



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



$$\begin{array}{r} \times 03 \\ 504 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 115 \\ 1204 \\ \times 1875 \\ 18750 \\ \times 1875 \\ 18750 \end{array}$$

1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^{-1}$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -12 \quad -16 \\ -14 \quad -6 \\ -15 \quad -4 \\ -24 \quad -36 \\ -24 \quad -36 \end{array}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.

$$(17, 1, p, p^2)$$

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

$$4 \quad 1, 5, 23$$

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{array}{r} 387 \\ 102 \\ 36 \\ 43 \\ 24 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{array} \begin{array}{l} 122 \\ 62 \\ 62 \\ 3 \end{array} \begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x+4y^2}. \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 12 \cdot 4 \quad 13 \cdot 8 \\ 3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 9^2 \\ 1 \cdot 15 \end{array}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.



7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.

$$A = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = mn(m-2n-2)$$

$$\begin{array}{r} 16 \cdot 8 = 24 = 2\sqrt{6} \\ -4 \pm 2\sqrt{6} = -2 \pm \sqrt{6} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + x - 5,75 \\ 1 + 23 = x = 24 \\ t = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 - 8\sqrt{6} + 6 - 8 \\ 4 + 4\sqrt{6} + 6 - 8 - 4\sqrt{6} - 2 \end{array}$$

$$12 - x - x^2 = 6,25$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Р₁

Для любой арифметической прогрессии имеем:

$a_n = a_1 + d(n-1)$, тогда имеем систему:

$$\begin{cases} a_2 = a_1 + d, & (1) \\ a_4 = a_1 + 3d, & (2) \\ a_8 = a_1 + 7d, & (3) \end{cases}, \text{ тогда: } \begin{cases} (2)-(1) \Rightarrow a_4 - a_2 = 2d \\ (3)-(2) \Rightarrow a_8 - a_4 = 4d \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2(a_4 - a_2) = a_8 - a_4,$$

$$2((x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x) = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2,$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 + 24x - 24 = 0, \quad | : 3$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0,$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0 \quad (\text{По Т. о рациональных корней}$$

многочлена найдем корни $x = -2$ и поделим

на схему Горнера $\begin{array}{c|ccc|c} 1 & -8 & 18 & 8 & -8 \\ -2 & 1 & 6 & 6 & -4 & 0 \end{array}$

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0 \quad (\text{аналогично } x = -2 - \text{корень,}$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & 6 & 6 & -4 \\ -2 & 1 & 4 & -2 & 0 \end{array})$$

$$(x+2)^2(x^2 + 4x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+2=0, \\ x^2 + 4x - 2 = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2, \\ x = -2 \pm \sqrt{6}; \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \{-2 \pm \sqrt{6}; -2\}.$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 2

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}, \text{ т.к. обе части обеих неравенств не отрица-} \\ \text{тельны, то} \begin{cases} (2x-3y)^2 \leq 36, & (1) \\ (3x-2y)^2 \leq 16, & (2) \end{cases}$$

1) решим уравнение:

$$(2x-3y)^2 = 36, \text{ отнесем к } x$$

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 - 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{6y \pm \sqrt{36y^2 - (9y^2 - 36) \cdot 4}}{4} \\ x = \frac{6y - \sqrt{36y^2 - (9y^2 - 36) \cdot 4}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6y + \sqrt{36 \cdot 4}}{4} \\ x = \frac{6y - \sqrt{36 \cdot 4}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6y + 12}{4} \\ x = \frac{6y - 12}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5y + 3 \\ x = 1,5y - 3 \end{cases}$$

Тогда решения неравенства будем прощупывать между корнями, т.е. $1,5y + 3 \leq x \leq 1,5y - 3$;

2) решим уравнение:

$$(3x-2y)^2 = 16, \text{ отнесем к } y:$$

$$9y^2 - 12xy + 4x^2 - 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{6x \pm \sqrt{36x^2 - 4(4x^2 - 16)}}{4} \\ y = \frac{6x - \sqrt{36x^2 - 4(4x^2 - 16)}}{4} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{6x + \sqrt{4 \cdot 16}}{4} \\ y = \frac{6x - \sqrt{4 \cdot 16}}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{6x + 4}{4} \\ y = \frac{6x - 4}{4} \end{cases}, \text{ аналогично}$$

