



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\{a_n\}$ — данная в условии прогрессия, d — шаг прогрессии

Тогда $\begin{cases} a_6 - a_1 = 2d \\ a_{10} - a_6 = 4d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x) = 2d \\ 9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 4d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5(x^2 - 2x)^2 - 2(6 - 9x) = 4d \\ 9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 4d \end{cases} \ominus$

$$2(x^2 - 2x)^2 - 2(6 - 9x) - 9x^2 + (x - 2x)^2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x)^2 - 9x^2 + 2(9x - 6) = 0$$

$$3(x^2 - 2x)^2 - 9x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$(x^2 - 2x)^2 - 3(3x^2 - 6x + 4) = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - (3x^2 - 6x + 4) = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x^4 - x^3 - 3x^3 + 3x^2 - 2x^2 + 2x + 4x - 4 = 0$$

$$(x - 1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$(x - 1)(x^3 - x^2 - 2x^2 + 2x - 4x + 4) = 0$$

$$(x - 1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$(x - 1)^2 = 5 \quad x - 1 = \pm\sqrt{5} \quad x = 1 \pm \sqrt{5}$$

Проверка:

1) $x = 1$ $a_1 = 6 - 9x = -3$ $a_4 = (x^2 - 2x)^2 = 1$ $a_6 = 9x^2 = 9$ $a_7 = -9$ $d = 2$, подходит

2) $x = 1 - \sqrt{5}$ $a_1 = 6 - 9x = 6 - 9(1 - \sqrt{5}) = 9\sqrt{5} - 3$ $a_6 = (1 - \sqrt{5})^2 - 2(1 - \sqrt{5})^2 = (6 - 2\sqrt{5} - 2 + 2\sqrt{5})^2 = 4^2 = 16$

$a_{10} = 9x^2 = 9(1 - \sqrt{5})^2 = 54 - 18\sqrt{5}$ $a_7 = 2,5\sqrt{5} - 3,5$ $d = 9,5 - 4,5\sqrt{5}$ подходит

3) $x = 1 + \sqrt{5}$ $a_1 = 6 - 9x = 6 - 9(1 + \sqrt{5}) = -9\sqrt{5} - 3$ $a_6 = (1 + \sqrt{5})^2 - 2(1 + \sqrt{5})^2 = (6 + 2\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5})^2 = 4^2 = 16$

$a_{10} = 9x^2 = 9(1 + \sqrt{5})^2 = 54 + 18\sqrt{5}$ $a_7 = -2,5\sqrt{5} - 3,5$ $d = 9,5 + 4,5\sqrt{5}$ подходит

Ответ: $1; 1 - \sqrt{5}; 1 + \sqrt{5}$

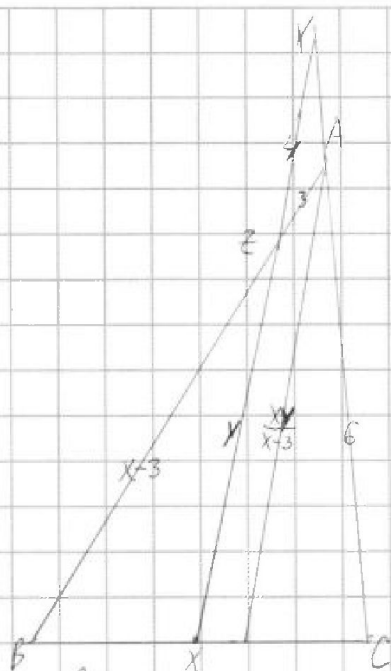


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

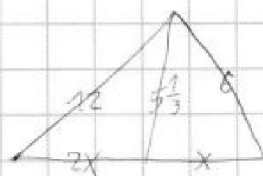
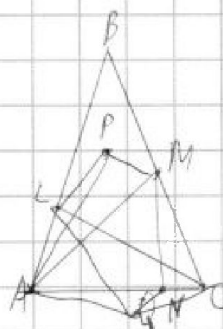
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$y \in 0; 7$$

