



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} + \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_5 = a_1 + 4d = 6x + 18$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = -3x^4$$

$$a_7 = a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2$$

$$\begin{cases} a_7 = a_5 + 2d \\ a_{11} = a_7 + 4d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x^2 - 4x)^2 = 2(6x + 18) + 4d \\ -3x^4 = (x^2 - 4x)^2 + 4d \end{cases}$$

$$2x^4 - 16x^3 + 32x^2 + 3x^2 = 12x + 36 - x^4 + 8x^3 - 16x^2$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0 \quad | : 3$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x^2 - 4x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x_{1,2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \end{cases}$$

ответ: $x \in \{2 - \sqrt{7}; 2; 2 + \sqrt{7}\}.$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 \\ |3x-4y| \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 \quad (*) \\ -8 \leq 3x-4y \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y-6 \leq 4x \leq 6+3y \\ 4y-8 \leq 3x \leq 8+4y \end{cases}$$

С правой стороны, (*) $\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6+x \geq 3y \geq 4x-6 \\ 8+3x \geq 4y \geq 3x-8 \end{cases} +$$

$$14+2x \geq 7y \geq 7x-14 \quad (2)$$

Сложив (1) и (2): $14y+2x-42 \leq 14x+2y \leq 14y+2x+42$

Н/м значение будет, когда $14y+2x-42 = 14x+2y$
 $12y-12x = 42$
 $y-x = 6$

Сделаем также из (*), сложив строки, что

$$|x-y| \leq 2 \Rightarrow \text{интервал } y \text{ при } y = x-2$$

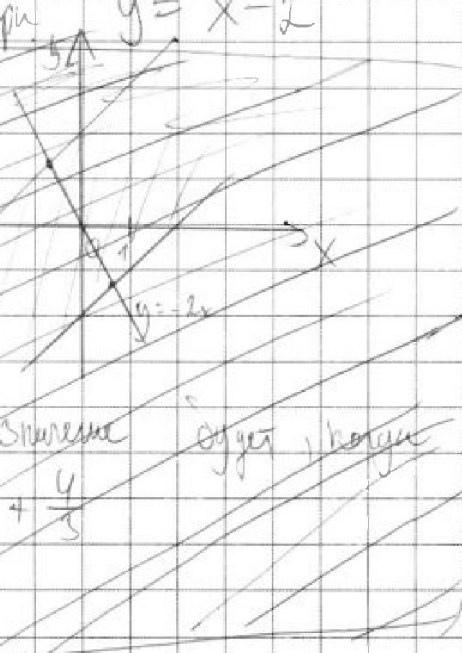
$$\text{Получим } \begin{cases} |x-y| \leq 2 \\ 14x+2y=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \leq x+2 \\ y \geq x-2 \\ y = -2x \end{cases}$$

Нужно заметить, что н/м значение будет, когда

$$-2x = x+2 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3} \Rightarrow y = +\frac{4}{3}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{56}{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-14(x-2) + 2x - 42 = 4x + 8(x-2)$$

$$-8x = 28 - 42 = 7x - 14$$

$$14x = -56$$

$$x = -4 \Rightarrow y = -6$$

Ответ: - 98.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn - n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 2mn = mn(m-n+3)$$

Рассм. вариант, когда $A = 13p^2$; $B = 3q^2$.

$(m-n)(m-n+9) = 13 \cdot p \cdot p$ $mn(m-n+3) = 3 \cdot q \cdot q$
 Число B раскладывается на 3 множителя: $m, n, m-n+3$.
 Два из них должны быть равны. Очевидно, что $m \neq n$, иначе число $A = 0$. Рассм. $m = m-n+3$. Тогда $n=3$; $q = m$ — значит m — простое число.
 $A = (m-3)(m+6) = 13 \cdot p \cdot p$. Т.к. 13 — простое число, то либо $m-3$, либо $m+6$ должно быть равно 13 . Пусть $m=7$ (простое), тогда $p=2$. $A = 13 \cdot 2 \cdot 2$; $B = 3 \cdot 7 \cdot 7$;
 $m=7$; $n=3$ — первая пара найденная. Рассмотрим $n = m-n+3$. Тогда $m=3$ и $n=3$. Число A снова 0 .
 Не подходит. Рассмотрим число A , один из его делителей — это 13 , другой — квадрат простого числа. Если $m-n+9=13$, то $m-n=4$ и далее рассмотрений больше. Пусть $m=7$; $n=3$. Если $m-n=13$, то $A = 13 \cdot 22$, но 22 — не квадрат простого числа.

