



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит так нужно решить:

$$(x^2 - 4x - 3)(x^2 - 4x + 4) = 0.$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x - 3 = 0 \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \end{cases} ; \begin{cases} (x-2)^2 = 7 \\ (x-2)^2 = 0 \end{cases} ; \begin{cases} x-2 = -\sqrt{7} \\ x-2 = \sqrt{7} \\ x-2 = 0 \end{cases} ;$$
$$\begin{cases} x = 2 - \sqrt{7} \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{ответ}$$

т.к. все переходы были р/с, то все зн. x нас устраивают

Ответ: $2 - \sqrt{7}$; 2 ; $2 + \sqrt{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Задача 1~~

Ар. прогр.: $a_5 = 6x + 18$, $a_7 = (x^2 - 4x)^2$, $a_{11} = -3x^2$
(?) = X

δ -мат. прогр. $\Rightarrow a_7 = a_5 + 2\delta$
 $a_{11} = a_7 + 4\delta \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} (x^2 - 4x)^2 = 6x + 18 + 2\delta \\ -3x^2 = (x^2 - 4x)^2 + 4\delta \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow 2(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 = 2(6x + 18) - (x^2 - 4x)^2 + 4\delta - 4\delta$

$3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 2(6x + 18) = 0$

$(x^2 - 4x)^2 + x^2 - 4(x + 3) = 0$

$x^2(x - 4)^2 + x^2 - 4x - 12 = 0$

$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$

Решим это ур-е (4-ой степени) МНК:

$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) = 0$,
где a, b, c, d - коэф. кв. трехчленов.

$\Rightarrow x^4 + x^3(a + c) + x^2(b + d + ac) + x(bc + ad) + bd = 0$

$\begin{cases} a + c = -8 \\ b + d + ac = 17 \\ bc + ad = -4 \\ bd = -12 \end{cases}$

Заметим, что нам подходит:
 $a = -4, b = -3, c = -4, d = 4$
Действительно:
 $\begin{cases} -4 - 4 = -8 \\ -3 + 4 + (-4) \cdot (-4) = 17 \\ (-3) \cdot (-4) = 12 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(?): найм. зн. $14x+7y$;

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 \\ |3x-4y| \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x-4y \leq 8 \cdot (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 \quad | \cdot \frac{2}{3} > 0 \\ -8 \leq 4y-3x \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{9}{2} \leq 3x - \frac{9}{4}y \leq \frac{9}{2} \\ -8 \leq 4y-3x \leq 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -8 - \frac{9}{2} \leq 4y - \frac{9}{4}y \leq 8 + \frac{9}{2} \quad | \cdot 4$$

$$-32 - 18 \leq 7y \leq 32 + 18 \Rightarrow -50 \leq 7y \leq 50.$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 \quad | \cdot \frac{1}{3} > 0 \\ -8 \leq 4y-3x \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8 \leq \frac{16}{3}x - 4y \leq 8 \\ -8 \leq 4y-3x \leq 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -16 \leq \frac{16}{3}x - 3x \leq 16 \quad | \cdot 3$$

$$-48 \leq 7x \leq 48 \quad | \cdot 2$$

$$\begin{cases} -96 \leq 14x \leq 96 \\ -50 \leq 7y \leq 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 14x+7y \geq -146 \\ 14x+7y \leq 146 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ найм. зн. $14x+7y = -146$. (все пред. не мож. найти)
Пример: $x = -\frac{48}{7}$, т.е. $x = -6\frac{6}{7}$
 $y = -\frac{50}{7}$, т.е. $y = -7\frac{1}{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Действительно,

$$|4x - 3y| = |4(-7 + \frac{1}{7}) + 3(7 + \frac{1}{7})| = |-7 + 1| = 6 \leq 6$$

$$|3x - 4y| = \cancel{6} \quad |3(-7 + \frac{1}{7}) + 4(7 + \frac{1}{7})| = |7 + 1| = 8 \leq 8$$

Ответ: -146



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m, n \in \mathbb{N}; \quad A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn$$

(1) ~~$A = 13p^2$~~
 ~~$B = 3q^2$~~

(2) $A = 3q^2$
 $B = 13p^2$

, где p, q - простые. $(?): (m; n)$

(1): $A = 13p^2$
 $B = 3q^2$

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

a: $(m-n)(m-n+9) = 13p^2$

b: $mn(m-n+3) = 3q^2$

Заметим, что 3 и 13 тоже простые.

