



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



✓1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

✓2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

✓3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

✓5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

✓6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = 3n+3$$

$$a_2 = (n^2+2n)^2 - 3n+3$$

$$a_3 = (n^2+2n)^2$$

$$a_4$$

$$a_5$$

$$a_6$$

$$a_7$$

$$a_8$$

$$a_9 = 3n^2$$

пусть b - разность арифм. прогрессии

$$\begin{cases} a_5 - a_3 = 2b \\ a_9 - a_5 = 6b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_5 - a_3 = 2b \\ a_9 - a_5 = 4b \end{cases}$$

$$\begin{cases} (n^2+2n)^2 - (3n+3) = 2b \quad / :2 \\ 3n^2 - (n^2+2n)^2 = 4b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(n^4 + 4n^3 + 4n^2) - 6n - 6 = 4b \\ 3n^2 - n^4 - 4n^3 - 4n^2 = 4b \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$2n^4 + 8n^3 + 8n^2 - 6n - 6 = 3n^2 - n^4 - 4n^3 - 4n^2$$

$$3n^4 + 12n^3 + 9n^2 - 6n - 6 = 0 \quad / :3$$

$$f(n) = n^4 + 4n^3 + 3n^2 - 2n - 2 = 0$$

$$f(-1) = 1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0 \Rightarrow n = -1 \text{ корень.}$$

поделит $f(n)$ на $(n+1)$

метод Горнера:

	1	4	3	-2	-2
-1	1	3	0	-2	0
-1	1	2	-2	0	

м.к. $f(n)$ отсюда
поделит на $n+1$ без
остатка, то $n = -1$ кратный
корень

$$f(n) = (n+1)^2 (n^2 + 2n - 2) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(n) = (n+1)^2(n^2+2n-2) = 0$$

$$(n+1)^2 = 0$$

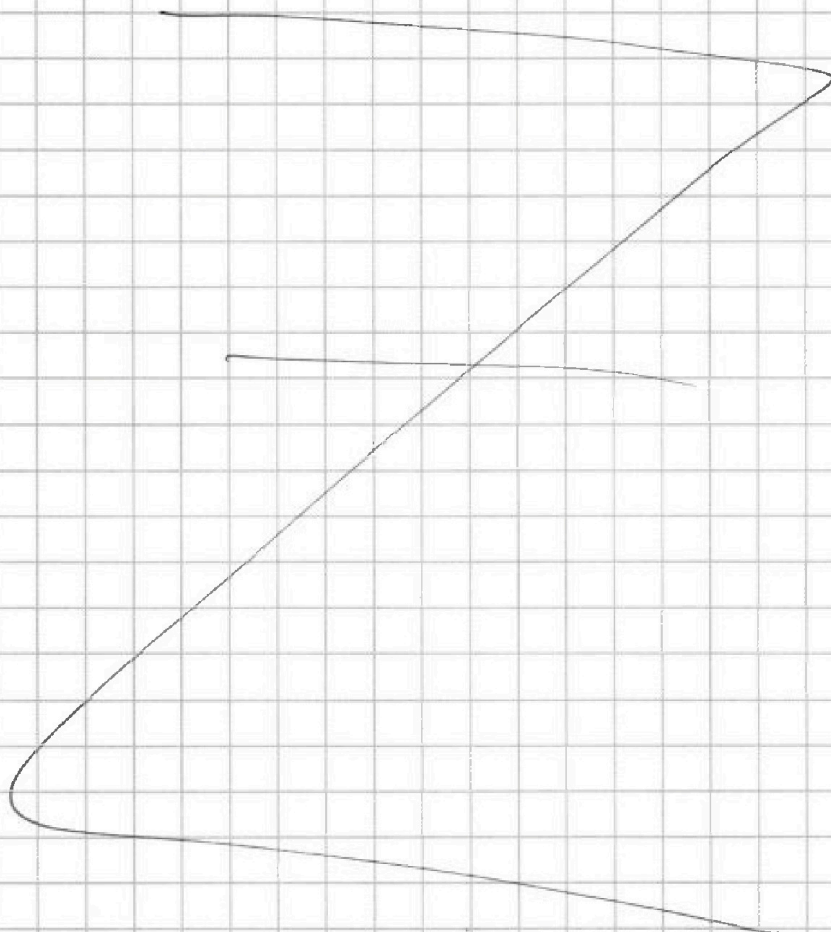
$$n = -1$$

$$n^2 + 2n - 2 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 2 = 12$$

$$n = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } n = -1; n = -1 + \sqrt{3}; n = -1 - \sqrt{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1) x-3y \leq 3 \\ (2) x-3y \geq -3 \end{cases}$$

