при  $\angle YBC$   
 и  $AX \parallel YM$

$$\frac{YA}{AB} = \frac{BM}{MC} = 1 \Rightarrow AB = 6$$

- (10) гон. постро.  $AK \perp YZ$

- (11)  $AM - \text{высота в пр/д } \Delta YZ$

$$\Rightarrow YZ = YZ = \frac{1}{2} YZ = 4$$

$$\cos \angle 3 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\angle 3 < 180^\circ, \text{ тогда}$$

$$\sin \angle 3 = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

(12)  $\cos \angle BAC = \cos 2 \cdot \angle 2 =$   
 $= \cos 2 \cdot \angle 3 = \cos^2 \angle 3 - \sin^2 \angle 3 =$   
 $= \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$

- (13) по Т.  $\cos$  для  $\Delta ABC$ :

$$\begin{aligned}
 BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2 \cos \angle BAC \cdot AB \cdot AC \\
 BC &= \sqrt{36 + 144 - 2 \cdot \frac{1}{9} \cdot 12 \cdot 6} = \sqrt{36 + 144 - 24} \\
 &= \sqrt{384} = \sqrt{4 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 6} = 8\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

Ответ:  $8\sqrt{6}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-xy} & (1) \\ 2x^5 + 9x^2 - 9\sqrt{3y} = 2y^5 - 9\sqrt{3x} + 4y^2 & (2) \end{cases}$$

$$(2): 2x^5 + 9x^2 - 9\sqrt{3x} = 2y^5 + 4y^2 - 9\sqrt{3y}$$

$$\text{Введем } f(x) = 2x^5 + 9x^2 - 9\sqrt{3x}$$

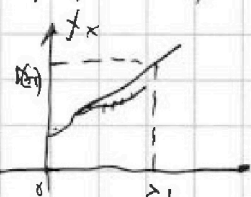
$$(2): f(x) = f(y) \quad D_f: x \geq 0 \quad \text{на всей } D:$$

$$2x^5 - \uparrow f\text{-член (на } D)$$

$$9x^2 - \uparrow f\text{-член (на } D) \Rightarrow \text{функция возрастающая} - f\text{-член возрастающая}$$

$$9\sqrt{3x} - \uparrow f\text{-член (на } D)$$

$\Rightarrow$  на  $D$  значения функции принимают только при 1 значении аргумента, т.е. единственности. Значит из (2)  $\Rightarrow x=y$  и доп. условие на  $x$



$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq 3 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [0; 3]$$

$$(1): \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-xy}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} - 5 \quad |^2$$

$$18\sqrt{(3-x)(x+4)} = 4(3-x)(x+4) + 18 \quad | :2$$

$$\text{Заменим: } 9\sqrt{(3-x)(x+4)} = 2(3-x)(x+4) + 9$$

$$9t = 2t^2 + 9 \quad t \geq 0$$

$$9t = 2t^2 + 9$$

$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$D = 81 - 72 = 9 \quad t_1 = \frac{9+3}{4} \quad t_2 = \frac{9-3}{4}$$

$$t_1 = 3 \quad t_2 = \frac{3}{2}$$

Одр. зам.

$$\begin{aligned} \sqrt{(3-x)(x+4)} &= 3 \\ 12-x-x^2 &= 9 \\ x^2+x+3 &= 0 \\ D &= 1-12 = -11 < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(3-x)(x+4)} &= 3 \\ 12-x-x^2 &= 9 \\ x^2+x-3 &= 0 \\ D &= 1+12 = 13 \\ x &= \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} &\geq 0 \\ \sqrt{x+4} &\geq \sqrt{3-x} \\ \min \sqrt{x+4} &= 2 \text{ (на } D) \\ \max \sqrt{3-x} &= \sqrt{3} \text{ (на } D) \\ \Rightarrow \sqrt{x+4} &\geq \sqrt{3-x} \text{ при } x \in D \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{12-x-x^2} &\geq 5 \\ 12-x-x^2 &\geq \frac{25}{4} \\ x^2+x-23 &\leq 0 \end{aligned}$$