~~ясно, что $m-n+9 > m-n$~~

~~a: $m-n = 1 \Rightarrow m-n+9 = 10$~~

~~II: $m-n = 13 \Rightarrow m-n+9 = 22 = p^2$~~

~~III: $m-n = 43 \Rightarrow m-n+9 = 52 = p^2$~~

~~IV: $m-n = 13 \Rightarrow m-n+9 = 22 = p^2$~~

~~если $k:2$, то $p=2$, но второй множ. $13k+9$~~

~~$p^2 = 4 = 2 \cdot 2$ (противоречие). Аналог., если $k/2$, то $13k+9:2$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $k:2$, то $p \neq 2 \Rightarrow p^2 = 4$, но
 $13k-9 \div 2$ — нечёт. число ($\neq 1$)

Если $k \neq 2$, то $\left. \begin{array}{l} k \div 2 \\ 13k-9 \div 2 \end{array} \right\} \Rightarrow p^2 = 4$, но

нам удовлетворяет, если $k=1$ (как нечёт. число)
и $13k-9 = 13-9 = 4$ — ур.

$$\Rightarrow m - n + 9 = 13$$

$$m - n = 4 \Rightarrow 7mn = 3d^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3d^2 \div 7 \Rightarrow d^2 \div 7, \text{ т.е. } d^2 = 49 \text{ (} d \text{ — простое)}$$

$$\Rightarrow 7mn = 3 \cdot 49 \Rightarrow mn = 21$$

$$m - n = 4$$

$$\begin{cases} mn = 21 \\ m^2 - 2mn + n^2 = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = n + 4 \\ n^2 + 4n = 21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (n+2)^2 = 5^2 \\ m = n+4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n+2 = -5 \\ n+2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = -7 \\ n = 3 \end{cases}$$

$$m = 7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2): \begin{cases} A = 3q^2 \\ B = 3p^2 \end{cases}$$

$$(m-n)(m-n+9) = 3q^2$$

$$\text{I. } m-n = 3l, l \in \mathbb{N} \Rightarrow 3l \cdot 3(l+3) = 3q^2$$
$$3l(l+3) = q^2$$

Если $l:2$, то $q=2$, $q^2=4$, но
т.к. $3l \in \mathbb{N}$ и $l+3 \in \mathbb{N}$, то, очев., л.т. > 4

Если $l \not: 2$, то $l+3 \geq 4$ и $l+3:2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow 3l \leq 1$ — ~~нельзя~~
 $\Rightarrow m-n:3$ $l \in \mathbb{N}$ — ~~нельзя~~

$$\text{II. } (m-n)+9 = 3l, l \in \mathbb{N}$$

$\Rightarrow m-n:3$, но это не так ~~нельзя~~

$\Rightarrow$ возможен лишь (1).

Ответ: (7; 3).

$$\frac{CM}{BM} \cdot \frac{BY}{AY} \cdot \frac{AZ}{CZ} = 1 \quad | \Rightarrow \quad \frac{BY}{Z} \cdot \frac{Z}{Y} = 1$$

" (M-cy. BC)

$$\Rightarrow \frac{BY}{Z} = \frac{Y}{Z} \quad | \Rightarrow \quad BY = Y \quad | \Rightarrow \quad BY = AB + AY = 9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle CZM \sim \triangle CAX \text{ (из прил.)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{CZ}{AC} = \frac{CM}{CM+MX} \text{ (т.к. } \angle 1 = \angle 2 \text{ и } \angle CZM = \angle CAX)$$

$$\Rightarrow \frac{9}{12} = \frac{CM}{CM+MX} \Rightarrow 3CM + 3MX = 4CM$$

$$\Rightarrow MX = \frac{CM}{3}$$

$$\triangle ABC \text{ бисс. (огол. упр.)} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BX}{CX}$$

$$BX = BM + MX = CM - MX = \frac{2}{3}CM$$

$$CX = CM + MX = \frac{4}{3}CM$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\triangle AYZ \text{ по Т. кос.: } YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2AY \cdot AZ \cos \alpha$$

$$\triangle AYZ \text{ по Т. кос.: } \angle AYZ = \angle CAB$$

$$\triangle AYZ \text{ по Т. кос.: } YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2AY \cdot AZ \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{9+9-16}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2}{9}$$

$$\triangle ABC \text{ по Т. кос.: } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos(180^\circ - \alpha)$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\frac{2}{9} \Rightarrow BC = \sqrt{36 + 144 + \frac{144}{9}}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{196} = 14$$