Рассм. вариант, когда $A = 3 \cdot q^2$; $B = 13p^2$
 $A = (m-n)(m-n+9) = 3 \cdot q \cdot q$ $B = mn(m-n+3) = 13 \cdot p \cdot p$
 Т.б. аналогично выше.
 1) $m = m-n+3 = p$ хотя бы $n=3 \neq 13$, но один из множителей B должен быть равен 13 . Превращение
 2) $n = m-n+3$. Тогда $m=13$; $n=8 \Rightarrow B = 13 \cdot 8 \cdot 8$, но p — простое
 $n=13$; $m=26 \Rightarrow B = 13 \cdot 26 \cdot 26$, но p — простое
 Оба варианта не подходят.
 3) $m-n=3$. Тогда $A = 3 \cdot 12$, но 12 — не квадрат простого числа.
 4) $m-n+9=3$. $m-n=-6$. $A = -6 \cdot 3$, но $A \geq 0$.

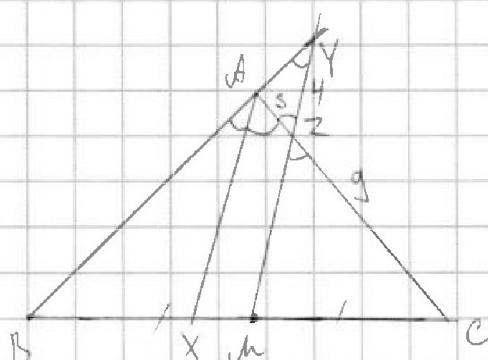
Ответ: $(7; 3)$.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AX = \delta/a \quad BM = MC \quad AX \parallel YZ$$

$$AC = 12 \quad AZ = 3 \quad YZ = 4$$

$$2C = AC - AZ = 9$$

$$\angle BAX = \angle XAC \quad (x - \delta/a)$$

$$\left. \begin{aligned} \angle AYM &= \angle BAX \quad (\text{соот. углы при } AX \parallel YZ \text{ и сек. } AY) \\ \angle AZY &= \angle XAC \quad (\text{н/д углы при } AX \parallel YZ \text{ и сек. } AZ) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle AZY - \text{р/с} \Rightarrow AZ = AY = 3.$$

По теореме косинусов для $\triangle AZY$:

$$\cos \angle AZY = \frac{g + 16 - 9}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin \angle AZY = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

По теореме Менелая для $\triangle ABC$:

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{ZC}{ZA} \cdot \frac{AY}{YB} = 1$$

$$1 \cdot 3 \cdot \frac{3}{YB} = 1 \Rightarrow BY = 9 \Rightarrow AB = 6$$

По второму косинусу внешнего угла $\cos 2\angle = \cos^2 \angle - \sin^2 \angle$

$$\cos \angle BAC = \cos 2\angle BAX = \cos 2\angle AZY = -\frac{1}{9}$$

По теореме косинусов для $\triangle ABC$:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC} = \sqrt{36 + 144 + 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \frac{1}{9}} = \sqrt{196} = 14$$

$$\text{Ответ: } BC = 14.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-y} & (1) \\ 4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x} + y & (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad a = \sqrt[4]{x} \quad b = \sqrt[4]{y} \quad (a, b \geq 0)$$

$$\begin{aligned} 4(a^{16} - b^{16}) + (a^4 - b^4) + 5(a - b) &= 0 \\ (a-b) \underbrace{(4(a^8+b^8)(a^4+b^4)(a^2+b^2)(a+b))}_{\geq 0 \text{ (} a, b \geq 0)} + \underbrace{(a^2+b^2)(a+b) + 5}_{\geq 0} &= 0 \end{aligned}$$