решения неравенства будем прощупывать между корнями, т.е. $1,5x - 2 \leq y \leq 1,5x + 2$;



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда получаем систему:

$$\begin{cases} 1,5 - 3 \leq 1,5y - 3 \leq x \leq 1,5y + 3, \\ 1,5x - 2 \leq y \leq 1,5x + 2, \end{cases}$$

сложим их правые части, тогда:

$$1,5y + 1,5x - 5 \leq x + y,$$

$$0,5y + 0,5x \leq 5 \Rightarrow x + y \leq 10;$$

Аналогично сложим левые части:

$$x + y \leq 1,5y + 1,5x + 5,$$

$$-10 \leq x + y;$$

Заменяем, что:

$$\begin{cases} 1,5y - 3 \leq x \\ 1,5x - 2 \leq y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1,5(1,5x - 2) - 3 \leq 1,5y - 3 \leq x, \\ 2,25x - 3 - 3 \leq x \\ 1,25x \leq 6 \\ 5x \leq 24 \end{cases}$$

Заменяем, что:

$$\begin{cases} x \leq 1,5y + 3, \\ y \leq 1,5x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 1,5y + 3 \leq 1,5(1,5x + 2) + 3, \\ x \leq 2,25x + 6 \\ -6 \leq 1,25x, \\ -24 \leq 5x, \text{ тогда} \end{cases}$$

получаем, что:

$$\begin{cases} -10 \leq x + y \\ -24 \leq 5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -50 \leq 5x + 5y \\ -120 \leq 5x - 24 \leq 5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -74 \leq 10x + 5y - \\ \text{оценка} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Приведите пример:

$$x = -9,8, y = -5,2,$$

$$1) 10x + 5y = -98 - 26 = -124,$$

$$2) |-9,8 + 3 \cdot 5,2| = 6 \leq 6$$

$$3) |-19,9 + 10,4| = 9,5 \leq 9,5$$

$\Rightarrow$ такой пример не существует

Ответ: -124.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

Разберём оба случая:

1) $A = 17p^2$, $B = 15q^2$, пусть $m-2n = t$, тогда:

$A = t(t+13)$, t и $t+13$ — парный множители $\Rightarrow$ хотя бы один из них кратен 17, а, т.к. $17 \nmid 2$, то $p^2 \vdots 2$, а следовательно простое число, разложение которого имеет вид $2 \cdot \dots$, тогда $p = 2$:

$$(m-2n)(m-2n+13) = 17 \cdot 4, \text{ тогда очевидно видно, что}$$

1) ~~$m-2n = 68$~~ $m-2n = 4$, тогда:

~~$m-2n+13 = 1$~~ $B = mn(4-2) = 2mn = 15q^2$, тогда

очень понятно, что $q \vdots 2 \Rightarrow q = 2$, тогда:

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m-2n = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (4+2n)n = 30 \\ m = 4+2n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2n^2 + 4n - 30 = 0 \\ m = 4+2n \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=3 \\ n=-5 \notin \mathbb{N} \\ m=4+2n \end{cases} \Rightarrow n=3, m=10;$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) A = 15q^2, B = 17p^2:$$

$$A = (m - 2n) / (m - 2n + 13) = 15q^2, \text{ аналогично (1), } q:2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = 2, \text{ тогда:}$$

$$(m - 2n) / (m - 2n + 13) = 60, \text{ переберём все возможные делители 60: } 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60,$$

$$60 = 60 \cdot 1 = 30 \cdot 2 = 20 \cdot 3 = 15 \cdot 4 = 12 \cdot 5 = 10 \cdot 6, \text{ отсюда}$$