$$(3) 3x-y \leq 1$$

$$(4) 3x-y \geq -1$$

$$(1) x-3y \leq 3$$

$$x-3 \leq 3y$$

$$\boxed{\frac{x-3}{3} \leq y}$$

$$(2) x-3y \geq -3$$

$$\boxed{\frac{x+3}{3} \geq y}$$

$$(3) 3x-y \leq 1$$

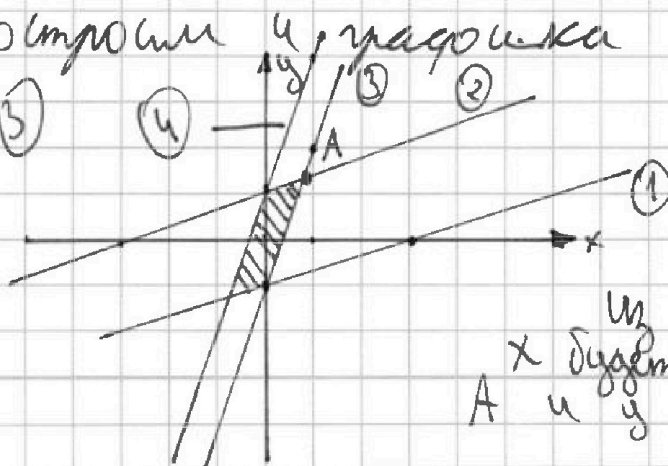
$$\boxed{3x-1 \leq y}$$

$$(4) 3x-y \geq -1$$

$$\boxed{3x+1 \geq y}$$

Построим 4 графика

$$A = (3) \cap (4)$$



решением системы дв. неравенств является закрашенная область.

из рисунка видно, что x будет максимумом в точке A и y тоже максимум



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

А - точка пересечения ~~х~~ ⁽²⁾ и ⁽³⁾ графика, значит
надо найти координаты А $\rightarrow$

(1) (2) $\frac{x+3}{3} = y$

(3) $3x-1 = y$

(2) = (3)

$$\frac{x+3}{3} = 3x-1$$

$$x+3 = 9x-3$$

$$8x = 6$$

$$x = \frac{3}{4}$$

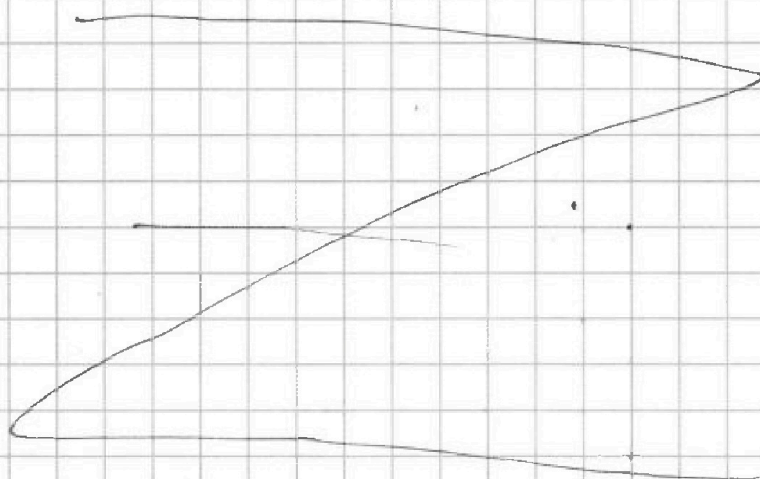
$$y = 3x-1 = \frac{3 \cdot 3}{4} - 1$$

$$y = \frac{9}{4} - \frac{4}{4} = \frac{5}{4}$$

$$4y+8x = \frac{4 \cdot 5}{4} + \frac{8 \cdot 3}{4}$$

$$4y+8x = 5+6 = 11$$

Ответ: $4y+8x = 11$ (max значение)





1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
① из ③

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$① A = m^2 + 2mn + n^2 - gm - gn = 13p^2 \quad (p - \text{простое})$$

$$A = (m+n)^2 - g(m+n) = (m+n)(m+n-g) = 13p^2$$

$$p=13$$

$$\text{тогда } A = 13^3$$



$$\begin{cases} m+n = 169 \\ m+n-g = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-g = 169 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 1 \\ m+n-g = 13^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13^3 \\ m+n-g = 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} m+n = 169 \\ m+n-g = 22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-g = 178 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 1 \\ m+n-g = 13^3 + g \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13^3 \\ m+n-g = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-g = 10 \end{cases}$$