Решим





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Одн. зам

$$\sqrt{(3-x)(x+4)} = 3$$

$$12-x-x^2=9$$

$$x^2+x-3=0$$

$$D=13$$

$$x_1 = \frac{-1-\sqrt{13}}{2} < 0, PK$$

$$x_2 = \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \oplus$$

Оценка

$$\sqrt{2,96} < \sqrt{3} < \sqrt{3,69}$$

$$3,6 < \sqrt{3} < 3,7 \quad | -2$$

$$2,6 < \sqrt{3}-1 < 2,7 \quad | /2$$

$$1,3 < \frac{\sqrt{3}-1}{2} < 1,35 \oplus$$

Проверка р-оси: \*

$$2\sqrt{12-x-x^2}-5 = 1 > 0$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} > 0$$

Проверка р-оси \*

$$2\sqrt{12-x-x^2}-5 = 1 > 0$$

при  $t=3$

Ответ:  $x = \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$

$$\sqrt{(3-x)(x+4)} = \frac{3}{2}$$

$$12-x-x^2 = \frac{9}{4} \quad | \cdot 4$$

$$4x^2+4x-39=0$$

$$D=16+16 \cdot 39=16 \cdot 40=(8\sqrt{10})^2$$

$$x_1 = \frac{-4-8\sqrt{10}}{8} < 0 \quad PK$$

$$x_2 = \frac{-4+8\sqrt{10}}{8} = -\frac{1}{2} + \sqrt{10} \oplus PK$$

$$\sqrt{9,61} < \sqrt{10} < \sqrt{10,24}$$

$$3,1 < \sqrt{10} < 3,2 \quad | -0,5$$

$$2,6 < \sqrt{10}-\frac{1}{2} < 2,7 \oplus$$

$$2\sqrt{12-x-x^2}-5 < 0$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x}$$

$$2\sqrt{12-x-x^2}-5 < 0$$

при  $t = \frac{3}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

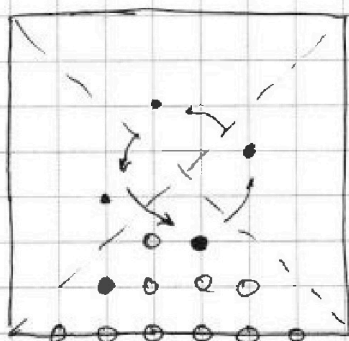
|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N<sup>o</sup> 6

Рассмотрим 1 сектор диаграммы:



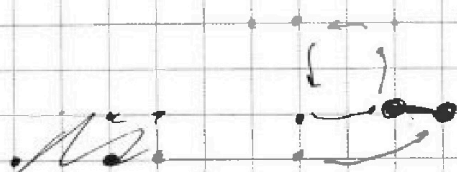
Введем  $C_{12}^2 = \frac{12 \cdot 11}{2}$   
Введем 2 узла из 12 в этом секторе. Каждый такую вершину соответствует еще 4 варианта без возврата.  
(Вращение одного узла вокруг центра)

2 узла зафиксированы, а мы

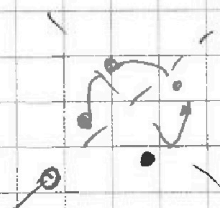
также будем его поворачивать у нас получится вар-ты, переходящие друг в друга поворотом.

$$\frac{12 \cdot 11}{2} = 4$$

(допустим готово к итог.  
можно получить пов. пар.)



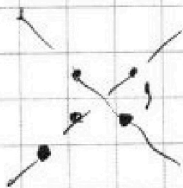
Рассмотрим диагонали:



для каждой (!) на диаг. введем её внутри сектора, зафиксируем (!) поворот. 2 и получим 4 вар.

$$12 \cdot 8 = 4$$

Возьмем 2 точки с диагон.



Осталось

$$C_{12}^2 \cdot 4 = \frac{8 \cdot 6}{2} \cdot 4$$

Суммируем

$$\frac{12 \cdot 11}{2} \cdot 4 + 12 \cdot 8 \cdot 4 + \frac{8 \cdot 6}{2} \cdot 4 = 744$$





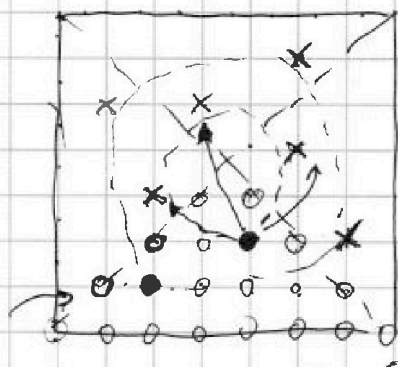
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$4 \cdot 3$$