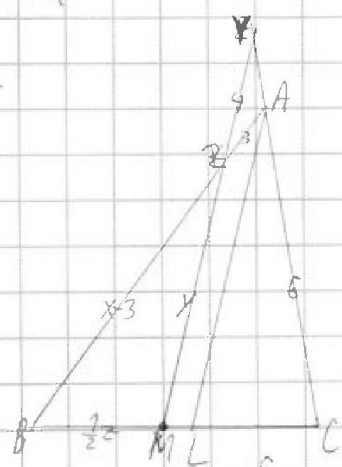
$$x \geq 0 \quad 1445x \geq y^2$$

$$\frac{x}{x-3}$$



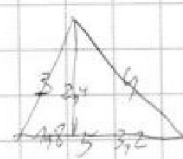
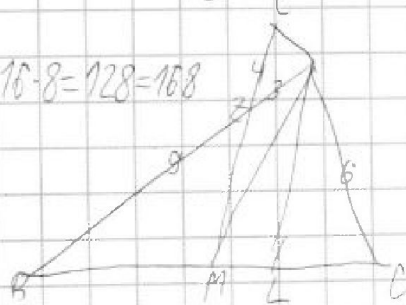
$$\begin{array}{r} 89 \\ \times 2 \\ \hline 178 \\ 81778 \\ 64745 \\ \hline 145 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 16 \\ \hline 186 \end{array}$$



$$\frac{16}{3} \cdot 24$$

$$16 \cdot 8 = 128 = 168$$



$$\begin{aligned} 576 &= 3 \cdot 3.2 + 4 \cdot 1.8 \cdot 3.2 \\ &= 3^2 \cdot \frac{3.2}{1.8} + 4^2 \cdot \frac{1.8}{3.2} - 18 \cdot 3.2 = \\ &= \frac{9 \cdot 3.2}{1.8} + \frac{16 \cdot 1.8}{3.2} - \\ &= 3.2^2 \end{aligned}$$

$$144 = 16 \cdot 9$$

$$(x - \frac{5 - \sqrt{29}}{2})$$

$$(\frac{5 - \sqrt{29}}{2}) / (\frac{57 \sqrt{29}}{2}) = \frac{25 - 32}{4}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 4 \\ \hline 148 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} |2y-x| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2y-x \leq 2 \\ 2x-y \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 16y-5x \leq 20 \\ 8x-9y \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8y-4x \leq 8 \\ 10x-5y \leq 5 \end{cases} \oplus \quad 3y+6x \leq 13$$

$$x=1\frac{1}{3} \quad y=1\frac{2}{3} \quad \begin{aligned} |x-2y| &= |1\frac{1}{3}-2\cdot 1\frac{2}{3}| = |\frac{4}{3}-\frac{10}{3}| = 2 \leq 2 \\ |2x-y| &= |2\cdot 1\frac{1}{3}-1\frac{2}{3}| = |\frac{8}{3}-\frac{5}{3}| = 1 \leq 1 \\ 3y+6x &= 3\cdot \frac{5}{3}+6\cdot \frac{4}{3} = 5+4\cdot 2 = 13 \end{aligned}$$

пример подходит

ответ: 13



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n-7)(m+2n)$$

$$B = m^2n + 2m^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

Пусть $A \times 2 \Rightarrow \begin{cases} m+2n-7 \neq 2 \\ m+2n \neq 2 \end{cases} \Rightarrow m+2n-7+m+2n \neq 2 \Rightarrow 2(m+2n)-7 \neq 2, \text{ противоречие}$

Пусть $B \times 2 \Rightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m+2n+9 \neq 2 \end{cases} \Rightarrow m+m+2n+9 \neq 2 \Rightarrow 2(m+n)+9 \neq 2, \text{ противоречие}$

$$44p^2 = 2, 75 \begin{cases} 11p^2 = 2 \\ 75q^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow p=2; q=2 \text{ (н.к. } p, q \in \mathbb{P}) \quad \begin{cases} 11p^2 = 44 \\ 75q^2 = 300 \end{cases}$$