То есть выражение может быть 0 только если $a=b$

$$\begin{aligned} \sqrt{x} &= \sqrt{y} \\ x &= y \quad (x, y \geq 0) \end{aligned}$$

$$(1) \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\text{О.О.З.: } \begin{cases} x \geq -6 \\ x \leq 5 \\ -x^2 - x + 30 \geq 0 \end{cases} \quad (-)$$

~~т.к. левая сторона $-x^2 - x + 30$ то вообще x брать не надо~~

$$\Rightarrow x \in [0; 5]$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+6} + 5 &= 2\sqrt{(x+6)(5-x)} + \sqrt{5-x} \\ 2x^2 + 3x - 47 &= \sqrt{x+6} \sqrt{(5-x)(5-x)} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{тогда в к.т. т.к.} \\ \text{обе части} > 0 \end{array} \right\}$$

$$4x^4 + 8x^3 + 193x^2 - 188x + 2059 = 0$$

На промежутке $x \in [0; 5]$ x^4 и $x^3 \uparrow \Rightarrow 4x^4 + 8x^3 + 193x^2 \uparrow$, $-188x \downarrow$.

не трудно заметить, что в данном диапазоне корней нет, т.к. значение многочлена > 0 .

Ответ: решений нет.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего узлов сети 64. Всего способов выбрать 2
узла, тем самым переопределить $C_{64}^2 = \frac{64!}{2!62!} = \frac{64 \cdot 63}{2}$
Три поворота квадрата каждый выбор ~~узла~~ даст еще
3, если эти два ~~узла~~ не симметричны относительно
наблюдаемой функции. То каждому из сторон функции
имеет 28 узлов, то есть способов выбрать такого
симметричного пару 56. Также можно учесть ~~узлы~~
лежащие на самих функциях, ~~или~~ ~~способов~~
~~выбрать пару на них~~ $C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2}$ то есть
еще + 8.
Итого получается $\frac{64 \cdot 63}{2} - 64 + \frac{64}{2} = 280$
Ответ: 280 способов.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

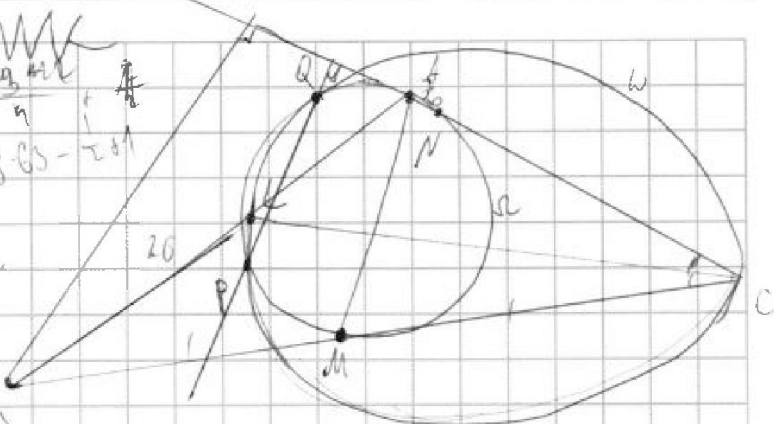
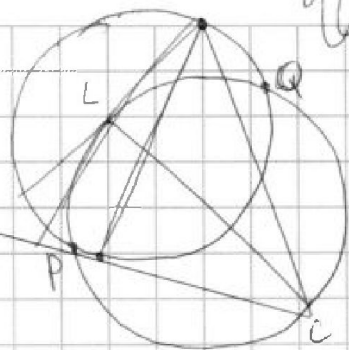
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