Ответ: 14

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 8 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1): \sqrt{\frac{5\sqrt{3}-2}{4}+6} - \sqrt{5+\frac{2-5\sqrt{3}}{4}} + 5 = 2\sqrt{30+\frac{2-5\sqrt{3}}{4}+\frac{79-20\sqrt{3}}{18}}$$

$$2\sqrt{5\sqrt{3}+22} - 2\sqrt{22-5\sqrt{3}} + 5 = \sqrt{480+8-79}$$

$$2\sqrt{5\sqrt{3}+22} - 2\sqrt{22-5\sqrt{3}} + 5 = \sqrt{409}$$

$$2\sqrt{5\sqrt{3}+22} - 2\sqrt{22-5\sqrt{3}} = \sqrt{409} - 5$$

$$4(5\sqrt{3}+22) + 4(22-5\sqrt{3}) - 8\sqrt{484-75}$$

$$68\sqrt{409} + 25 = 80\sqrt{409}$$

$$4(5\sqrt{3}+22) + 4(22-5\sqrt{3}) - 8\sqrt{484-75} = \frac{1}{4} \cdot 409 + 25 - 5\sqrt{409}$$

$$176 - 8\sqrt{409} = \frac{409}{4} + 25 \cdot \frac{1}{4}$$

$$704 - 12\sqrt{409} = 409 + 100$$

$$12\sqrt{409} = 704 - 509$$

Ответ: нет решений



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a): X^2 + X - 29 = 0;$$

$$D = 1 + 4 \cdot 29 = 117 = 9 \cdot 13$$

$$X = \frac{-1 \pm 3\sqrt{13}}{2}$$

$$(b): 4x^2 + 4x - 71 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 71 = 300 = 100 \cdot 3$$

$$X = \frac{-4 \pm 10\sqrt{3}}{8}$$

Т.к. $X \neq y \geq 0$ (как минимум), то

$$X = \frac{-1 - 3\sqrt{13}}{2} \text{ и } X = \frac{-4 - 10\sqrt{3}}{8} \text{ — не ур.}$$

Так как ни одно из сделанных мною предп. не могло повлечь появления корней, то ~~их~~ мы можем их лишь приобрести (минус).

Сделаем проверку для:

$$I. X = y = \frac{3\sqrt{13} - 1}{2}. \text{ Ясно, что (2) выполняется } (\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0)$$

$$(1): \sqrt{\frac{3\sqrt{13} + 11}{2}} - \sqrt{\frac{11 - 3\sqrt{13}}{2}} + 5 = 2 \sqrt{30 + \frac{1 - 3\sqrt{13}}{2} - \frac{118 - 6\sqrt{13}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{3\sqrt{13} + 11}{2}} - \sqrt{\frac{11 - 3\sqrt{13}}{2}} + 5 = \sqrt{120 + 2 - 118}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{11 - 3\sqrt{13}}{2}} - \sqrt{\frac{3\sqrt{13} + 11}{2}} = 3$$

$$\text{Т.к. } \frac{11 - 3\sqrt{13}}{2} < \frac{3\sqrt{13} + 11}{2}, \text{ то } X = y = \frac{3\sqrt{13} - 1}{2} \text{ — не ур.}$$

$$II. X = y = \frac{10\sqrt{3} - 4}{8} = \frac{5\sqrt{3} - 2}{4}$$

(2) — верно (аналог. I)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2} \quad (1)$$

$$4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x} + y \quad (2)$$

~~из уравн. $\sqrt{x}, \sqrt{y} \geq 0$~~

Пусть $\sqrt{x} = a \geq 0$
 $\sqrt{y} = b \geq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow (2): 4(a^{16} - b^{16}) + (a^4 - b^4) + 5(a - b) = 0$$

$$a - b = 0$$

$$4(a^8 + b^8)(a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a + b) + (a^2 + b^2)(a + b) + 5 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a - b = 0, \text{ т.е. } \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y.$$

$$(1): \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{30-x-x^2} - 5 \quad \uparrow^2$$