решений нет

$$p \neq 13$$

тогда m, n, p - простые

13 простое, тогда $\gcd(13, p) = 1$

$$① \begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-g = p^2 \end{cases}$$

$$② \begin{cases} m+n = p^2 \\ m+n-g = 13 \end{cases}$$

$$① \begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-g = p^2 + g \end{cases}$$

$$p^2 + g = 13$$

$$p^2 = 4 \quad (p \geq 0)$$

$$\boxed{p=2} \quad m+n=13$$

$$② \begin{cases} m+n = p^2 \\ m+n-g = 22 \end{cases}$$

$$p^2 = 22 \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$$

значит

$$p=2$$

$$m+n=13$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = 75q^2$$

$$mn(m+n-3) = 75q^2$$

$$m+n=13 \text{ (из условия задачи)}$$

$$mn \cdot 10 = 75q^2 \Rightarrow q \div 2, \text{ но } q - \text{простое} \Rightarrow q=2$$

$$mn = \frac{75 \cdot 4}{10} = 30$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m+n=13 \end{cases}$$

$$m+n=13 \rightarrow m=13-n$$

$$mn$$

$$m(13-n)$$

$$n(13-n) = 30$$

$$13n - n^2 - 30 = 0$$

$$n^2 - 13n + 30 = 0$$

$$\begin{cases} n_1 \cdot n_2 = 30 \\ n_1 + n_2 = 13 \end{cases}$$

$$n_1 + n_2 = 13$$

$$\begin{cases} n=10 \Rightarrow m=3 \\ n=3 \Rightarrow m=10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n=10 \Rightarrow m=3 \\ n=3 \Rightarrow m=10 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (m, n) = (10, 3) \\ (m, n) = (3, 10)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

13

(2) шугай

$$A = (m+n)(m+n-9) = 75q^2$$

$$B = mn(m+n-3) = 13p^2$$

$m+n$ и $m+n-9$ разной четности $\Rightarrow$

A - четное $\Rightarrow 75q^2 : 2$, т.к. q - нечетное, то $q=2$.

$$(m+n)(m+n-9) = 75 \cdot 4 = 300$$

пусть $m+n=a$

$$a(a-9) = 300 : 0$$

$$a^2 - 9a - 300 = 0$$

$$a = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 1200}}{2}$$

т.к. $\sqrt{1281}$ - иррациональное число, то a - нецелое

$\Rightarrow m$ и n не могут быть натуральными $\Rightarrow$

этот шугай не реализуется.

$$\text{Ответ: } (m, n) = (10, 3)$$

$$(m, n) = (3, 10)$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5n-y^2}$$

$$n^4 + 5n^2 - \sqrt{y} = y^4 - 5n + 5y^2$$

$$n^4 + 5n^2 + \sqrt{n} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y} \quad (n, y \geq 0)$$

нужно (не учитывая общности) $n > y$, тогда.

$$n > y$$

$$\begin{cases} n^4 > y^4 \\ 5n^2 > 5y^2 \\ \sqrt{n} > \sqrt{y} \end{cases}$$

$$n^4 + 5n^2 + \sqrt{n} > y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$n = y$$

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5n-x^2}$$

$$t = \sqrt{n+1} - \sqrt{6-x}$$

$$t^2 = n+1 + 6-x - 2\sqrt{(n+1)(6-x)}$$

$$2\sqrt{6+5n-x^2} = 7-t^2$$

$$t+5 = 7-t^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} 6 \cdot t_1 = -2 \\ 6 \cdot t_2 = +1 \\ t_1 = -\frac{1}{3} \\ t_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} n \geq -1 \\ n \leq 6 \\ n \geq 0 \\ n \in [0; 6] \end{cases}$$

$$(1) \sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = -2$$

$$\sqrt{n+1} + 2 = \sqrt{6-x}$$

$$n+1 + 4 + 4\sqrt{n+1} = 6-x$$

$$4\sqrt{n+1} = 1-2n \geq 0 \Rightarrow n \leq \frac{1}{2}$$

$$16(n+1) = 1-4n^2+4n^2$$

$$4n^2 - 20n - 15 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4n^2 - 20n - 15 = 0$$

$$n = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 16 \cdot 15}}{8}$$

$$(n \in \mathbb{Z}_0; \frac{1}{2})$$

$$n = \frac{20 \pm 8\sqrt{10}}{8}$$

$$20 < 8\sqrt{10} \text{ (м.к. } \sqrt{10} > 3 \Rightarrow 8\sqrt{3} > 24)$$

$$n = \frac{20 - 8\sqrt{10}}{8} < 0$$

$$n = \frac{20 + 8\sqrt{10}}{8} = \frac{5}{2} + \sqrt{10} > \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = 1$$

