



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2.

Сложим оба неравенства: $10 \geq |2x-3y| + |3x-2y|$

$$\rightarrow |2x-3y| + |2y-3x| \geq |2x-3y + 2y-3x| =$$

$$= |-x-y| = |x+y|. \Leftrightarrow x+y \geq -10. \Leftrightarrow y \geq -10-x.$$

$$4 \geq |3x-2y| = |2y-3x| \geq |-20-2x-3x| = |10+5x| \Leftrightarrow |x+4| \leq \frac{4}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+4 \geq -\frac{4}{5} \Leftrightarrow x \geq -\frac{24}{5}. \text{ Тогда } 10x+5y = 5(x+y) + 5x \geq$$

$$\geq 5 \cdot (-10) + 5 \cdot \left(-\frac{24}{5}\right) = -50 - 24 = -74. \text{ Это значение достигается}$$

$$\text{при } x = -\frac{24}{5} \text{ и } y = -\frac{26}{5}.$$

Ответ: -74.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3. НОД чисел x и y будем обозначать $[x, y]$.

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13).$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2).$$

~~$A = 17p^2$
 $B = 15q^2$~~ Заметим, что $[m - 2n, m - 2n + 13] = [m - 2n, 13] = k$.

$k = 1$ или $k = 13$.

1) $\begin{cases} A = 17p^2 \\ B = 15q^2 \end{cases}$

1.1) $k = 1$

1.1.1) $\begin{cases} m - 2n = 17 \\ m - 2n + 13 = p^2 \end{cases} \Rightarrow p^2 = 30$, такого не бывает.

1.1.2) $\begin{cases} m - 2n = p^2 \\ m - 2n + 13 = 17 \end{cases} \Rightarrow p^2 = 4 \Rightarrow p = 2$.

Но тогда $B \neq 15q^2 \cdot \left(\frac{p^2}{2}\right) B = mn \cdot 2$.

$mn \cdot 2 = 15q^2 \Rightarrow q \div 2 \Leftrightarrow q = 2 \Rightarrow mn = 30$
и $m - 2n = 4$. Решая эту систему имеем:
 $n = 3$ и $m = 10$.

1.2) $k = 13$.

Пусть $m - 2n = 13a$. Тогда $m - 2n + 13 = 13(a + 1)$

$A = 13^2 a(a + 1) = 17p^2 \Rightarrow p = 13$ и $a(a + 1) = 17$.
Но такого не бывает.

2) $\begin{cases} A = 15q^2 \\ B = 17p^2 \end{cases}$

2.1) $k = 1$

2.1.1) $\begin{cases} m - 2n = 15 \\ m - 2n + 13 = q^2 \end{cases} \Rightarrow q^2 = 30$, такого не бывает.

2.1.2) $\begin{cases} m - 2n = q^2 \\ m - 2n + 13 = 15 \end{cases} \Rightarrow q^2 = 2$, такого не бывает.

2.2) $k = 13$. Пусть $m - 2n = 13a$, тогда $m - 2n + 13 = 13(a + 1)$

$A = 13^2 a(a + 1) = 15q^2 \Rightarrow q = 13$ и $a(a + 1) = 15$, но такого не бывает.

Ответ: (10, 3).

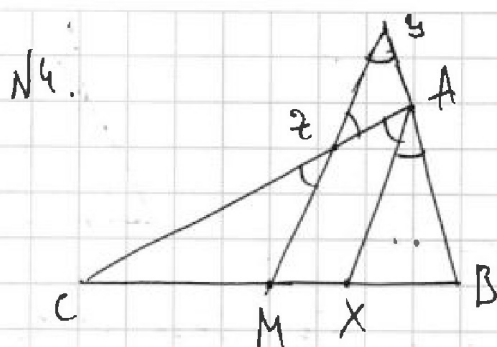


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle CAZ = \angle BAX$, но раз $MZ \parallel AX$, то $\angle CAM = \angle CZM$. $\angle ZYA = \angle CZM$ как вертикальные. $\angle CAB = \angle AZY + \angle ZYA$, как внешний, значит раз $\angle CAB = 2\angle AZY$, то $\angle ZYA = \angle AZY \Rightarrow \triangle AZY$ - равнобедренный и