$$x+6+5-x-2\sqrt{30-x-x^2} = 4(30-x-x^2) - 20\sqrt{30-x-x^2} + 25$$

$$\text{Пусть } \sqrt{30-x-x^2} = t \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4t^2 - 18t + 9 = 0$$

$$4(t-1)(t-\frac{9}{4}) = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{30-x-x^2} = 1 \quad \begin{cases} 30-x-x^2 = 1 \\ \sqrt{30-x-x^2} = \frac{9}{4} \end{cases} ; \quad \begin{cases} 30-x-x^2 = 49 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x - 29 = 0 \quad (a) \\ 4x^2 + 4x - 71 = 0 \quad (b) \end{cases}$$

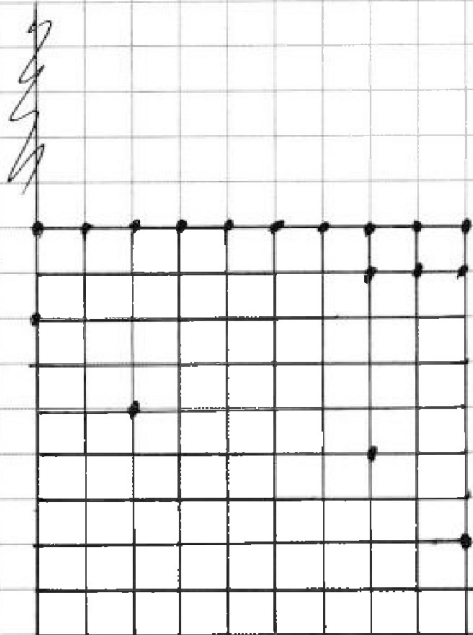


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Всего узлов } (9+1)/(9+1) = 100$$

Всего способов пересечения
двух узлов из 100:

$$\frac{100 \cdot 99}{2} = 4950$$

Исно, то мы можем повернуть
квадрат на, ну 0 по знаку, $+90^\circ$, $+180^\circ$, $+270^\circ$
итого 4 конфигурации.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

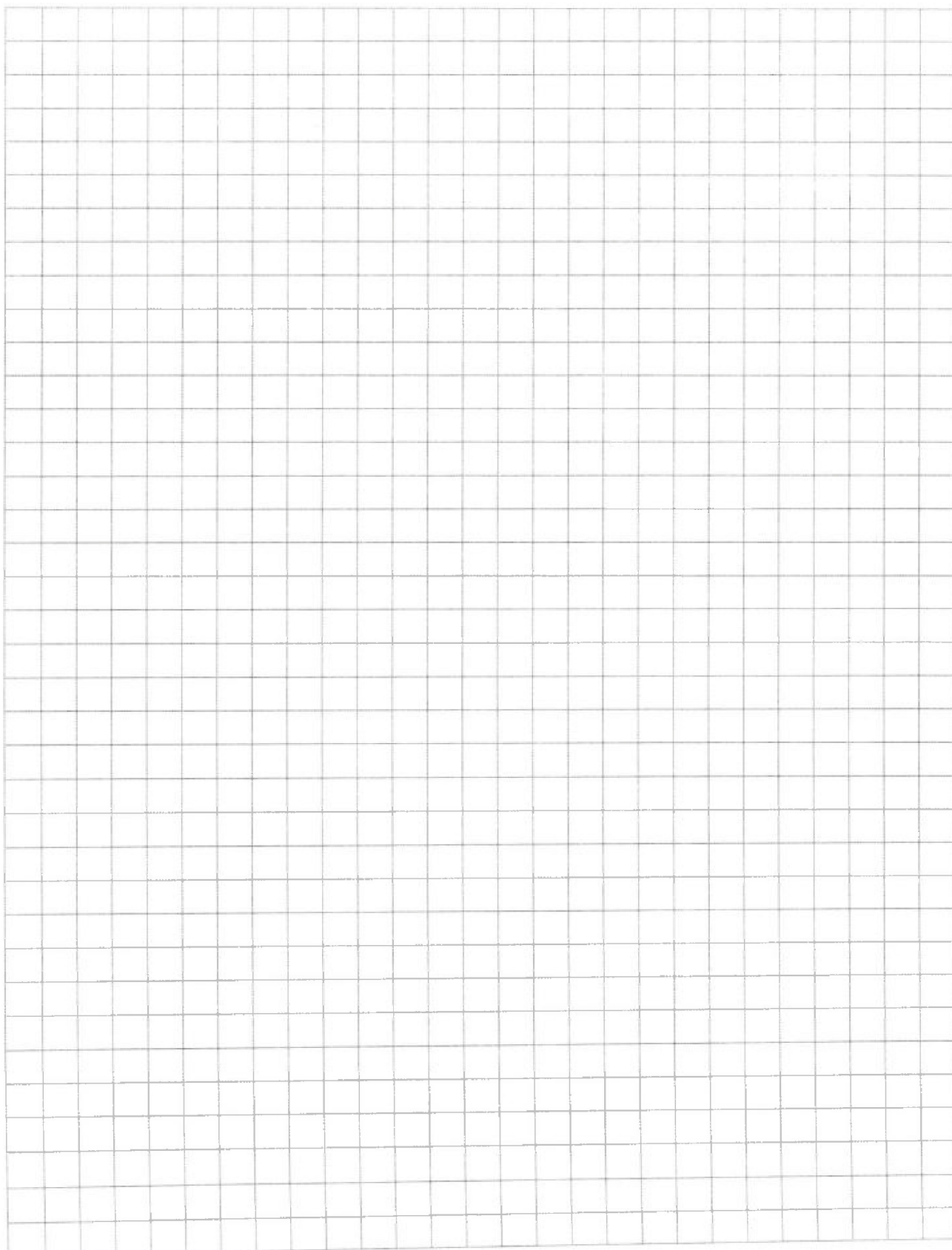
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_7 = a_5 + 2d \\ a_{11} = a_5 + 6d \end{cases} \cdot 3$$