Рассмотрим 2 случая:

I случай: $A=44, B=300$

$$m+2n > 0 \Rightarrow m+2n-7 = \frac{44}{m+2n} > 0$$

Делители числа 44 — 1, 2, 4, 11, 22, 44

$$\begin{aligned} 1) \begin{cases} m+2n-7=1 \\ m+2n=44 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} m+2n-7=2 \\ m+2n=22 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} m+2n-7=4 \\ m+2n=11 \end{cases} \\ 44-2n+2n-7 \\ -7=-43 \\ \text{не подходит} \quad -7=-20 \\ \text{не подходит} \quad m=11-2n \\ b=300 \end{aligned}$$

$$44 + (11-2n)n(m-2n+2n+9) = 300$$

$$(11-2n)n = 28 \cdot 15$$

$$2n^2 - 11n + 28 = 0$$

$$(n-3)(n-5) = 0 \quad \begin{cases} n = \frac{11}{2} \text{ не } n, n \in \mathbb{N} \\ n = 3 \quad m = 11 - 2n = 5 \end{cases}$$

$$A = (5+2 \cdot 3-7)(5+2 \cdot 3) = 44$$

$$B = 5 \cdot 3 \cdot (5+2 \cdot 3+9) = 300 \quad n=3, m=5 - \text{решение}$$

II случай: $A=300, B=44$

$$mn - (m+2n-7) = mn - m - 2n + 7 = mn - m - 2n + 2 + 5 = (n-2)(n-1) + 5 \quad n-2 \neq -1$$

$$m+2n-7 = \frac{300}{m+2n} > 0$$

1) $m \geq 2 \quad mn - (m+2n-7) > 0 \Rightarrow mn > m+2n-7 \Rightarrow B > A \Rightarrow 44 > 300, \text{ противоречие}$

$$m+2n+9 > m+2n$$

2) $m=1 \quad B = n(2n+10) = 44 \quad n=2 \Rightarrow B = 2(2 \cdot 2 + 10) = 28 < 44 \quad n \geq 3 \Rightarrow B \geq 3(2 \cdot 3 + 10) = 48 > 44$

$$B \neq 44, \text{ противоречие}$$

$$\text{Ответ: } n=3, m=5$$

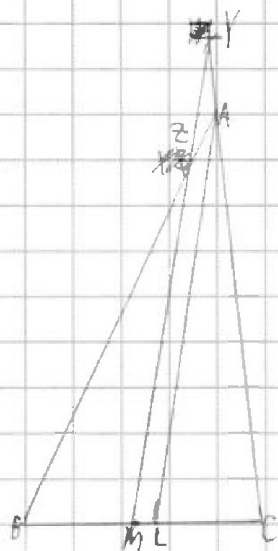


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть AL — биссектриса $\triangle ABC$

Пусть $AB = x$; $BC = z$

$BM = CM = \frac{1}{2}z$

$BL = \frac{AB}{AB+AC}z = \frac{x}{x+6}z$ $CL = z - BL = \frac{6}{x+6}z$

$ML = BL - BM = \left(\frac{x}{x+6} - \frac{1}{2}\right)z = \frac{2x - x - 6}{2(x+6)}z = \frac{x-6}{2(x+6)}z$

$ME \parallel AL \Rightarrow \frac{BE}{AE} = \frac{BM}{ML} \Rightarrow \frac{x-3}{3} = \frac{\frac{x-6}{2(x+6)}z}{\frac{1}{2}z} \Rightarrow \frac{x-3}{3} = \frac{x-6}{x+6}$