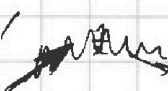
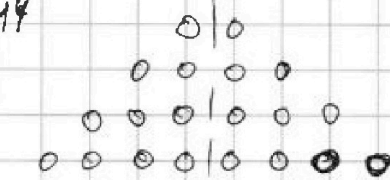
$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 28 \\ \hline 192 \\ + 480 \\ \hline 672 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ + 324 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 - 4 \\ + 5 + 2 + 3 \\ \hline 14 \end{array}$$

$$16$$



$$4 \cdot 3 \cdot C_{20}^2 = \frac{20 \cdot 19}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$\sqrt{x+4} + 5 =$$

$$10 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$$
$$20 \quad 12 + \frac{1}{4}$$
$$C_{20}^2 \quad 4 \quad \frac{7}{2}$$

$$\begin{array}{r} 38917 \\ - 36156 \\ \hline 2761 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 190 \\ \times 4 \\ \hline 760 \end{array}$$

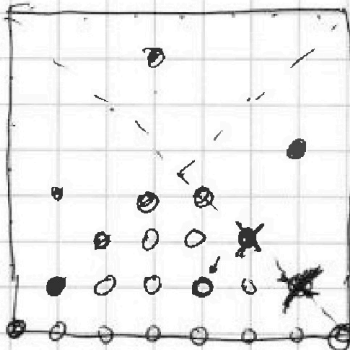
$$\begin{array}{r} 384 \\ \div 4 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 66 \\ \times 4 \\ \hline 264 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 384 \\ + 259 \\ + 698 \\ \hline 1341 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 + 642 \\ + 48 \\ \hline 744 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 31 \\ \hline 24 \\ + 72 \\ \hline 744 \end{array}$$



$$6 \cdot 11 \cdot 4 + 12 \cdot 8 \cdot 4$$
$$+ 6 \cdot 4$$
$$24(11 + 16 + 1)$$

$$C_{12}^2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 4(11 + 16 + 4)$$

$$324 + 36 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 16 \cdot 6$$
$$360 + 24$$
$$B = 384$$

$$8 \cdot 12 \cdot 4$$
$$+ C_{12}^2 \cdot 4$$

$$180 + 2 \cdot \frac{1}{9} \cdot 82$$
$$\sqrt{136} = 18$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{3}$$

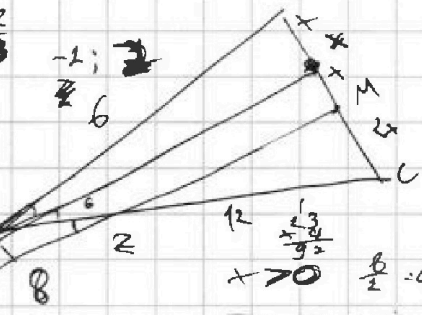
$$\cos \alpha = \frac{4}{5} = \frac{2}{3}$$

$$-1; \frac{2}{3}$$

$$12 - x - x^2 \geq 10$$
$$x^2 + x - 2 \leq 0$$
$$D = 1 + 8$$
$$A$$
$$\frac{1 - 3}{2}$$

$$12 - x - x^2 \geq \frac{25}{4}$$

$$48 - x - x^2 \geq 25$$
$$x^2 + x - 23$$



$$\sqrt{x+4} \geq \sqrt{3-x}$$
$$p = \frac{\sqrt{2+92}}{2} = \frac{-1+\sqrt{93}}{2} = 1 - \frac{\sqrt{93}}{2}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$
$$\frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x^5 + 4x^2 + 4\sqrt{3}x = 2y^5 + 4y^2 + 4\sqrt{3}y \quad x > 0$$

(12) - макс. при равенстве  $x = y$  из  $x$  и  $y$  макс.  $\pm$  знак

$$\Rightarrow x = y$$

$$\sqrt{x+4} - 8\sqrt{3} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$a-b+5=2ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 4ab^2 - 20ab + 25$$