$$\begin{cases} 3(x^2 - 4x)^2 = 3(6x + 18) + 6d \\ 3x^2 = 6x + 18 + 6d \end{cases}$$

$(m, n) \in \mathbb{N}$:

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn$$

$$A = (m - n)(m - n + 9)$$

$$B = mn(m - n + 3)$$

I. $m \div 2, n \div 2 \Rightarrow A \div 2$

$B \div 2$

II. $m \text{ или } n \div 2 \Rightarrow B \div 2$

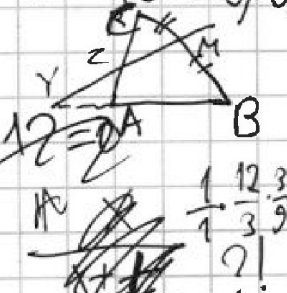
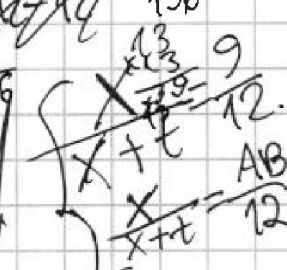
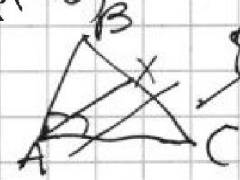
III. $m \not\div 2 \text{ и } n \not\div 2$

$$256 = 2256 + 256 + 16 - 16 - 12$$

$$16(16 + 1)$$

$$6^4 - 8 \cdot 6^3 + 17 \cdot 6^2 - 24 - 12 = 0$$

$$6^2(36 - 48 + 17) - 36$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 = 6x + 18$$

$$a_7 = (x^2 - 4x)^2 = x^2(x-4)^2$$

$$a_{11} = -3x^2$$

$$6x + 18 + 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$2 - 3x^0 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 + 4d$$

$$4d = 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$1 - 8 + 17 - 4 - 12$$

$$16 - 8 + 68 - 8 - 12 = 0$$

$$(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) = 0$$

$$x^4 + x^3(c+a) + x^2(b+d+ac) + x(bc+ad) + bd$$

$$a+c = -8$$

$$b+d+ac = 17$$

$$bc+ad = -4$$

$$bd = -12$$

$$b = -3$$

$$d = 4$$

$$ac = -16$$

$$d = -4$$

$$c = -4$$

$$12 - 16 = -4$$

$$7y = -6$$

$$y = -\frac{6}{7}$$

$$x = -10$$

$$y = -\frac{48}{7} \cdot \frac{2}{3} = -\frac{10}{3}$$

$$x = -5$$