$3(x+6) = (x-3)(x+6)$

$3x+18 = x^2+3x+18-9x+18$

$x^2-6x-36=0$ $x^2-72x=0$

$x(x-72)=0$ $x>0 \Rightarrow x=72$

$AL \parallel ME \Rightarrow \frac{CL}{CM} = \frac{AL}{MY} \Rightarrow \frac{\frac{6}{x+6}z}{\frac{1}{2}z} = \frac{AL}{y+4} \Rightarrow \frac{12}{x+6} = \frac{AL}{y+4} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{AL}{y+4} \Rightarrow AL = \frac{2}{3}(y+4)$

$ME \parallel AL \Rightarrow \frac{BA}{BE} = \frac{AL}{ME} \Rightarrow \frac{72}{3} = \frac{\frac{2}{3}(y+4)}{y} \Rightarrow \frac{y+4}{y} = \frac{12 \cdot 3}{9 \cdot 2} = 2 \Rightarrow y+4=2y \Rightarrow y=4$

$AL = \frac{2}{3}(y+4) = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$

Пусть $AL^2 = \text{высота}$ $BAL = 2$

Пусть $\cos \angle BAL$ $BL^2 = AB^2 + AL^2 - 2AB \cdot AL \cos 2 = 744 + \frac{256}{9} - 2 \cdot 72 \cdot 5\frac{1}{3} \cdot \cos 2 = \frac{16 \cdot 89}{9} - 16 \cdot 8 \cos 2$

Пусть $\cos \angle CAL$ $CL^2 = AC^2 + AL^2 - 2AC \cdot AL \cos 2 = 36 + \frac{256}{9} - 2 \cdot 6 \cdot 5\frac{1}{3} \cdot \cos 2 = \frac{4 \cdot 749}{9} - 8 \cdot 8 \cos 2$

$BL = \frac{x}{x+6}$ $BC = \frac{2}{3}BC = \frac{2}{3}z$ $CL = \frac{1}{3}z$

$BL^2 - 2CL^2 = \frac{2}{9}z^2$

$\frac{16 \cdot 89}{9} - 16 \cdot 8 \cos 2 = \frac{8 \cdot 749}{9} - 16 \cdot 8 \cos 2 = \frac{2}{9}z^2$

$8(2 \cdot 89 - 149) = 2z^2$

$z^2 = 4 \cdot 33$ $z = 2\sqrt{33}$

Ответ: $2\sqrt{33}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{4+5x-x^2} \\ x^3 + 3x - 8\sqrt{x} = y^3 = 2x + 3y \end{cases}$$

$$x^3 + 3x - 8\sqrt{x} = y^3 + 2x + 3y = 0 \quad a = \sqrt{x} \quad b = \sqrt{y} \quad a, b \geq 0$$

$$(a^6 - b^6) + 3(a^2 - b^2) + 8(a - b) = 0$$

$$(a-b)(a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 + b^5 + 3(a+b) + 8) = 0$$

$$a, b \geq 0 \Rightarrow a > 0 \Rightarrow a = b \quad \sqrt{x} = \sqrt{y} \quad x = y$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{4+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(7-x)(x+2)}$$

$$a - b + 7 = 2ab$$

$$a + 7 = b(2a + 1)$$

$$a - b + 7 = 2ab$$

$$a + 7 = b(2a + 1) \quad 2a + 1 > 0 \quad b = \frac{a+7}{2a+1}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{(7-x)(x+2)} - 7$$

$$x+2+7-x-2\sqrt{(x+2)(7-x)} = 4(7-x)(x+2) - 28\sqrt{(x+2)(7-x)} + 49$$

$$26\sqrt{(x+2)(7-x)} = 4(7-x)(x+2) + 49 \quad t = \sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$$4t^2 - 26t + 49 = 0$$