$$\sqrt{n+1} = \sqrt{6-x} + 1$$

$$n+1 = 6-x+1+2\sqrt{6-x}$$

$$2n-6 = 2\sqrt{6-x} \quad /:2$$

$$n-3 = \sqrt{6-x} \quad (n \geq 3 \text{ и } n < 6) \quad n \in \mathbb{Z}_0; 6]$$

$$n^2 - 6n + 9 = 6-x$$

$$n^2 - 5n + 3 = 0$$

$$n = \frac{5 \pm \sqrt{25-12}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\textcircled{1} \frac{5-\sqrt{13}}{2} < 3 \text{ , м.к. } \sqrt{13} > 3 \Rightarrow 5-\sqrt{13} < 2$$

$$\textcircled{2} \frac{5+\sqrt{13}}{2} \approx 4.7 \text{ , м.к. } \sqrt{13} > 3 \Rightarrow \frac{5+\sqrt{13}}{2} > 4 \Rightarrow \frac{5+\sqrt{13}}{2} \approx 4.7$$



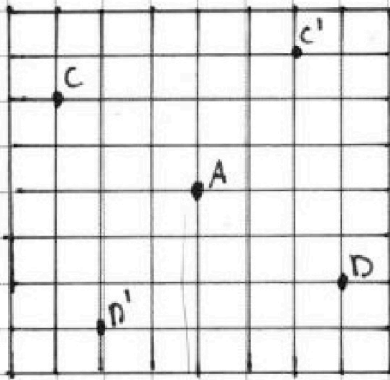
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

по клеткам в данном решении показанные



рассмотрим 3 случая

① одна из клеток 6 углов
(на рисунке точка A)
второй где угодно.

Всего клеток: $9 \times 9 = 81$

т.е. мы можем выбирать
углы на 90° , но у нас может

② другой.

одна из клеток
интересна группой
отн. углов.

но можем выбрать
80 способов, вторая
выбирается однозначно
путь C или D отн. A
или первого выбора:

$C \rightarrow C'$

$D \rightarrow D'$

или 2-го выбора

$C' \rightarrow D$

$D' \rightarrow C$

Всего способов $\frac{80 \cdot 2}{2} = 80$

были 4 "одинаковых" расположения,

т.е. при выборе клетки перпендикулярно
в группу, к-я интересна углы

ной относительно диагонали (или
центральной линии) $\Rightarrow$ когда почитали

кон-во таких расположений надо

будем поделить на 4.

$$\frac{(81-1) \cdot 1}{4} = 20 \text{ способов}$$

т.е. мы выбираем конкретную

или разные можно поделить на 2.

т.е. одна комбинация CD по 3 различным
способам, но надо поделить на 4



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② шугай

Если мы хотим из первой во вторую перейти через сколько поворотов, т.е.

две клетки на подходе в клетку-то берем квадрат, т.е. или из поворота доску повернуть

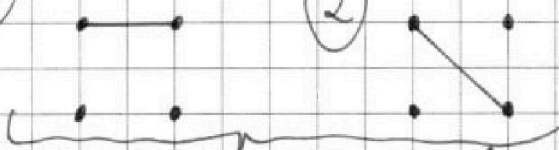
и т.д., то каждая клетка пройдет по квадрату.

Значит 1 клетка квадрат займет 4 клетки,

всего $\frac{80}{4} = 20$ таких квадратов, в каждом

квадрате можно выбрать две конфигурации, не пересекающие друг в друга.

①



②



отметим все возможные
выбранные клетки и
затем

второй поворот

всего способов $20 \cdot 2 = 40$

③ шугай, когда две клетки выбраны так, что одна никогда не попадет туда, где была вторая.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего таких пар можно выбрать $80 \cdot (80 - 1 - 3)$
т.к. $80 - 1$, т.к. одно место уже занято, $80 - 1 - 3$, т.к.
мы не ставим в те, в которые можем перейти
наоборот и разделим на 2, т.к. конгруэнции
(D) и (C) мы здесь считаем, как разные
всего способов выбрать пару: $\frac{80 \cdot 76}{2} = 40 \cdot 76$
одной конгруэнции соответствует еще 3
наизуменные поворота неопущен $\Rightarrow \frac{80 \cdot 76}{4} = 760$
Итого: $760 + 40 + 10 = 810$