$AZ = AY = 6$. $MZ \parallel AX \Rightarrow \frac{CZ}{CM} = \frac{CA}{CX}$, но св-во биссектрисы $\frac{CA}{CX} = \frac{AB}{BX}$. $AX \parallel MZ \Rightarrow \frac{AB}{BX} = \frac{BZ}{BM}$. Получим, что $\frac{CZ}{CM} = \frac{CA}{CX} = \frac{AB}{BX} = \frac{BZ}{BM}$, т.е. $\frac{CZ}{CM} = \frac{BZ}{BM} \Rightarrow CZ = BZ$, т.к. $CM = BM$. $BZ = 12$,

$AB = BZ - ZA = 12 - 6 = 6$. Пусть $\angle ZAY = \alpha$, тогда по т. косинусов

в $\triangle ZYA$: $ZY^2 = AY^2 + AZ^2 - 2 \cdot AY \cdot AZ \cdot \cos \alpha \Rightarrow 64 = 36 + 36 - 2 \cdot 36 \cdot \cos \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{72 - 64}{72} = \frac{8}{72} = \frac{1}{9}$. $\angle CAB = 180^\circ - \alpha \Rightarrow$ по т. косинусов

в $\triangle CAB$: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \alpha = 36 + 18^2 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} =$

$= 360 + 24 = 384 \Rightarrow BC = 12\sqrt{6}$.

Ответ: $12\sqrt{6}$.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5.

Поскольку в системе присутствует $\sqrt[4]{3x}$, то $3x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$.

Пусть $f(x) = 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x}$. $f(x)$ — ^{при $x \geq 0$} возрастает, т.к. имеет
увеличивающую функцию, возрастающую при $x \geq 0$. Теперь заметим, что
второе уравнение системы означает, что $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$.

Теперь преобразуем первое уравнение системы с учетом этого:

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}. \text{ Заметим, что } 12-x-x^2 =$$

$$= (x+4)(3-x). \text{ Поскольку присутствует } \sqrt{3-x}, \text{ то } 3-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3.$$

Также заметим, что $\sqrt{x+4} \geq \sqrt{3-x}$, т.к. $x+4 \geq 4$, а $x-3 \leq 3$.

$2x \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$. Пусть $\sqrt{x+4} = t$ и $\sqrt{3-x} = p$. Тогда уравнение

примет вид: $t - p + 5 = 2pt$ (1). Заметим, что $(\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x})^2 =$

$$= 7 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} \Leftrightarrow (t-p)^2 = 7 - 2pt \quad \text{или} \quad t-p = 7 - 2pt.$$

(1) $\Rightarrow (t-p)^2 = 2pt - 5$. Тогда из (1) и (2) $7 - 2pt = 2pt - 5 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4pt = 12 \Rightarrow pt = 3 \Rightarrow \sqrt{12-x-x^2} = 3 \Rightarrow 12-x-x^2 = 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}. \text{ Но } x \geq 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{13}-1}{2}.$$

Осталось заметить, что это значение при подстановке этого
значения в систему имеет смысл, т.к. $0 < \frac{\sqrt{13}-1}{2} < 3$.

Ответ: $x = y = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) \Rightarrow (t-p)^2 = (2pt-5)^2, \text{ но тогда из (1) и (2) } \Rightarrow (2pt-5)^2 = 7-2pt.$$

$$\text{Пусть } 2pt = k. \text{ Тогда } (k-5)^2 = 7-k \Leftrightarrow k^2 - 10k + 25 = 7-k \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow k^2 - 9k + 18 = 0 \Leftrightarrow k = 6 \text{ или } k = 3.$$

$$\textcircled{1} \quad 2pt = 6 \Leftrightarrow pt = 3 \Leftrightarrow \sqrt{12 - x - x^2} = 3 \Leftrightarrow -x^2 - x + 12 = 9 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x^2 + x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}, \text{ но } x \geq 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \quad (\text{**})$$

$$\textcircled{2} \quad 2pt = 3 \Leftrightarrow pt = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 + 12 - x - x^2} = 3 \Leftrightarrow -4x^2 - 4x + 24 = 9 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 4x^2 + 4x - 15 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 4}{2} = \frac{-5}{2}, \frac{3}{2}, \text{ но } x \geq 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow x = \frac{3}{2}. \quad (\text{*})$$

Осталось заметить, что при подстановке значений ** и * система имеет смысл.

$$\text{Ответ: } \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right), \left(\frac{\sqrt{13}-1}{2}, \frac{\sqrt{13}-1}{2}\right).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 Назовем раскраской ~~на~~ составление узлов сетки, когда равно 2 крайних $\frac{1}{2}$ балла. Будем всегда обозначать эти белые узлы A и B .