$$20^2 - 130t + 2401 = 0$$

$$(t-4)(2t-5)=0$$

$$t=4 \quad (x+2)(7-x)=t^2=16 \quad 14+5x-x^2=16 \quad x^2-5x+2=0 \quad D=(-5)^2-4 \cdot 4=17 \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$t=\frac{5}{2} \quad (x+2)(7-x)=t^2=\frac{25}{4} \quad 14+5x-x^2=\frac{25}{4} \quad x^2-5x+\frac{31}{4}=0 \quad 4x^2-20x-31=0$$

$$D=20^2+4 \cdot 4 \cdot 31=588 \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \approx 3.57 \quad x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \approx 1.43$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \approx 3.57 \quad x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \approx 1.43$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \approx 3.57 \quad x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \approx 1.43$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \approx 3.57 \quad x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \approx 1.43$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \approx 3.57 \quad x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \approx 1.43$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \approx 3.57 \quad x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \approx 1.43$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \approx 3.57 \quad x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \approx 1.43$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \approx 3.57 \quad x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \approx 1.43$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \approx 3.57 \quad x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \approx 1.43$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \approx 3.57 \quad x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \approx 1.43$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2x-5)^2 = 56$$

$$2x = 5 \pm \sqrt{56}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{56}}{2}$$

$$C=4 \quad (x+2)(7-x) = C^2 = 16 \quad 14+5x-x^2 = 16 \quad x^2-5x+2=0 \quad D=(-5)^2-4 \cdot 2 = 17 \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$C=2,5 \quad (x+2)(7-x) = C^2 = \frac{25}{4} \quad 14+5x-x^2 = \frac{25}{4} \quad (x-2,5)^2 = 14 \quad x = 2,5 \pm \sqrt{14} = \frac{5 \pm 2\sqrt{14}}{2}$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \quad \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = \sqrt{\frac{9+\sqrt{17}}{2}} - \sqrt{\frac{9-\sqrt{17}}{2}} + 7 = \frac{\sqrt{17}-\sqrt{15-2\sqrt{17}}}{2} + 7 = \frac{(\sqrt{17}+1) - (\sqrt{17}-1)}{2} + 7 = 8$$

$$2\sqrt{(x+2)(7-x)} = \sqrt{16} = 4 \quad \text{не подходит}$$

$$x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \quad \text{аналогично, } x+2 \text{ и } 7-x \text{ не являются целыми}$$

$$x = \frac{5 + 2\sqrt{14}}{2} \quad \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = \sqrt{\frac{9+2\sqrt{14}}{2}} - \sqrt{\frac{9-2\sqrt{14}}{2}} + 7 = \frac{\sqrt{18+4\sqrt{14}} - \sqrt{18-4\sqrt{14}}}{2} + 7 = \frac{(\sqrt{14}+2) - (\sqrt{14}-2)}{2} + 7 = 9$$

$$2\sqrt{(x+2)(7-x)} = \sqrt{14+2} \cdot \sqrt{\frac{14-2}{4}} \cdot 2 = \frac{12}{2} = 6 \quad \text{не подходит}$$

$$x = \frac{5 - 2\sqrt{14}}{2} \quad \text{аналогично, } x+2 \text{ и } 7-x \text{ не являются целыми}$$

Для $x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2}$ и $x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2}$ второе равенство, очевидно, верно ($x \geq 0$)

Ответ: $(\frac{5 + \sqrt{17}}{2}, \frac{5 + \sqrt{17}}{2}), (\frac{5 - \sqrt{17}}{2}, \frac{5 - \sqrt{17}}{2})$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть при некотором повороте обе белые точки переходят в себя. Тогда они обе находятся в центре поворота, противоречие.

Пусть при повороте на 90° точка 1 переходит в точку 2, а точка 2 в точку 1. Ни одна из этих точек не центр, т.к. центр переходит в себя. Тогда A_1 и $A_2 \Rightarrow \angle(OA_1, OA_2) = 90^\circ$, $\angle(OA_2, OA_1) = 90^\circ \Rightarrow \angle(OA_2, OA_1) = 180^\circ$, противоречие. Таких точек нет.

Пусть при повороте на 180° точки меняются местами. Значит, они симметричны относительно центра.