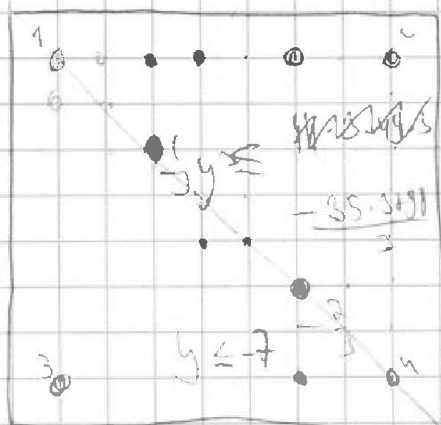


$$\sqrt{x+5} = 2\sqrt{5-y(x+5)} = \sqrt{5-x}$$

$$(x-y) \leq 2$$

$$-14 \leq 2x - 2y \leq 14$$

$$x + 6 + 25 + 10\sqrt{x+5} = 4(30 + x + x^2) + 5 - x + 4\sqrt{5-x}\sqrt{x+5}$$



$$6^4 \quad C_{64}^2 = \frac{64!}{2!62!} = \frac{64 \cdot 63}{2 \cdot 1} = 2016$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-8 \leq 3x - 9y \leq 8$$

$$4x - 3y \leq 6$$

$$\frac{4}{3}x - y \leq 2$$

$$3x - \frac{9}{4}y \leq 6$$

$$3x - 4y \leq 8$$

$$C_{10}^2 = \frac{10!}{2!} = 45$$

$$4x - 3y \geq -6$$

$$10x - \frac{10 \cdot 4}{3}y \geq -1 \cdot \frac{10}{3}$$

$$10x - \frac{40}{3}y \geq -\frac{10}{3}$$

$$10x - \frac{40}{3}y \geq -\frac{10}{3}$$

$$10x - \frac{40}{3}y \geq -\frac{10}{3}$$

$$10x - \frac{40}{3}y \geq -\frac{10}{3}$$

$$10x - \frac{40}{3}y \geq -\frac{10}{3}$$

$$10x - \frac{40}{3}y \geq -\frac{10}{3}$$

$$10x - \frac{40}{3}y \geq -\frac{10}{3}$$

$$10x - \frac{40}{3}y \geq -\frac{10}{3}$$

$$10x - \frac{40}{3}y \geq -\frac{10}{3}$$

$$20y - 35 \geq 2y, 14x \geq 20y - 63$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

42 P 10 BUK

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

$$\sqrt{x+6} (1 - \sqrt{5-x}) - \sqrt{5-x} (\sqrt{x+6} + 1) + 5 = 0$$

$$x + 31 + 10\sqrt{x+6} = \frac{1}{\sqrt{5-x}} - \frac{1}{\sqrt{x+6}} + 5 = 2$$

$$= -1x^2 - 4x + 120 + 5 - x + 4(5-x)\sqrt{x+6}$$

$$4x^2 + 6x - 94 = 10(\sqrt{x+6} - 4x\sqrt{x+6}) = \sqrt{x+6}(10 - 4x)$$

$$2x^2 + 3x - 47 = \sqrt{x+6}(5 - 2x)$$

$$4x^4 + 9x^2 + 2209 - 188x^2 - 282x + 12x^3 =$$

$$= (x+6)(25 - 20x + 4x^2) = 25x - 20x^2 + 4x^3 + 150 -$$

$$- 120x + 24x^2$$

$$4x^4 + 6x^3 + 193x^2 - 188x + 2059 = 0$$

$$4 \cdot 5^4 + 6 \cdot 125 + 193 \cdot 25 - 188 \cdot 5 + 2059 = 0$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$14 \leq 2x \leq 7x - 14$$