Ответ: 810



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

M

1a -

2a -

$$3a - 3n+3 = 3(n+1)$$

4a -

$$5a - (n^2+2n)^2 = n^2(n+2)^2$$

$$n^2(n+2)^2 - 3(n+1) = 2b$$

$$n^2(n^2+4n+4) - 3n-3 = 2b$$

$$n^4 + 4n^3 + 4n^2 - 3n - 3 = 2b$$

$$5a = (n^2+2n)^2$$

6a

7a

8a

9a

$$= 3n^2$$

$$(n^2-2n+2)(n^2+2n-2) = 0$$

$$n^4 + 2n^3 - 2n^2 - 2n^3 - 4n^2 + 4n + n^2 + 2n - 2$$

$$3n^2 - (n^2+2n)^2 = 4b \quad n^4$$

$$3n^2 - n^4 - 4n^3 - 4n^2 = 4b$$

$$2n^4 + 8n^3 + 8n^2 - 6n - 6 = 3n^2 - n^4 - 4n^3 - 4n^2$$

$$3n^4 + 12n^3 + 9n^2 - 6n - 6 = 0$$

$$n^4 + 4n^3 + 3n^2 - 2n - 2 = 0$$

$$n^4 - 4n^3 + 3n^2 - 2n - 2 = 0$$

1/3

$n = -2$ корень

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 4 & 3 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 0 \\ \hline -1 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{array}$$

$$(n^3+3n^2-2)(n+1) = 0$$

$$(n^2+2n-2)(n+1)^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② $\frac{5+\sqrt{13}}{2} < 6$, т.к. $\sqrt{13} < 4 \Rightarrow 5+\sqrt{13} < 9 \Rightarrow \frac{5+\sqrt{13}}{2} < 4,5$

⇓

вз. решение ур-я

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5n-x^2}$$

является $n = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$

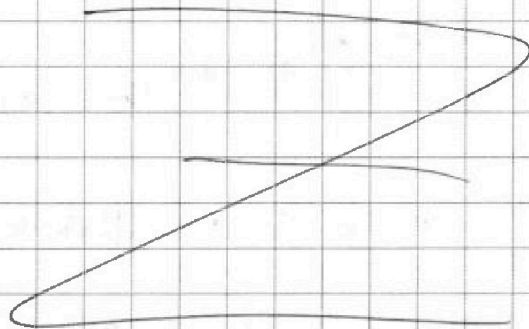
⇓

вз. парой решить систему:

$$\begin{cases} \sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5n-x^2} \\ n^2 + 5n^2 - 5y = y^4 - 5n + 5y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = \frac{5+\sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5+\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{5+\sqrt{13}}{2} \right)$