Всего узлов $(10+1)^2 = 121$, значит, таких пар $\frac{121-1}{2} = 60$ (центры).
Каждую такую пару можно выбрать 2 способами.

Всего пар $\frac{121-120}{2} = 121-60 = 7260$, каждую $\pm 7260-60 = 7200$ белых пар, каждую такую пару можно выбрать 4 способами.

$\frac{7200}{4} + \frac{60}{2} = 1800 + 30 = 1830$ — всего различных пар.

Ответ: 1830

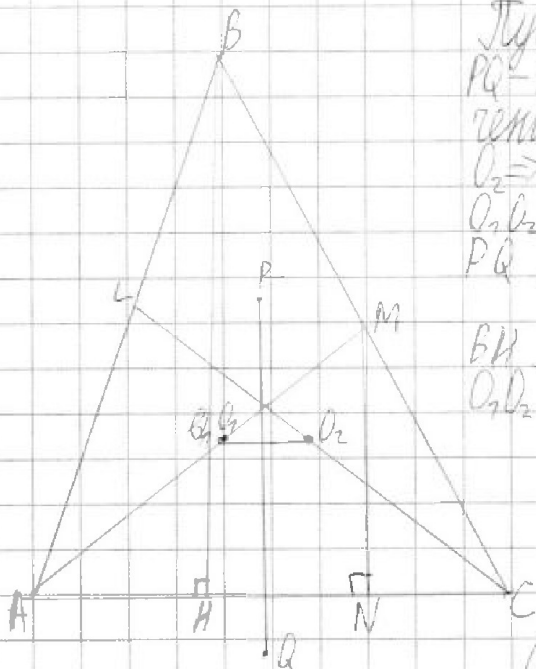


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть O_1 — середина AM , O_2 — середина CL
 PQ — прямая, соединяющая точки пересечения окружностей с центрами O_1 и O_2
 $O_1O_2 \perp PQ$

$O_1O_2 \perp PQ \Rightarrow O_1O_2 \perp BH$
 $PQ \parallel BH$

$BH \perp AC \Rightarrow O_1O_2 \parallel AC$
 $O_1O_2 \perp BH$

$N \in \Omega \Rightarrow \angle ANM = 90^\circ$

$O_1O_2 \parallel AC \Rightarrow d(L, AC) = 2d(O_2, AC)$
 $LC = 2O_2C$

$O_1O_2 \parallel AC \Rightarrow d(L, AC) = 2d(O_2, AC)$
 $LC = 2O_2C$

$QA \parallel AC$ аналогично $d(M, AC) = 2d(O_2, AC)$
 $d(O_2, AC) = d(O_2, AO) \Rightarrow d(L, AC) = d(M, AC) \Rightarrow LM \parallel AC \Rightarrow L$ — середина $AB \Rightarrow AC = BC$

$AL = BL = 2$ $MA = BN = 2MN =$

$AM = \sqrt{2AB^2 + 2AC^2 - BC^2} = \sqrt{32 + BC^2}$ $AC = x$ $AM = \sqrt{\frac{32 + x^2}{2}}$

$BC = x \Rightarrow S_{ABC} = \frac{2 \cdot \sqrt{x^2 - 4}}{2} = \sqrt{x^2 - 4}$

$AC = x$ $\frac{AC \cdot BH}{2} = \frac{x \cdot BH}{2} = S_{ABC} = \sqrt{x^2 - 4}$ $BH = \frac{4\sqrt{x^2 - 4}}{x}$ $MN = \frac{BH}{2} = \frac{2\sqrt{x^2 - 4}}{x}$