$$a^2 + b^2 = 4ab^2 - 18ab + 25$$

$$a^2 - 2ab - b^2 = -5$$

$$a^2 + b^2 - 4a^2b^2 + 25 = -18ab$$

$$a^2(1-4b^2) + b^2(1-a^2) +$$

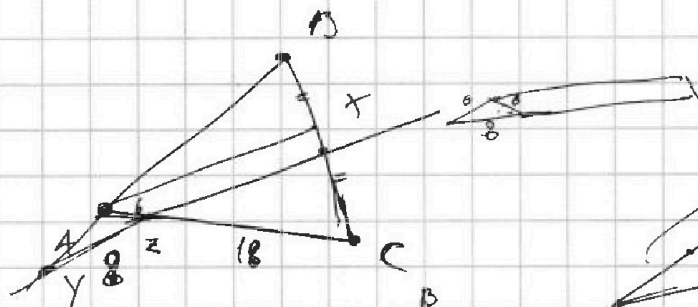
$$a^2 - 2ab + b^2 - 4a^2b^2 + 18ab - 25$$

$$a^2(1-4b^2) + a(18b) - 25 + b^2$$

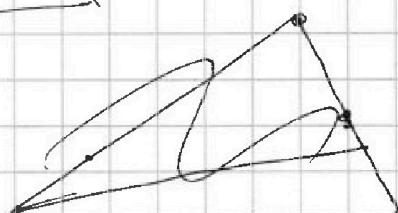
$$256b^2 - 4(b^2 - 25)(1-4b^2) = 256b^2 - 4b^2 + 16b^2 + 100 - 900b^4$$

$$-100b^4 + 268b^2 + 100$$

$$\begin{array}{r} 400 \\ -256 \\ \hline 144 \\ -12 \\ \hline 132 \end{array}$$



BC-2



$$\frac{AC}{AB} = \frac{CX}{BX}$$

$$\frac{AB}{AX} = \frac{BX}{XM}$$

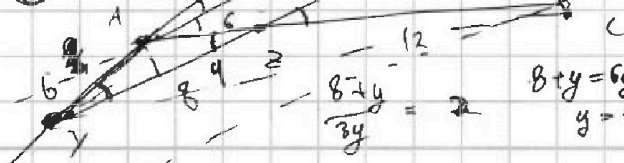
$$\frac{AB}{AB} = \frac{CX}{BX}$$

$$\frac{AB}{6} = \frac{BX}{XM}$$

$$\frac{AB}{18} = \frac{BX}{XM}$$

$$3 = \frac{CX}{XM}$$

OS = (2/3)



$$8+y=6y$$

$$y=\frac{8}{5}$$







1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \downarrow a \quad (a+2d) \quad (a+6d) \\ & 12-12x \quad (x^2+4x)^2 \quad -6x^2 \quad \text{NSY} \\ & -6x^2+12x-12=6d \quad |:-6 \\ & x^2-2x+2=d \end{aligned}$$

$$(12-12x) + 2(x^2-2x+2) = (x^2+4x)^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 - 4x + 4 + 12x - 12 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 12 = 0$$