$$3y - 6 \leq 4x \leq 6 + 3y$$

$$4y - 8 \leq 3x \leq 8 + 4y$$

$$2y - 14 \leq 2x \leq 14 + 2y$$

$$14y - 28 \leq 14x \leq 28 + 14y$$

$$14y + 2x - 14 \leq 7y + 14x \leq 14y + 2x + 14$$

$$14y + 2x - 14 \leq 7y + 14x$$

$$7y - 14 \leq 2x$$

$$y - x \leq 2$$

$$x \geq y - 2$$

$$y = -2x$$

$$y = 2x$$

$$2 = 3x$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3}$$

$$-\frac{14 \cdot 2}{3} + \frac{17 \cdot 4}{3}$$

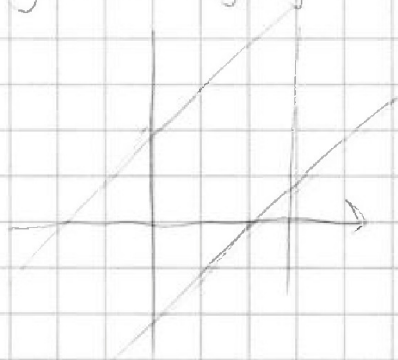
$$-\frac{28 - 28}{3} = \frac{-56}{3}$$

$$-2 \leq x - y \leq 2$$

$$y - 2 \leq x$$

$$y \geq x - 2$$

$$y \leq x + 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

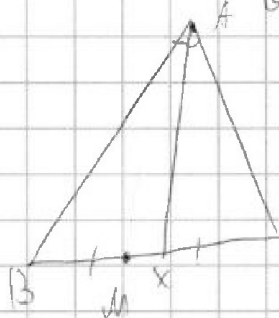
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Черновик



$$\frac{BX}{XC} \cdot \frac{2C}{2A} \cdot \frac{AY}{BY} = 1$$

$$\frac{AY}{BY} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{AY} = \frac{1}{3} \quad BY = 9$$

$$\cos 60 = \frac{13}{4} - \frac{1}{4} - \frac{2}{4} \cdot 9 = 9 \cdot 16 - 2 \cdot \frac{2}{8} \cdot 3 \cdot 9$$

$$f(x, y) = 4x^2 - 5y^2$$

$$14 + 21x \geq 2y + 14 \geq 21x - 14$$

$$m = m - n + 3$$

$$n = 3$$

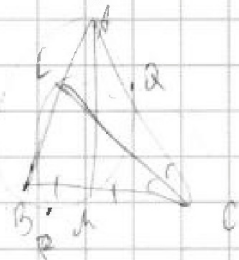
$$(n - n + 3) \cdot (m - n + 3 - n) = 13 \cdot p \cdot p$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 90 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{4}{9} + \frac{3}{9} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{\sqrt{6}}{9}$$

$$180, 16$$



$$14 + 21y - 4y \geq 2y + \frac{40}{3}y - \frac{98}{3}$$

$$h = b - n$$

$$\frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 8}$$

$$A = \frac{(m-n)^2 + 9(m-n)}{(m-n)(m-n+9)}$$

$$B = mn(m-n+3)$$

$$n = n$$

$$h - n = 4$$

$$m = 7, n = 3$$

$$A = 13 \cdot p \cdot p$$

$$B = 3 \cdot 4 \cdot 9$$

$$A = mn(m-n+3)$$

$$A = 3 \cdot 4 \cdot 9$$

$$B = 13 \cdot p \cdot p$$

$$A = \frac{4 \cdot 13}{2 \cdot 2 \cdot 13}$$

$$m - n = 13$$

$$13 \cdot 2$$

$$13 \cdot 2 \cdot 1$$

$$13 \cdot 8 \cdot 8$$

$$30 - x - y \geq 0$$

$$y \leq 30 - x$$

$$m - n = 3$$

$$3 \cdot 12$$

$$3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2$$

$$m - n + 9 = 3$$

$$m - n = -6$$

$$-6 \cdot 3$$

$$m - n + 3 = 13 \cdot n$$

$$m - 10 = 13$$

$$14 = 26$$

$$m - 10 = 13, n = 45$$

$$m = n = 5$$

$$x \geq -6$$

$$y \leq 5$$

$$\begin{cases} x \in [0, 30] \\ y \in [0, 5] \end{cases}$$

$$20 \geq y \geq 0, y^2 \geq 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\frac{64 \cdot 63}{2} = \frac{16 \cdot 9}{2} = 58$$