$AM^2 = AN^2 + MN^2$ $\frac{32 + x^2}{2} = 5^2 + \frac{4(x^2 - 4)}{x^2}$

$(32 + x^2)x^2 = 100x^2 - 16(x^2 - 4)$

$x^4 - 32x^2 + 100x^2 - 4x^2 = 16 \pm 0$

$x^4 + 72x^2 - 16 = 0$

$x^4 + 32x^2 + 100x^2 + 16x^2 - 64 = 0$

$x^4 + 84x^2 - 64 = 0$ $a = x^2$

$a^2 + 84a - 64 = 0$ $D = 84^2 + 64 \cdot 4 = 2^4 \cdot 16(21^2 + 16) = 16 \cdot 437457$

$a = \frac{-84 \pm \sqrt{437457}}{2} = -92 \pm 2\sqrt{457}$ $a > 0$ $a = 2\sqrt{457} - 92$

$x = \sqrt{2\sqrt{457} - 92}$

Ответ: $\sqrt{2\sqrt{457} - 92}$

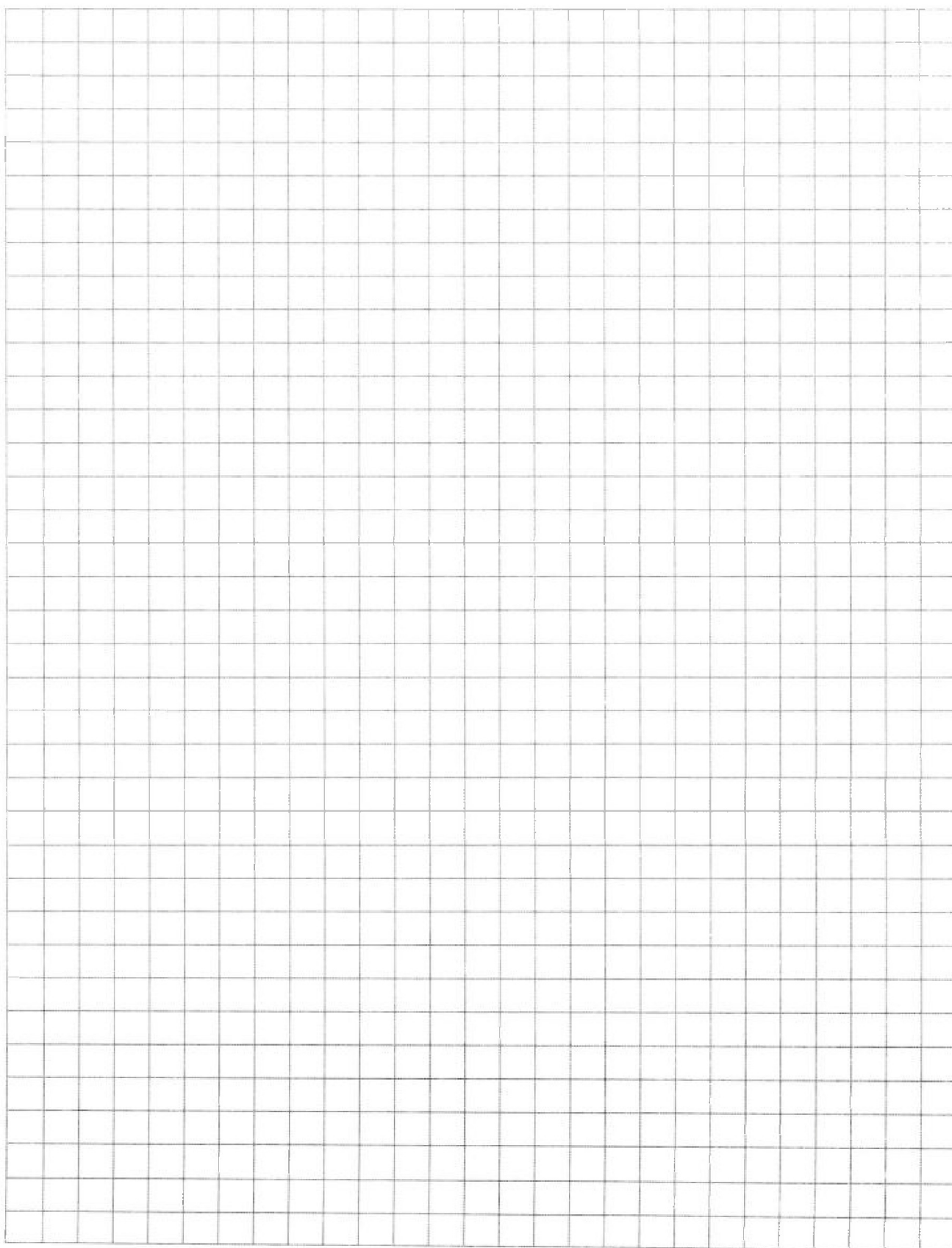


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

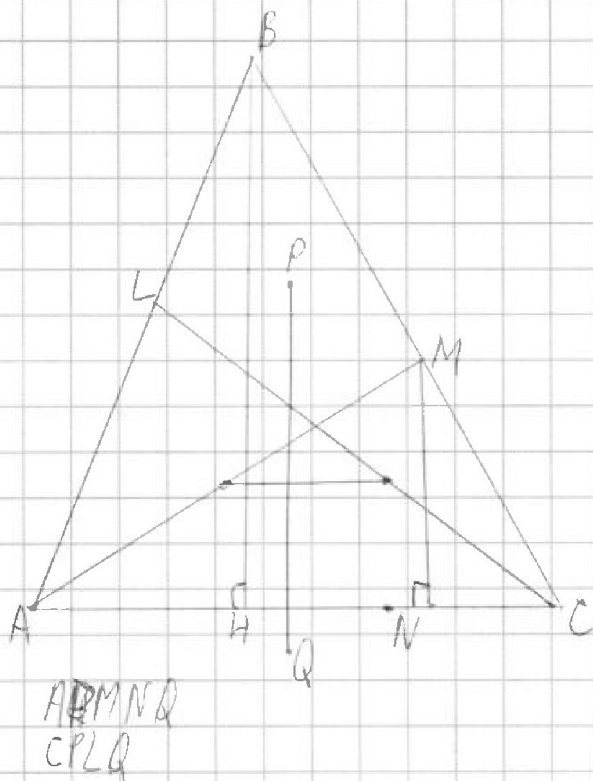
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9\sqrt{5}-3-3(9,5-4,5\sqrt{5})=9\sqrt{5}-3-28,5+13,5\sqrt{5}=22,5\sqrt{5}-31,5$$