$$1 \quad 8 \quad 18 \quad 8 \quad -12$$

$$-1 \quad 1 \quad 7 \quad -11 \quad 19 \quad x$$

$$-3 \quad 1 \quad 5 \quad 3 \quad -1 \quad x$$

$$-1 \quad 1 \quad 43 \quad 6 \quad -16 \quad x$$

$$-6 \quad 1 \quad 2 \quad 6 \quad -32 \quad x$$

$$N=2$$

$$|2x-3y| \leq 6$$

$$|3x-2y| \leq 4$$

$$x \geq \frac{2}{3}y$$

$$3x-3y=6$$

$$y \leq \frac{2}{3}x$$

$$3y-2x=6$$

$$y \leq \frac{2}{3}x$$

$$2x-6 \leq 3y$$

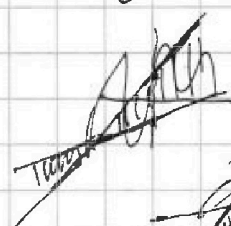
$$y \geq \frac{2}{3}x-2$$

$$y \leq \frac{2}{3}x-2$$

$$y \geq \frac{2}{3}x-2$$

$$y \leq 2-\frac{2}{3}x$$

$$10x+5y$$



$$\frac{4}{3}x-4=0$$

$$\frac{1}{3}x=1$$

$$x=3$$

$$3x=4$$

$$x=\frac{4}{3}$$

$$y=\frac{2}{3}x-2$$

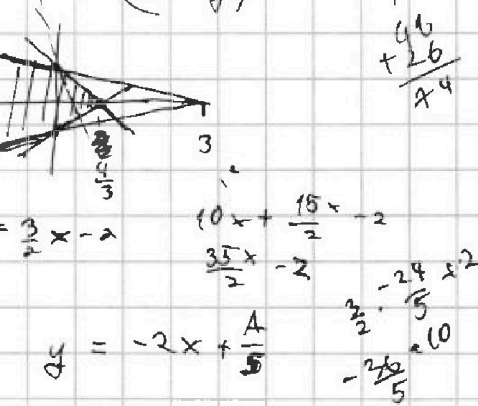
$$y=-2x+\frac{4}{3}$$

$$(x+2)(x^2+4x-2)=0$$

$$(x+2)(x^2+4x-2)=0$$

$$\begin{aligned} x+2 &= 4 & 16+8 &= 24 \\ x &= 2 & &= (2\sqrt{6})^2 \\ -4 \pm 2\sqrt{6} &= -1 \pm \sqrt{6} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\min(10x+5y)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 12 - 12x \\ a_4 &= (x^2 + 4x)^2 \\ a_8 &= (-6x^2) \end{aligned} \right\} \{a_n\}$$

$x = ?$

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1 + d \\ a_4 &= (a_1 + d) + 2d \\ a_8 &= (a_1 + d) + 6d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \exists a_1 + d &= a, \text{ тогда} \\ \begin{cases} 12 - 12x = a & (1) \\ (x^2 + 4x)^2 = a + 2d & (2) \\ -6x^2 = a + 6d & (3) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) - (2): & \rightarrow 6d \\ -6x^2 - 12 + 12x &= 6d : -6 \\ x^2 - 2x + 2 &= -d \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(4) & \rightarrow (2) \\ (x^2 + 4x)^2 + 2(x^2 - 2x + 2) &= 12 - 12x \\ x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 - 4x + 4 + 12x - 12 &= 0 \\ P(x) &= x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0 \end{aligned}$$

по ок. Горнера:

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 1 & 8 & 18 & 8 & -8 \\ -2 & 1 & 6 & 6 & -4 & 0 \\ -2 & 1 & 4 & -2 & 0 & \end{array}$$

$x = -2$  - корень

$x = -2$  - корень 2-ой кратности

$$P(x) = (x+2)^2 (x^2 + 4x - 2) = 0$$

$$\begin{aligned} (1): \quad x^2 + 4x - 2 &= 0 \\ D &= 16 + 8 = 24 = (2\sqrt{6})^2 \\ x &= \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} \\ \begin{cases} x = \sqrt{6} - 2 \\ x = -\sqrt{6} - 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Обрезаем все решения

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = \sqrt{6} - 2 \\ x = -\sqrt{6} - 2 \end{cases}$$

и.к. Все преобразования были  
равносильны, а ограничений на  $x$   
нет

Ответ:  $x = 2$   
 $x = \sqrt{6} - 2$   
 $x = -\sqrt{6} - 2$





1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№108

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(3-x)(x+4)}$$

$$7 - 2\sqrt{(3-x)(x+4)} = 4(3-x)(x+4) - 20\sqrt{(3-x)(x+4)} + 25$$

$$16\sqrt{(3-x)(x+4)} = 4(3-x)(x+4) + 18$$

$$81(3-x)(x+4) = 4(3-x)^2(x+4)^2 + 36(3-x)(x+4) + 81$$

$$4(3-x)^2(x+4)^2 - 45(3-x)(x+4) + 81 = 0$$

$$4t^2 - 45t + 81 = 0$$

$$t_1 = 9$$

$$t_2 = \frac{9}{4}$$

$$-x^2 - x + 12 = 9$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$1 + 12 = 13$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\sqrt{x+4} \geq \sqrt{3-x}$$

$$x+4 \geq 3-x$$

$$2x \geq -1$$

$$x \geq -\frac{1}{2}$$

$$-1 \leq x \leq 3$$

$$-x^2 - x + 12 = 9$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$4t^2 - 45t + 81 = 0$$

$$t_1 = 9$$

$$-4x^2 - 4x + 48 = 9$$

$$4x^2 + 4x - 39 = 0$$

$$16 + 624 = 640 = 8\sqrt{10}$$

$$-9 \pm 8\sqrt{10} = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{2}$$

$$\sqrt{12.96} < \sqrt{13} < \sqrt{16.9}$$

$$3.6 < \sqrt{13} < 4.1$$

$$-4.6 > \sqrt{13} > -4.1$$

$$-2.3 > \sqrt{13} > -2.35$$

$$-3.1 < \sqrt{10} < 3.2$$

$$-3.1 > \sqrt{10} > -3.2$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