Всего черных ^{узлов} изначально $(2+1)^2 = 64$. Посмотрим на то сколько различных раскрасок может породить одна при 4 последовательных поворотах на 90° (различных ^{узлов} ~~узлов~~ - те, которые не совпадают параллельными переносом). Ясно, что каждая порождает не менее 1 и не более 4. Разберем все эти случаи:

1) Порождает ровно 1. Тогда при повороте на $90^\circ A \rightarrow B$ и $B \rightarrow A$. Т.е. при повороте на $180^\circ A \rightarrow A$ но тогда A симметрична сама себе относительно центра квадрата. Такого не бывает.

2) Порождает ровно 2. Пусть начальная раскраска T . После поворота на 90° получаем T_1 . По 1) $T_1 \neq T$. Поворот на 270° это то же самое, что на 90° в другую сторону и опять по 1) получаем, что после поворота на 270° раскраска не равна T . Значит раз их всего 2, то после поворота на 90° и на 270° получим одно и то же, т.е. T симметрична себе относительно центра квадрата.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Порождает ровно 3. Пусть изначальная раскраска T . После поворота на $90^\circ - T_1$, на $180^\circ - T_2$ и на $270^\circ - T_3$. По 1) $T_1 \neq T$ и $T_3 \neq T$. Если $T_1 = T_3$, то T центрально симметрична и $T_2 = T$, что не так. Значит $T_1 \neq T_3$. Т.е. T_2 совпадает с кем-то. Но по 1) $T_2 \neq T_3$ и $T_2 \neq T_1 \Rightarrow T_2 = T$ и T центрально симметрична, что не так.

4) Порождать 4 может, очевидно.

Получим, что раскраска порождает либо 2, либо 4 и раскрасок ровно 2 т.ч.т.т. когда она центрально симметрична. Всего

есть 32 центрально симметричные раскраски. Всего раскрасок

$$C_{64}^2 = \frac{64 \cdot 63}{2} = 32 \cdot 62. \text{ Из них 32 центрально симметричны, а}$$

значит оставшиеся $32 \cdot 62$ можно разбить на 8 \cdot 62 группы по

4, в каждой группе все раскраски совпадают поворотом.

Тогда ответ на задачу будет $32 + 8 \cdot 62 = 528$

Ответ: 528.

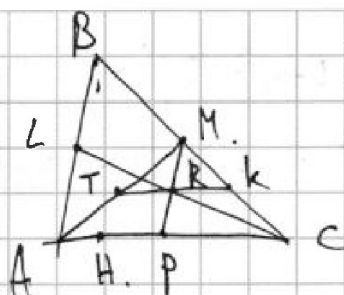


1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7



Пусть T и R — центры $\mathcal{L}$ и ω соответственно. Т.е. T — середина AM , а R — середина CL .

PQ — радикальная ось $\mathcal{L}$ и $\omega \Rightarrow$

$\Rightarrow$ она перпендикулярна линии центров

$\mathcal{L}$ и ω , т.е. $PQ \perp TR$. Пусть H — основание высот из B на AC .

По условию $PQ \parallel BH$, но $BH \perp AC$, а раз $BH \parallel PQ$, то

$BH \perp TR \Rightarrow TR \parallel AC$! Пусть K — середина MC , и P — середина AC .

Тогда точки P, R, M лежат на средней линии $\triangle ABC$ параллельной AB .

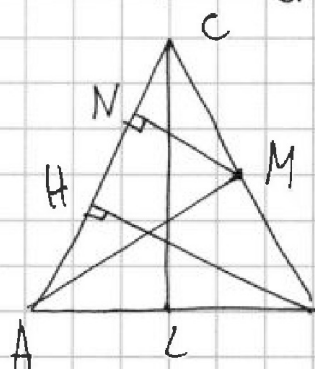
~~Также~~ TK — средняя линия $\triangle AMC \Rightarrow TK \parallel AC$, но $TR \parallel AC \Rightarrow$

$\Rightarrow T, R, K$ лежат на одной прямой. Раз TK — средняя линия

в $\triangle AMC$, то $MR = RP$. Но тогда $\triangle MCR$ — равнобедренный! Так как

$LR = RC$ и $HR = RP$. Значит $LM \parallel AC \Rightarrow L$ — середина AB ! $\cup$

$\triangle ABC$ — равнобедренный, и $AC = BC$.