$$\frac{64 \cdot 63}{2} = \frac{16 \cdot 15}{2} = 56$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_5 = a_1 + 4d = 6x + 18$$

$$a_3 = a_1 + 2d = (x^2 - 4x)^2$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = -3x^2$$

$$6x + 18 + 2d = (x^2 - 4x)^2$$

$$(x^2 - 4x)^2 + 4d = -3x^2$$

$$6x + 18 + 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 + 4d = -3x^2$$

$$-2x^4 + 18x^3 + 32x^2 - 12x - 36 - 4d = 0$$

$$-x^4 + 8x^3 - 19x^2 - 4d = 0$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$16 - 64 + 68 - 8 - 12 = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$(x-2)^2(x)$$

$$\frac{x}{51}$$

$$\frac{x}{68}$$

1	-8	17	-4	-12
2	1	-6	5	6
2	1	-4	-3	0

$$16 + 12 = 28 \quad 4 \pm 2\sqrt{2} \quad 2 \pm \sqrt{2}$$

$$y \in \left(\frac{2}{3}x - 2, 2 + \frac{2}{3}x \right]$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ 4x - 3y \leq 6 \\ 3x - 4y \geq -8 \\ 3x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3y \geq -6 - 4x \\ 3y \leq 6 + 4x \\ y \leq 2 + \frac{4}{3}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4y \geq -8 - 3x \\ 4y \leq 8 + 3x \\ y \leq 2 + \frac{3}{4}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y \geq 3x - 8 \\ y \geq \frac{3}{4}x - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3y \leq 6 - 4x \\ 3y \geq 4x - 6 \\ y \geq \frac{4}{3}x - 2 \end{cases}$$