видно, что все соответствуют парам делителей, дающих

$$60, \text{ разность между которыми равна } 13 (m - 2n + 13 - m + 2n = 13) \Rightarrow \text{такой вариант существует};$$

$$\text{Ответ: } n = 3, m = 10.$$

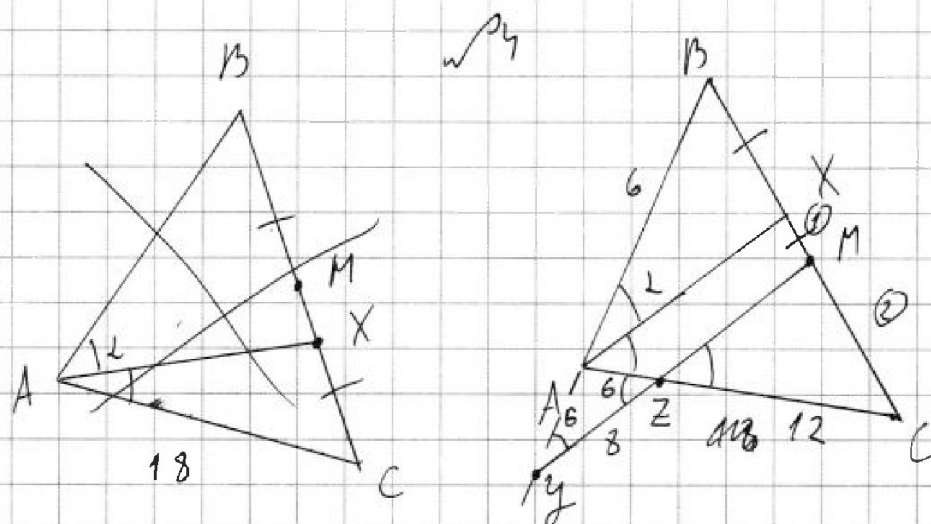


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



По Т. Симона: $\frac{|BX|}{|XM|} = \frac{|AB|}{|AY|}$ и $\frac{|XM|}{|AZ|} = \frac{|MC|}{|ZC|} \Leftrightarrow \frac{|XM|}{6} = \frac{|MC|}{12}$

$\Rightarrow \frac{|XM|}{|MC|} = \frac{1}{2}, (\widehat{BAX} = \widehat{XAC} = 2)$

т.к. $(XA) \parallel (YM)$, то $\widehat{XAZ} = \widehat{MZC} = 2$, как соответственные,

тогда $\widehat{AZY} = \widehat{MZC} = 2$, как вертикальные, а

$\widehat{YAZ} = 130^\circ - \widehat{BAC} = 130^\circ - 22^\circ \Rightarrow 130^\circ = \widehat{AYZ} + \widehat{AZY} + \widehat{YAZ} -$

$= 130^\circ - 22^\circ + 2^\circ + \widehat{AYZ} \Rightarrow \widehat{AYZ} = 2^\circ \Rightarrow \triangle AZY - \text{равносторонний}$

т.о. $|AY| = |AZ| = 6$, пусть $|AB| = x$, тогда по Т. о биссектрисы

$\frac{|BX|}{|XC|} = \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{x}{18}$, тогда применим Т. Менелая для

$\triangle ABC$ и MZY :

$\frac{|BX|}{|XC|} \cdot \frac{|CZ|}{|AZ|} \cdot \frac{|AY|}{|YB|} = 1 \Rightarrow \frac{x}{18 \cdot 6} \cdot \frac{42}{6} \cdot \frac{6}{x+6} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 6x = 0x + 54$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $|AC| = 2y$, тогда $|BM| = 2y$, $|XM| = \frac{|AC|}{2} = y$,
тогда: $\frac{|BX|}{|XM|} = \frac{|BM| - |XM|}{|XM|} = \frac{2y - y}{y} = 1 \Rightarrow |BX| = |XM|$,
т.е. $(AX) \perp (YM)$ и X - середина BM

тогда (AX) - средняя линия треугольника $YMB \Rightarrow$

$$|YA| = |AB| = 6;$$

Из $\triangle AZY$ по т. косинусов: $\widehat{YAZ} = \frac{36 + 36 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{8}{9} = \frac{1}{3}$,
тогда запишем т. косинусов для $\triangle ABC$:

$$\widehat{BAC} = 180^\circ - \widehat{YAZ} \Rightarrow \cos \widehat{BAC} = -\cos \widehat{YAZ} = -\frac{1}{3}, \text{ тогда:}$$

$$\begin{aligned} |BC| &= \sqrt{|AB|^2 + |AC|^2 - 2 \cos \widehat{BAC} \cdot |AB| \cdot |AC|} = \\ &= \sqrt{36 + 324 + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 18} = \sqrt{384} = \\ &= \sqrt{2^7 \cdot 3} = 8\sqrt{6}; \end{aligned}$$