AM — диаметр $\mathcal{U} \Rightarrow \angle ANH = 90^\circ$. Тогда $NH \parallel AB$ и

NH — средняя линия в $\triangle HCB$. Пусть $CN = x$. Тогда

~~и~~ $HN = x$. $AH = AN - HN = 5 - x$. $AC = 5 + x$.

$BC = AC = 5 + x$. По т. Пифагора из $\triangle AHB$ и $\triangle$

HCB имеем: ~~$AB^2 - AH^2 = BH^2$~~ $AB^2 - AH^2 = BH^2$, $BH^2 = BC^2 - HC^2 \Rightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☒

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено болес одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow AB^2 - AH^2 = BC^2 - HC^2 \Rightarrow 36 - (5-x)^2 = (5+x)^2 - (2x)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 36 - 25 - x^2 + 10x = 25 + x^2 + 10x - 4x^2 \Rightarrow 2x^2 = 14 \Rightarrow x = \sqrt{7}.$$

$$AC = BC = 5 + \sqrt{7}.$$

$$\text{Ответ: } \cancel{AB} \quad AC = BC = 5 + \sqrt{7}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1 Обозначим шаг прогрессии за d . Тогда: $-6x^2(12-12x) = 6d \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow d = -x^2 + 2x - 2$. И $4d = -6x^2 - (x^4 + 4x^3)$. Другая запись:

$$4(-x^2 + 2x - 2) = -6x^2 - (x^4 + 4x^3) \Leftrightarrow -4x^2 + 8x - 8 = -6x^2 - x^4 - 4x^3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0 \quad (1) \text{ Заметим, что } x = -2 \text{ корень.}$$

Тогда $P(x) = x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8$ делится на $(x+2)$.

После деления имеем: $P(x) = (x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4)$. Заметим, что

$x = -2$ - корень $x^3 + 6x^2 + 6x - 4$, значит $P(x) = (x+2)^2(x^2 + 4x - 2)$.

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x^2 + 4x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -2 \pm \sqrt{6} \end{cases} \text{ Остаток заметить, что}$$

все найденные x подходят, т.к. они все удовлетворяют условию:

$$a_3 - a_4 = 4d, \quad a_3 - a_2 = 6d, \text{ а значит и } a_4 - a_2 = 2d. \text{ Значит найденные}$$

любой из найденных значений x получится арифметическая прогрессия.

Ответ: $x = 2, x = -2 - \sqrt{6}, x = -2 + \sqrt{6}$.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 - 12x$$

$$12 - 12x \geq 0$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2$$

(x=1)

$$a_6 = -6x^2$$

$$a_2 = a_1 + d = 12 - 12x$$

$$a_4 = a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_6 = a_1 + 5d = -6x^2$$

$$6d = -6x^2 - 12 + 12x$$

$$d = -x^2 + 2x - 2$$

$$4d = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2$$

$$-4x^2 + 8x - 8 = -6x^2 - (x^2 + 16x^2 + 8x^3) 2x + y \geq 2\sqrt{2xy}$$

$$8x - 8 + 2x^2 = -x^4 - 8x^3 - 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x = -1$$

$$1 - 8 + 18 - 8 - 2 < 0$$

$$x = -2$$

$$16 - 64 + 72 - 16 - 8 =$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 \bigg| x+2$$

$$x^4 + 2x^2$$

$$-6x^3 + 18x^2$$

$$6x^3 + 12x^2$$

$$-6x^2 + 8x$$

$$6x^2 + 12x$$

$$-4x - 8$$

$$x^2 - 2x + 2 \geq 0$$

$$(x-1)^2 + 1 \geq 0$$

$$a_4 - a_2 = 2d = (x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x \geq 0$$