$$\begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a(x-2y)+b(2x-y)=3y+6x \\ 7a(-2a-b)y+12+2bx=3y+6x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y-x=2 \\ 2x-y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y-x=2 \\ 4y-2x+4x-2y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y-x=2 \\ 2x=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+2b=6 \\ 2-2a-b=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a+4b=12 \\ 2-2a-b=3 \end{cases}$$

$$3b=15 \quad b=5 \quad a=-4$$

$$m^2+4mn+4n^2-7m-14n=(m+2n-7)(m+2n)$$

$$m^2n+2mn^2+9mn=mn(m+2n+9)$$

$$\begin{aligned} & n(2n+9) \\ & n=9 \quad n(2n+9) \quad 9 \cdot 28 \quad 10 \cdot 30 \\ & n=8 \quad n(2n+9) \quad 8 \cdot 25 \\ & n=7 \quad n(2n+9) \quad 7 \cdot 21 \\ & n=6 \quad n(2n+9) \quad 6 \cdot 18 \\ & n=5 \quad n(2n+9) \quad 5 \cdot 15 \\ & n=4 \quad n(2n+9) \quad 4 \cdot 12 \\ & n=3 \quad n(2n+9) \quad 3 \cdot 9 \\ & n=2 \quad n(2n+9) \quad 2 \cdot 6 \\ & n=1 \quad n(2n+9) \quad 1 \cdot 3 \end{aligned}$$

$$(m+2n-7)$$