Ответ: $8\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} & (1) \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & (2) \end{cases}$$

Из условия заметим, что $x, y \geq 0$, тогда:

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$$

Рассмотрим функцию $f(t) = 2t^5 + 4t^2 + \sqrt[4]{3t}$,

при $t \geq 0$: $2t^5$ монотонно возрастает, $4t^2$ также монотонно возрастает и $\sqrt[4]{3t}$ монотонно

возрастает, тогда $f(t)$ также монотонно

возрастает при $t \geq 0$, тогда значение этой

функции в точках x и y могут быть равны

тогда и только тогда, когда $x = y$, тогда рассмотрим

(1) при $x = y$:

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}, \text{ пусть } \sqrt{x+4} = a \geq 0,$$

$$\sqrt{3-x} = b \geq 0, \text{ тогда } \sqrt{12-x-x^2} = ab \geq 0,$$

$$a - b + 5 = 2ab, \text{ при } x \geq 0: x+4 > 3-x, \text{ тогда}$$

$$a + 5 = 2ab + b, \text{ обе части уравнения положительны}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + 10a + 25 = 4a^2b^2 + 4ab^2 + b^2$$

или найдем D :

$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \\ 12-x-x^2 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq 3 \\ x \in [-4; 3] \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [0; 3]$$

Положим:

$$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} + \sqrt{3-x}, \text{ заменим,}$$

что при $x \in [0; 3]$: $x+4 \uparrow$, $3-x \downarrow$, $12-x-x^2 \downarrow$,

тогда существуют единственные корни у этого уравнения,

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-x)}.$$

$$\text{Пусть } \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 0 \stackrel{0, \text{ м. к. при } x \in [0; 3]: x+4 > 3-x \Rightarrow x > 0,5}{=} \Rightarrow a^2 = x+4+3-x-2\sqrt{(x+4)(3-x)}$$

$$= 7 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)},$$

тогда запишем: $a + a^2 - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=-2, < 0 \end{cases}$, тогда:

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 1,$$

$$x+4 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} + 3-x = 1 \Rightarrow \sqrt{(x+4)(3-x)} = 3,$$

$$-x^2 - x + 12 = 0,$$

$$x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}, \text{ т. к. } y = x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2},$$

$$\text{ответ: } \left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

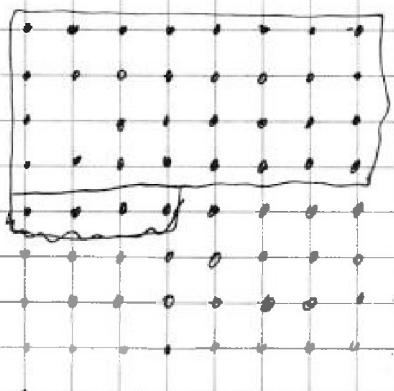
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Засчитываются два шара:

1) Выбираем две точки симметричные относительно центра ~~двух~~ ^{двух} , тогда при ~~своём~~ ^{своём} повороте на $0^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ мы получим только две различные раскладки, всего таких раскладок $\frac{8 \cdot 8}{2} = 32$



(берём одну точку и симметричную ей, но, т.к., поворачивать её, мы получим две различные, то различных раскладок $\frac{32}{2} = 16$;

2) Выбираем две точки несимметричные относительно центра ~~двух~~ ^{двух} , тогда при ~~своём~~ ^{своём} повороте мы получим ~~только~~ ^{только} ~~две~~ ^{четыре} различные раскладки, а всего таких раскладок $\frac{64 \cdot 63}{2} - 32$ ^{32 - симметричные} ~~а~~ ^а ~~различных~~ ^{различных} ~~из~~ ^{из} ~~за~~ ^{за} ~~возможности~~ ^{возможности} ~~использовать~~ ^{использовать} ~~четыре~~ ^{четыре} ~~различные~~ ^{различные} ~~раскладки~~ ^{раскладки} ~~при~~ ^{при} ~~повороте~~ ^{повороте} , тогда ~~примарное~~ ^{примарное} ~~количество~~ ^{количество} ~~различных~~ ^{различных} ~~раскладок~~ ^{раскладок}