$$a_6 - a_4 = 4d = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2$$

$$2(x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2$$

$$3(x^4 + 16x^2 + 8x^3) - 12 + 12x - 6x^2 = 0$$

$$3x^4 + 48x^2 + 24x^3 - 12 + 12x + 6x^2 = 0$$

$$3x^4 + 54x^2 + 24x^3 + 24x - 12 = 0$$

$$f(x) = x^4 + 18x^2 + 8x^3 + 8x - 8 = 0$$

$$f(1) = 1 + 8 + 18 + 8 - 8 \neq 0$$

$$f(0) = -8$$

$$d = 2$$

$$\sqrt{6} - 2$$

$$12 = 12\sqrt{2} + 24 = 36 - 12\sqrt{2}$$

$$\min(10x + 5y) = \min(2x + y)$$

$$\begin{cases} 4x^2 + 9y^2 - 12xy \leq 36 \\ 9x^2 + 4y^2 - 12xy \leq 24 \\ 13(x^2 + y^2) - 24xy \leq 60 \end{cases}$$

$$13(x^2 + y^2) - 24xy \leq 60$$

$$13(x^2 + y^2) - 24xy + 2xy \leq 60$$

$$13(x^2 + y^2 - 2xy) + 2xy \leq 60$$

$$13(x - y)^2 + 2xy \leq 60$$

$$x = -2$$

$$-8 + 24 - 12 - 4 = 0$$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 \bigg| x+2$$

$$x^3 + 2x^2$$

$$-4x^2 + 6x$$

$$4x^2 + 8x$$

$$-2x - 4$$

$$-2x - 4$$

$$D = 16 + 8 = 24$$

$$x_2 = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$x^2 + 4x - 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$|3x-2y| \leq 6$ $|2x-3y| \leq 6$ $\min(2x+1) = ?$ $4x-11 \leq 3x-11$
 $4x-11 \geq 3x-11$

$|3x-2y| \leq 4$ $|a+b| \leq |a|+|b|$

1) $2x \geq 3y$ $-\frac{18}{5} + \frac{78}{5} \leq 6$ $-\frac{168}{5} + \frac{28}{5} \leq 4$ $\frac{2x-6}{3} \leq \frac{3x-4}{2}$

$2x-3y \leq 6$ $-\frac{22}{5} + \frac{52}{5}$ $2x-3y \leq 6$ $3x-2y \leq 4$ $y \geq \frac{2x-6}{3}$ $y \geq \frac{3x-4}{2}$

1) $x \geq y$ $10 + \frac{36}{5} \leq \frac{14}{5}$ $5|x-y| \leq |2x-3y| + |3x-2y| \leq 10$ $\leq |5x+20|$
 $y \geq x-2$ $2x+4 \geq 2x+x-2 \geq 3x-2$ $|x-y| \leq 2$ $3y-2x \leq 6$ $2y-3x \leq 4$ $x + \frac{4}{3}x$ $\frac{7}{3}x$

2) $x \leq y$ $x \geq y$ $y-x \leq 2$ $x \geq y-2$ $2x+1 \geq 2y-4+1 = 2y-3$ $x \geq y$ $x+y \leq 2$ $x+4 \geq \frac{4}{5}$ $x \geq \frac{4}{5}-4$ $x \geq -\frac{16}{5}$

$x = -\frac{36}{5}$ $x = 2$ $x = 100$ $x+y \leq 2$ $4-3y \leq 6$ $200-$ $16-2y \leq 4$ $y = 1$ $x \geq 2$ $y \geq 0$ $x-y \leq 2$ $y \geq x-2$ $-y \leq 2-x$ $|x+y| \leq 10$ $x+y \geq -10$ $x+y = -10$ $2x-3y \leq 6$ $2x-3y \geq 2x-3$ $|2x-3y| = |3y-2x|$ $|2x-3y| \leq |2x-3x-20| = 6 \leq 5x \leq 18$ $x \leq \frac{18}{5}$ $x \geq -\frac{6-50}{5}$ $x \geq -\frac{44}{5}$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \min(2x+y) = ? \quad \begin{cases} 4x^2 + 9y^2 - 12xy \leq 36 \\ 9x^2 + 4y^2 - 12xy \leq 144 \end{cases}$$

$$1) 2x \geq 3y. \quad x \geq \frac{3}{2}y. \quad 2x - 3y \leq 0. \quad x \leq \frac{6+3y}{2}$$