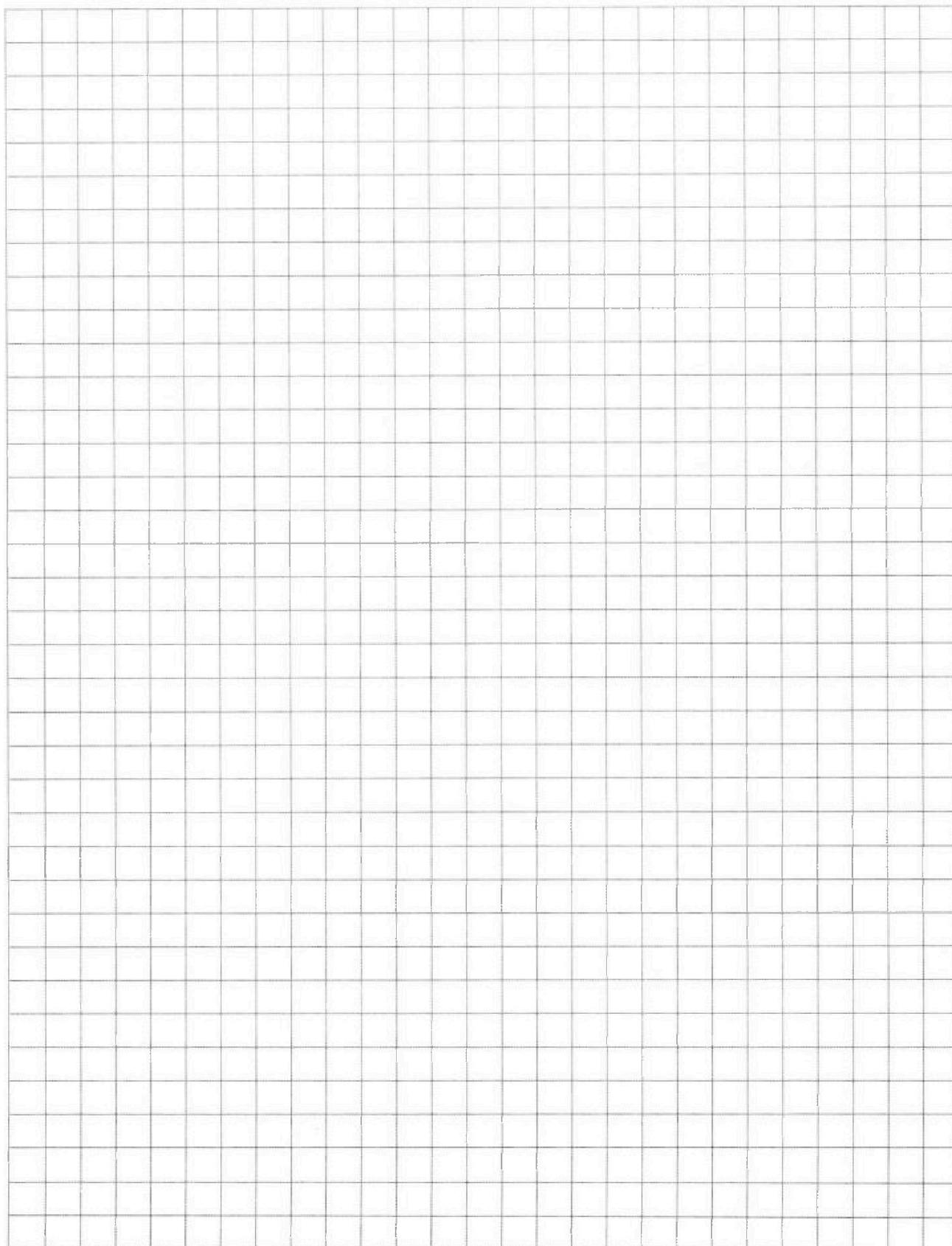


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6 \times 5n - x^2}$$

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = t$$

$$t^2 = n+1 + 6-x - 2\sqrt{(n+1)(6-x)}$$

$$(n+1)(6-x) =$$

$$6x - n^2 \times 6 - x = -n^2 + 5n + 6$$

$$t^2 = 7 - 2\sqrt{(n+1)(6-x)}$$

$$a = 7 - t^2$$

$$t + 5 = 7 - t^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$t = -2$$

$$t = 1$$

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = -2$$

$$\sqrt{n+1} + 2 = \sqrt{6-x}$$

$$n+1 + 4 + 2\sqrt{n+1} = 6-x$$

$$2n+6 = 1 - 2\sqrt{n+1}$$

$$\begin{cases} n \leq 6 \\ n \geq 0 \end{cases}$$

$$16x + 16 = 1 - 4n + 4n^2$$

$$4n^2 - 20x - 15 = 0$$

$$n = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 16 \cdot 15}}{8}$$

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = 2$$

$$\sqrt{n+1} = \sqrt{6-x} + 2$$

$$n+1 = 6-x + 4 + 2\sqrt{6-x}$$

$$n \leq 2$$

$$16(n+1) = 1 - 4x + 4n^2$$

$$2\sqrt{n+1} = 1 - 2x$$

$$4n+4 = 1 - 4x + 4n^2$$

$$4n^2 - 8n - 3 = 0$$

$$n = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 48}}{8}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

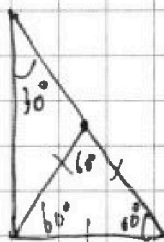
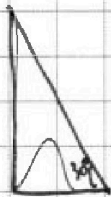
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$m+n$

$\text{и } m+n-g$

$m+n-2mn \Rightarrow m+n-g-2mn$

$m+n-2mn \Rightarrow m+n-g-2mn$



$$g = 2 \quad x(n-g) = 300$$

$$n^2 - gn - 300 = 0$$

$$A = 75g^2 = (m+n)(m+n-g) = 25g^2$$

$$B = 13p^2 = mn(m+n-3)$$

$$n = \frac{g \pm \sqrt{81 + 1200}}{2}$$

$$n = 9 \pm \sqrt{}$$

$$m = n$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$n(n-2) = 13p^2$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ 31 \\ \hline 31 \\ 93 \\ \hline 967 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 33 \\ 34 \\ 35 \\ 36 \\ 37 \\ 38 \\ 39 \end{array}$$