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \frac{\frac{64 \cdot 63}{2} - 32}{4} + \frac{32}{2} = \frac{\frac{64 \cdot 63}{2} + 32}{4} = \frac{32 \cdot 63 + 32}{4} =$$

$$= 3 \cdot 63 + 8 = 512$$

Ответ: 512.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 2x - 3y \geq -6 \\ 3x - 2y \leq 4 \\ 3x - 2y \geq -4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$5x - 5y \leq 10$$

$$10x + 5y = 0$$

$$5x - 5y \geq -10$$

$$y = \frac{2}{5}x$$

$$x - y \leq 2$$

$$x - y \geq -2$$

$$y = 2 - x$$

$$x - y = 2$$

$$3x - 2y \leq 4$$

$$2x - 3y \leq 6$$

$$x + y \leq -2$$

$$3x - 2y \geq -4$$

$$2x - 3y \geq -6$$

$$x + y \geq 2$$

$$3x - 2y = 4$$

$$y = \frac{3}{2}x - 2$$

$$6x - 6y \leq 12$$

$$-0,6 + 15$$

$$6x - 6y \leq 8$$

$$10,4 -$$

$$60 - 5y \leq 10$$

$$6x - 6y \geq -12$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$y \geq -2$$

$$4x - 6y \geq -12$$

$$9x - 6y \geq -12 \quad x = 24$$

$$y = -34$$

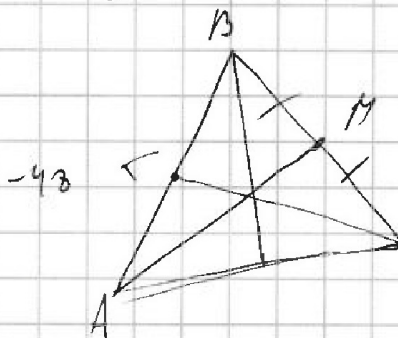
$$-5x \geq 0$$

$$x \leq 0$$

$$y = \frac{3}{2}x + 2$$

$$\frac{3}{2}x + 2 = \frac{2}{3}x - 2$$

$$24 \quad 0x + 12 = 0x - 12$$



30.2

$$2x \leq 6 + 3y$$

$$4 \cdot 17$$

$$2x - 3y = 6$$

$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

$$2x - 3y = -6$$

$$3y = 2x + 6$$

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

$$2x - 3y \leq 6 \quad | \cdot 3$$

$$3x - 2y \leq 4 \quad | \cdot 2$$

$$6x - 6y \geq -12$$

$$2x - 3y$$

$$4x - 6y \geq -12$$

$$8x - 6y \geq -4$$

$$-5x \geq$$

$$2y = 3x + 4$$

$$y = \frac{3}{2}x + 2$$

$$-48 - 26$$

$$-74$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$\sqrt{x+4} = a$$

$$a - b + 5 =$$

$$x + y = 2$$

$$x - 2y = -2$$

$$2x - y = 1$$

$$2x - y = 1$$

$$\sqrt{3-y} = b$$

$$2x^5 - 2y^5 + 4x^2 - 4y^2 + \sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y} = 0$$

$$y = \frac{x}{2} - 1$$

$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$y = \frac{x}{2} + 1$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$$

$$y = 2x + 1$$

$$\frac{x}{2} + 1 = 2x + 1$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = a$$