$$-3x - 2y \geq \frac{9}{2}y - 2y = \frac{5}{2}y$$

$$1) A = 17p^2$$

$$B = 15q^2$$

$$1.1) m = 1$$

$$n(-2n-1) = 15q^2$$

$$1.2) n = 1$$

$$m(m-4) = 15q^2$$

$$2) m - 2n - 13 = 17$$

$$m - 2n = p^2$$

$$p^2 = 30$$

$$m - 2n = 13$$

$$m - 2n$$

$$p = 13$$

$$17 \cdot 13 = 13 \cdot k \cdot 13 \cdot l$$

$$kl = 17$$

$$m - 2n \geq m - 2n - 13$$

$$m - 2n = 17$$

$$m - 2n - 13 = 3$$

$$1) m - 2n = 17$$

$$m - 2n - 13 = p^2$$

$$p^2 = 4 \quad p = 2$$

$$mn \cdot 18 = 18q^2$$

$$mn = q^2$$

$$m = n = q$$

$$2n =$$

$$mn = 30$$

$$m - 2n = 4$$

$$(2n+4)n = 30$$

$$n^2 + 2n = 15$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$D = 4 + 60 = 64$$

$$15p^2$$

$$17q^2$$

$$(2n+4)n = 30$$

$$n(n+2) = 15$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$(m - 2n - m + 2n + 13) =$$

$$2 = 4 + 4 \cdot 15 =$$

$$= 4 \cdot 16 = 64$$

$$= 4 \cdot 16 = 64$$

$$n_{1,2} = \frac{-2 \pm 8}{2} = -1 \pm 4$$

$$n = 3$$

$$m = 10$$

$$\begin{cases} A = (m-2n)(m-2n-13) \\ B = mn(m-2n-2) \end{cases} \quad \text{НОД}(m-2n, m-2n-13) = \text{НОД}(m-2n, 13) = k$$

$$1) A = 17p^2$$

$$2) B = 17p^2$$

$$A = 15q^2$$

$$2.1) k = 1$$

$$2.1.1) m - 2n = 15$$

$$m - 2n - 13 = q^2$$

$$2.1.2) q^2 = 2$$

$$m - 2n = q^2$$

$$2.2) k = 13. \quad m - 2n - 13 = 15. \quad q^2 = 28$$

$$18a \cdot 13(a-1) = 15 \cdot 13$$

$$a(a-1) = 15$$

$$1.1) k = 1$$

$$1.1.1) m - 2n = 17$$

$$m - 2n - 13 = q^2 \Rightarrow q = 2$$

$$1.1.2) m - 2n = q^2$$

$$m - 2n - 13 = 17$$

$$q^2 = 30$$

$$1.2) k = 13$$

$$m - 2n = 13a$$

$$m - 2n - 13 = 13(a-1)$$

$$mn(17-1) = 15p^2$$

$$mn = p^2$$

$$m = n = p$$

$$m = p^2$$

$$p^2 - 2 = 17 \quad p = 19$$

$$13^2(a-1)a = 13 \cdot 17$$

$$a(a-1) = 17$$

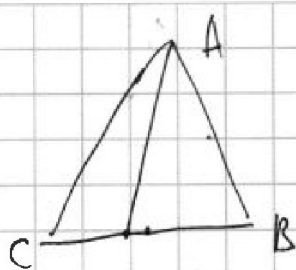
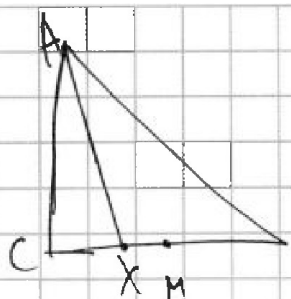


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

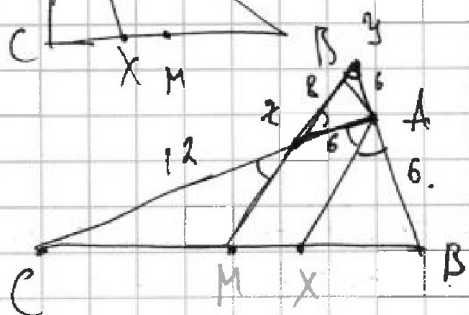
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BC = ? \quad AC = 18 \quad AZ = 6 \quad 32 = 8.$$



$$\frac{CZ}{CM} = \frac{AC}{CX} = \frac{AB}{BX} = \frac{BZ}{BM}.$$

$$CZ = BZ.$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3-y} = 2y^5 - \sqrt{3-x+y^2}$$