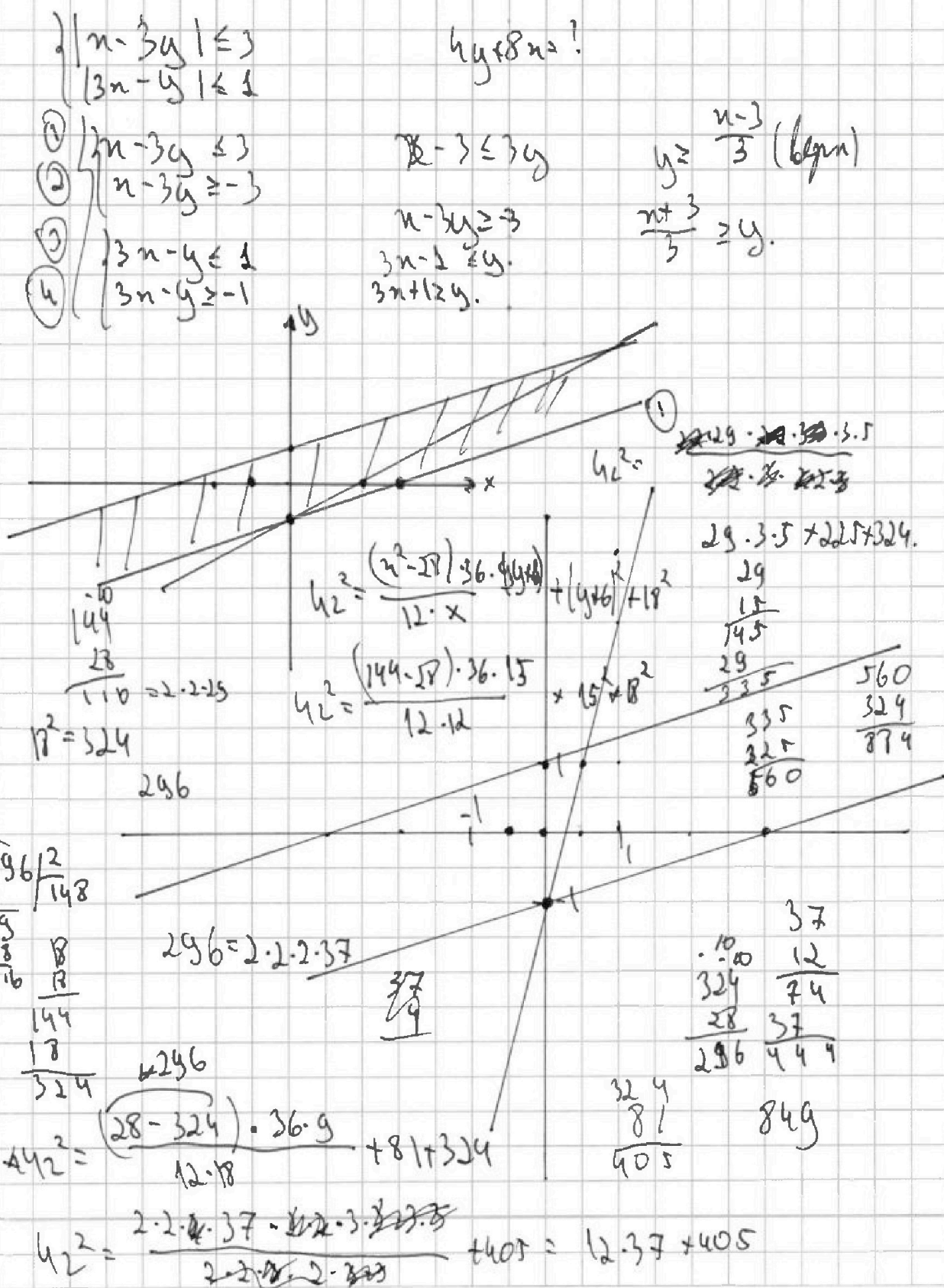
$$1281$$

$$121.00$$

$$50^2 = 81.00$$

$$30^2 =$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ 39 \\ \hline 551 \\ 117 \\ \hline 1021 \end{array}$$