$$x = y$$

$$(2x - 3y)^2 \leq 36$$

$$1,5x - 2 \leq y \leq 1,5x + 2$$

$$(3x - 2y)^2 \leq 16$$

$$3y - 6 \leq x \leq 3y - 6$$

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 \leq 36$$

$$3y - 6 + 1,5x - 2 \leq x + y$$

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 - 36$$

$$-8 \leq -0,5x - 2y$$

$$D = 36y^2 - (9y^2 - 36) \cdot 4 = 144$$

$$x = \frac{3y \pm 12}{2} = 3y \pm 6$$

$$3y - 6 \leq x \leq 3y + 6$$

$$9x^2 - 12xy + 4y^2 - 16 \leq 0$$

$$x$$

$$D = 36x^2 - (9x^2 - 16) \cdot 4 = 64$$

$$y = \frac{6x \pm 8}{4} = 1,5x \pm 2$$

$$a^2 = x + 4 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} + 3 - x$$

$$1,5x - 2 \leq y \leq 1,5x + 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 \cdot d = 12 - 2x$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_1 + 7d = -6x^2$$

$$-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 4d$$

$$(x^2 + 4x)^2 - 12 + 2x = 2d$$

$$-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 2(x^2 + 4x)^2 - 24 + 4x, \quad \begin{matrix} 1 & 6 & 6 & -4 \\ -2 & 1 & 4 & -2 & 0 \end{matrix}$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 + 4x - 24 = 0$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 + 6x^2 + 4x - 24$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 4x - 24 = 0$$

$$3 - 24 + 54 - 4 - 24$$

$$48 - 192 + 216 - 16 - 24$$

$$3 \cdot \frac{1}{27} + 24 \cdot \frac{1}{27} + 54 \cdot \frac{1}{27} - \frac{4}{3} - 24$$

$$\frac{1}{27} - \frac{3}{9} + 6 - \frac{4}{3} - 24$$

$$3 \cdot 81 - 24 \cdot 27 + 54 \cdot 9 - 12 - 24$$

$$243 - 648 + 486 - 12 - 24$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 27 \\ \hline 168 \\ 48 \\ \hline 648 \end{array}$$

$$-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 2(x^2 + 4x)^2 - 24 + 4x$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 - 24 + 4x$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2x^2 - 8 + 8x$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 - 8 + 8x$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$\begin{matrix} 1 & 6 & 6 & -4 \\ -2 & 1 & 4 & -2 & 0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} -1 & -2 & -3 & -4 & -5 & -6 & -8 & -12 \\ & & & & & & & -24 \end{matrix}$$

$$13$$

$$-1 \quad (-2) \quad -4 \quad -8$$

$$0 - 3 + 18 - 8 - 8$$

$$16 - 64 + 72 - 16 - 8$$

$$88 - 88 = 0$$

$$\begin{matrix} 1 & 8 & 18 & 8 & -8 \\ -2 & 1 & 6 & 6 & -4 & 0 \end{matrix}$$

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4)$$

$$\begin{matrix} -3 & +24 & -12 & -4 \\ (x+2)^2 & (x^2 + 4x - 2) \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_2 = a_1 + d = 12 - 2x$$

1.7

$$7a_1 + 70d = 84 - 14x$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_1 + 7d = -6x^2$$

$$a_1 + 7d = -6x^2$$

$$6a_1 = 6x^2 - 14x + 84$$

$$6a_1 = 6x^2 + 14x + 84$$

$$3d = x^4 + 8x^3 + 16x^2 - x^2 + \frac{7}{3}x - 14$$

$$2d = -12 + 2x + (x^2 + 4x)^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 15x^2 + \frac{7}{3}x - 14$$

$$a_1 + d = x^2 - \frac{7}{3}x + 14 - 6 + x + \frac{(x^2 + 4x)^2}{2} = 12 - 2x$$

$$3x^2 - 7x + 24 + 5$$

6.2

$$72 - 12x = 6x^2 - 14x + 84 - 36 + 6x + (x^2 + 4x)^2$$

$$72 - 12x = 6x^2 - 14x + 84 - 36 + 6x + x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 22x^2 + 4x - 24 = 0$$

-1 -2 -3 -4

$$1 - 3 + 22 - 4 - 24$$

$$-6 - 3 - 12 - 24$$

$$16 - 64 + 88 - 8 - 24$$

$$\frac{8 \cdot 7}{2}$$

10.7

$$81 - 8 \cdot 27 + 22 \cdot 4 - 12 - 24 = 0 \quad 81 - 216 + 198 - 12 - 24$$

$$12 - 2x + 60d = -6x^2$$

$$6x^2 - 2x + 12 = -60d$$