$$|2x-3y| \leq 6.$$

$$|3x-2y| \leq 4.$$

$$4x^2 + 9y^2 - 12xy \leq 36$$

$$9x^2 + 4y^2 - 12xy \leq 16$$

$$y = \frac{3}{2}x$$

$$3y \leq 2x-6.$$

$$y \leq \frac{2}{3}x-2.$$

$$\text{т.е. } 2x-3y \geq 6.$$

$$|2x-3y| = 0.$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 12 \\ \hline 144 \\ + 18 \\ \hline 324 \\ + 36 \\ \hline 360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 384 \\ 32 \overline{) 384} \\ \underline{32} \\ 64 \\ 64 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\cos = 2.101.$$

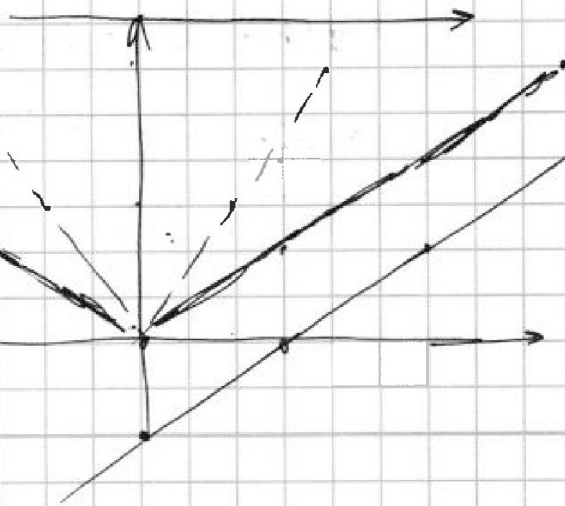
$$\begin{array}{r} 384 \\ 32 \overline{) 384} \\ \underline{32} \\ 64 \\ 64 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 384 \\ 32 \overline{) 384} \\ \underline{32} \\ 64 \\ 64 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$36 = 6^2$$

$$96 = 48-2 = 16.6.$$

$$384 = 2^2 \cdot 4^2 \cdot 6 = (12\sqrt{6})^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