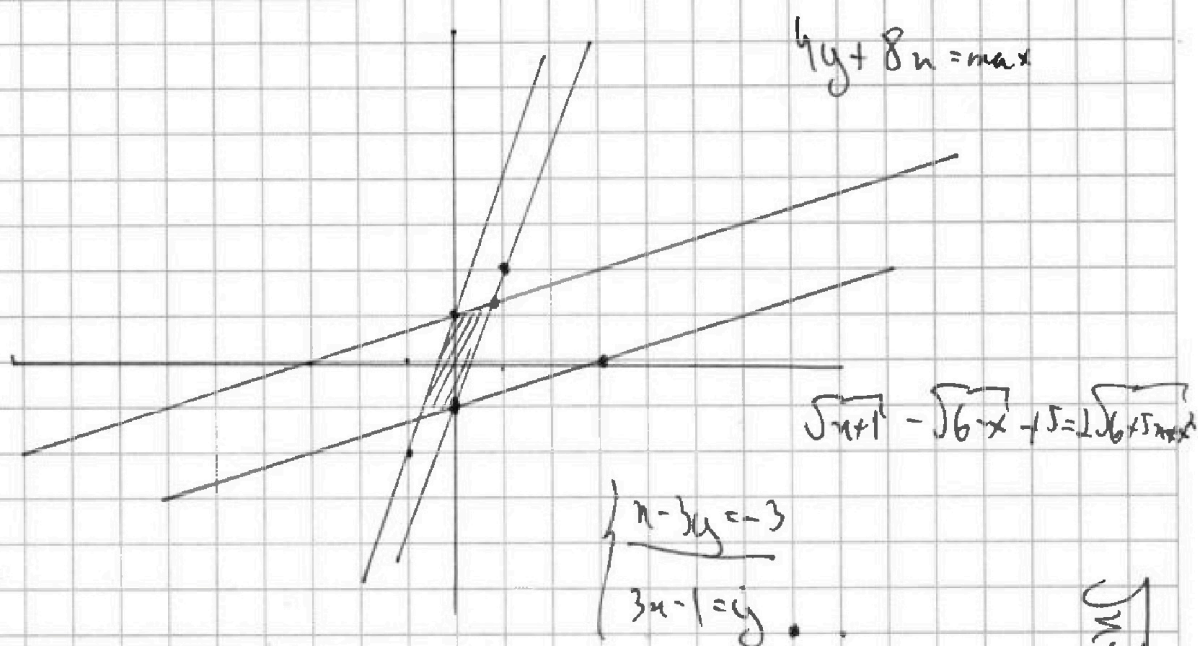


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$y = 3x - 1 = \frac{9}{4} - 1$$

$$y = \frac{9-4}{4} = \frac{5}{4}$$

$$4y + 8x = \frac{5 \cdot 4}{4} + \frac{3 \cdot 8^2}{4} = 11$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 + 5x = y^4 + 5y^2 + 5y$$

$$2^{-4} + 5 \cdot 2^{-2} + 2 \cdot 2^1 =$$

x

$x > y$

$\sqrt{x} > y$

$$\begin{cases} x+3=3y \\ 3x-1=y \end{cases}$$

$$\frac{x+3}{3} = y$$

$$3x-1=y$$

$$x+3=9x-3$$

$$9x-x=6$$

$$8x=6$$

$$x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐

СТРАНИЦА

___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d) \sqrt{m+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5n-y^2}$$

$$t^2 = m+1 + 6-y - 2\sqrt{(m+1)(6-y)}$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) =$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3) = 75q^2 = 5 \cdot 5 \cdot 3q^2$$

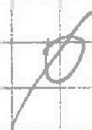
$$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \\ mn(m+n-3) = 75q^2 \end{cases}$$

м.к. p - простое, то либо $(13, p) = 1$, либо

$$(13, p) = 13 \Rightarrow p = 13 \Rightarrow (m+n)/(m+n-9) = 169 \cdot 13$$

моща

$$\begin{aligned} m+n &: 169 \\ m+n-9 &: 13 \end{aligned}$$



моща.

$$\begin{cases} m+n \equiv p^2 \\ m+n-9 \equiv 13 \end{cases}$$

$$m+n-9 \equiv 13 \Rightarrow m+n \equiv 2 \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} m+n \equiv 13 \\ m+n-9 \equiv p^4 \end{cases}$$

$$mn(m+n-3) = 3 \cdot 5^2 \cdot q^2$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n = p^4 + 9 \end{cases} \Rightarrow p = 2$$

- 3) $\frac{80}{1.4} = 57.14$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n^2 + 2n + 1)(n^2 + 2n - 2) = 0$$

$$n^4 + 2n^3 + 2n^2 + 2n^3 + 4n^2 + 4n + n^2 + 2n - 2 = 0$$

$$n^4 + 4n^2 + 7n^2$$

$$n^4 + 2n^3 - 2n^2 + 2n^3 + 4n^2 - 4n + n^2 + 2n - 2 = 0$$

$$n^4 + 4n^2 + 3n^2 - 2n - 2$$

$$(n+1)^2 (n^2 + 2n - 2) = 0$$

$$n = \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$n = -1 + \sqrt{3}$$

$$-3 + 3\sqrt{3} + 3 = 3\sqrt{3} \quad 1u$$

$$3u = n^4 + 4n^2 + 2n^2 = 3^4 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3^3 \cdot \sqrt{27} + 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$3^6 + 4 \cdot 3^4 \sqrt{3} + 2 \cdot 3^3 = 3^3 (3^3 + 4\sqrt{3} + 2)$$

$$3n^2 = 3 \cdot 3$$

$$n_1 = -1 - \sqrt{3} = -3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$n_2 = 3n^2 = 3 \cdot 9\sqrt{3} = 81$$

$$n_3 = n^4 + 4n^2 + 2n^2$$

$$\begin{array}{r} 3 \sqrt{3} \\ 3 \sqrt{3} \\ \hline 6 \sqrt{3} \\ 3 \sqrt{3} \\ \hline 9 \sqrt{3} \end{array}$$