$$14x + 2y = 2(2x + y)$$

$$2x - 2y \geq -14$$

$$2x - 2y \leq 14$$

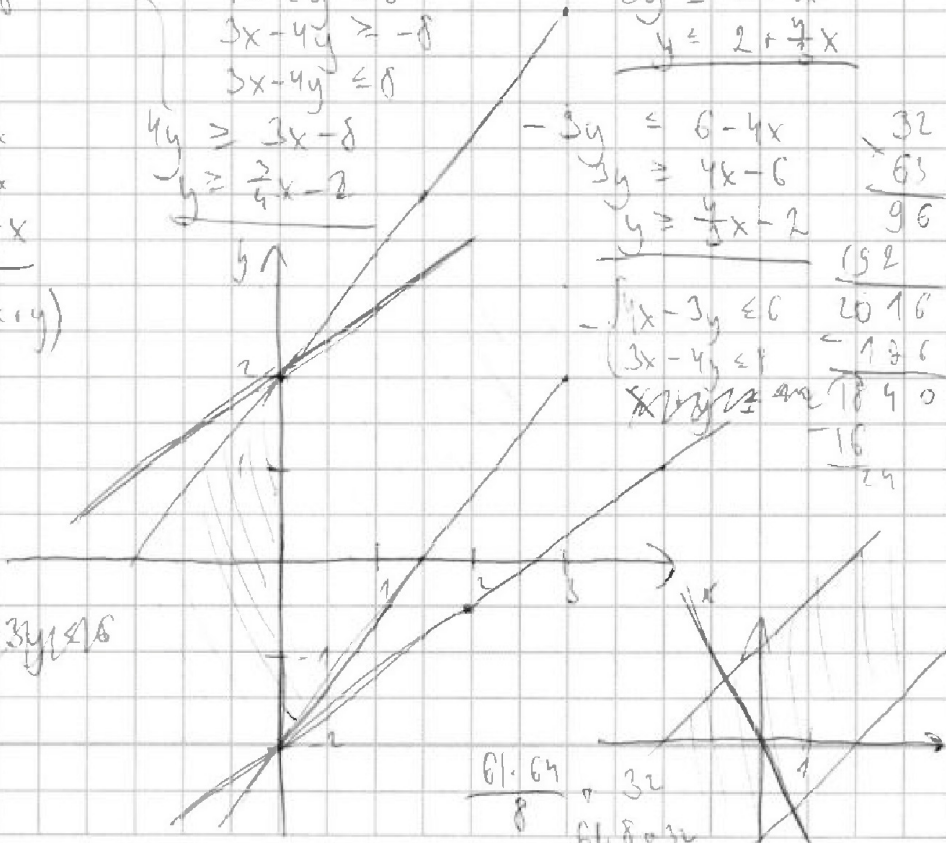
$$|x - y| \leq 2$$

$$-2 \leq x - y \leq 2 \quad -4x + 3y \leq 16$$

$$y \geq x - 2$$

$$y \geq -2 - x$$

$$y \leq 2 + x$$



$$\frac{61 \cdot 64}{8} = 32$$

$$248 - 32$$

$$280$$

$$460$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ЧЕРНОВИК

$$4x^4 - 4y^4 + x - y + 5\sqrt{x} - 5\sqrt{y} = 0$$

$$4(x^4 - y^4) + (x - y) + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$4b \geq 0$$

$$\sqrt[10]{x}$$

$$4(a^4 - b^4) + a^4 - b^4 + 5(a - b) = 0$$

$$4(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) + (a^4 - b^4) + 5(a - b) = 0$$

$$(a - b)(4(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) + 5) = 0$$

$$a = b$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$x = y$$

$$\frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$-x^2 - x + 30$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$(x+6)(5-x) = 5x - 6x + 30 - x^2$$

$$2x - 6$$

$$-x^2 - x + 30$$

$$x = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x+6} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)} = \sqrt{5-x}$$

$$\sqrt{x+6} + 5 = \sqrt{5-x} \quad (2\sqrt{x+6} + 1)$$

$$x+6 = 5\sqrt{x+6} + 25 = (5-x)(4\sqrt{x+6} + 4\sqrt{x+6} + 1)$$

$$x+6 = 31 + 10\sqrt{x+6} = 20x + 125 + 20\sqrt{x+6} - 4x^2 + 25x - 4x\sqrt{x+6}$$

$$10\sqrt{x+6} - 20\sqrt{x+6} + 4x\sqrt{x+6} = -x - x - 31 + 20x + 125 - 4x^2 - 25x$$

$$\frac{16}{31}$$

$$\sqrt{x+6}(-10+4x) = -4x^2 - 6x + 94$$

$$\frac{94}{14}$$

$$2\sqrt{x+6}(2x-5) = -2x^2 - 3x + 42$$

$$(x+6)(4x^2 - 20x + 25) = 4x^4 + 9x^2 + 42^2 - 4 \cdot 42x^2 - 6 \cdot 42x + 12x^3$$

$$4x^3 - 20x^2 + 25x + 24x^2 - 120x + 150 = 4x^4 + 12x^3 + (9 - 4 \cdot 42)x^2 - 6 \cdot 42x + 42^2$$

$$4x^4 + 8x^3 + (5 - 4 \cdot 42)x^2 + (95 - 6 \cdot 42)x + 42^2 - 150 = 0$$

$$+ \frac{1}{2}$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$\frac{12}{-2} = \frac{0}{-6}$$

$$-x^2 - x + 30 = 0$$

$$D = 1 + 120 = 121$$

$$x = \frac{1 \pm 11}{-2}$$

$$b = 0,5$$

$$a = \sqrt{x+6}$$

$$b = \sqrt{5-x}$$

$$a - 2ab = b - 5$$

$$a = \frac{b-5}{1-2b} = \frac{b-5}{-2b+1} = \frac{(-2b+1) - 0,5}{-2b+1} = -\frac{1}{2} - \frac{4,5}{1-2b}$$

$$\sqrt{x+6}(1-2\sqrt{5-x}) = \sqrt{5-x} - 5$$

$$\sqrt{x+6}(1+4(5-x)-4\sqrt{5-x}) = 5-x+25-10\sqrt{5-x}$$

$$x+40x-4x^2-4x\sqrt{5-x}+6+20-24x-24\sqrt{5-x}=30-x-10\sqrt{5-x}$$