32

32.63 *бон.*

$$\frac{32 \cdot 63 \cdot 64}{8}$$

$$= 8 \cdot 63 \cdot 8 + 32 =$$

$$= 8 \cdot 63 + 16 = 8 \cdot 65$$

$$32 + 62 \cdot 8 = 480 + 168 = 480 + 48 =$$

$$= 528$$

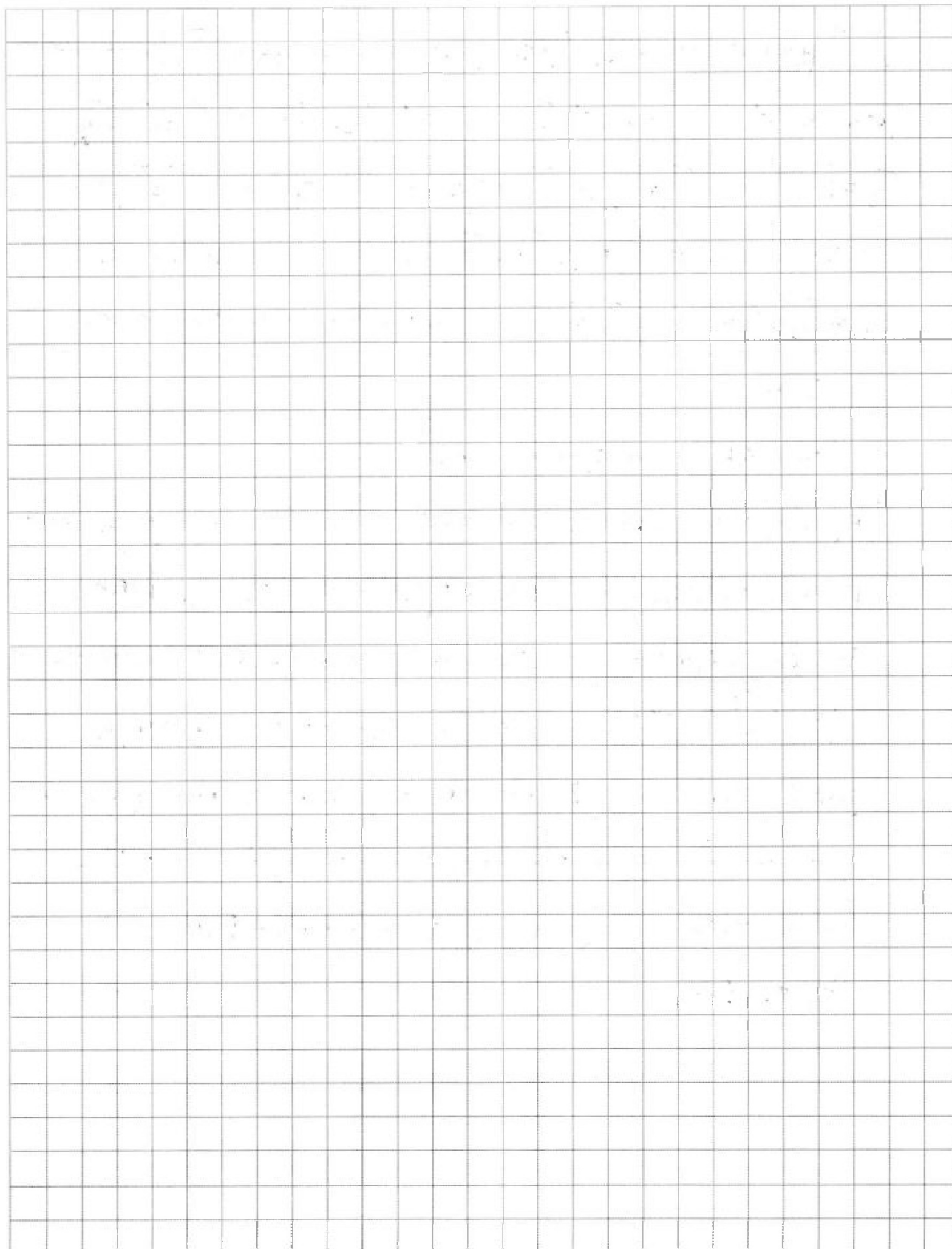


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☒СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего узлов черных узлов $8^2 = 64$. Площадь покрасить можно
каждого 2 узла в белый равно 64 . Теперь заметим, что

$$x+4+3-y+25-2\sqrt{12-4y+3y-x} \quad x \geq 0.$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 4y^5 + 2y^5 + \sqrt[4]{3y}. \quad 3.3 \quad x \geq 0$$

$$f(x) = 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x}.$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$f(x) - \text{возрастает.} \quad x=y.$$

$$-x^2 - x + 12 \quad x^2 + x - 12$$

$$D = \dots \quad D = 1 + 48 = 49$$

$$x+4+3-x-2\sqrt{(x+4)(3-x)} = (1-5)\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-x)}^2 = -4)^2.$$

$$7 - 2pt$$

$$t - p + 5 = 2pt.$$

$$x+4, 3-x.$$

$$(2t+1)(p-\frac{1}{2}) = 4,5.$$

$$2pt - t + p - 5 = 0.$$

$$3-x \leq 3.$$

$$(t-p)^2 = 7-2pt.$$

$$(t+x)(p+p)$$

$$x+4, 1.$$

$$t-p = 7-2pt.$$

$$2pt - (t-p) = 5.$$

$$(2t+1)(p+\frac{1}{2}) = 2pt - t + p - \frac{1}{2}.$$

$$\sqrt{7-2pt}$$

$$2pt = k.$$

$$12 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \sqrt{12 + \frac{1}{4}} < 6.$$

$$k - \sqrt{7-k} = 5.$$

$$12-x-x^2$$

$$(k-5)^2 = 7-k.$$

$$x_0 = -\frac{f(1)}{f'(2)} = -\frac{1}{2}.$$

$$k^2 + 25 - 10k = 7k.$$

$$D = 16 + 16 \cdot 39 = 16 \cdot 40.$$

$$k^2 - 9k + 18 = 0.$$

$$2pt$$

$$D = 81 - 72 = 9.$$

$$2pt = 3.$$

$$k_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{2} = 6; 3.$$

$$pt = \frac{3}{2}.$$

$$12-x-x^2 = \frac{9}{4}.$$

$$4x^2 + 4x - 48 = -9.$$

$$4x^2 + 4x - 39 = 0$$

