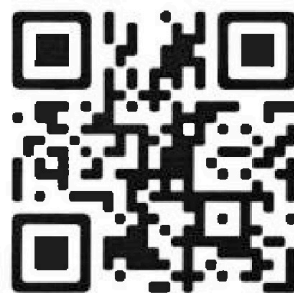




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a - b = 12$, а значение выражения $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 6$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{3}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + (9t^2 - 9) = 0$$

$$D = (4\sqrt{2}t)^2 - 4(9t^2 - 9) = 32t^2 - 36t^2 + 36 = -4t^2 + 36$$

т.к. ур-ние должно иметь 2 различных корня,
то $D > 0$, $-4t^2 + 36 > 0$; $36 > 4t^2$; $9 > t^2$; $t^2 - 9 < 0$;
 $(t-3)(t+3) < 0$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ -3 \quad 3 \end{array} \quad \text{или} \quad t \in (-3; 3) (*)$$

по теор. Виета

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$, где x_1 и x_2 - корни ^{квадратного} уравнения,
а a и c - коэф. в ур-нии
вуда $ax^2 + bx + c = 0$

тогда

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{9t^2 - 9}{1} = 9t^2 - 9 > 0$$

$$9t^2 > 9$$

$$t^2 > 1$$

$$(t-1)(t+1) > 0$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ -1 \quad 1 \end{array} \quad t \in (-\infty; -1) \cup$$

объединим условия на t (*) и (**): $\cup (1; +\infty) (**)$

$$t \in (-3; 3)$$

$$t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty), \text{ тогда } t \in (-3; -1) \cup (1; 3).$$

$$\text{Ответ: } t \in (-3; -1) \cup (1; 3).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
12 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)^2 + 3(a+b) = (a+b)(a+b+3)$$

т.к. по уаи. $a-b=12$, то $a=12+b$

$$(a+b)(a+b+3) = (b+12+b)(b+12+b+3) =$$

$$= (2b+12)(2b+15) = 19p^4$$

$$12b+12 = 4$$

$$u(u+3) = 19p^4$$

разберём случаи (когда 19 в 4 -
степ. p или в 1 -й степ. p)
и мин. 19 в 1 -й степ. p и 19 в 4 -й степ. p (т.к. 19 простое число):

1) $u = 19$

$$u+3 = p^4$$

$$19 = p^4 - 3$$

$$22 = p^4$$

$$p = \sqrt[4]{22} - \text{не простое число.}$$

2) $u = 19p$

$$u+3 = p^3$$

$$19p = p^3 - 3$$

$$2b+12 = 19p, \text{ тогда } p \geq 2,$$

$$\text{а значит } u \geq 19 \cdot 2 = 38$$

$$p=2$$

$$19p = 38 \neq p^3 - 3 = 5$$

$$p=3$$

$$19p = 57 \neq p^3 - 3 = 24$$

$$p=5$$

$$19p = 95 \neq p^3 - 3 = 122$$

$$19p+3 - \text{не делится на } 19$$

т.к. $p^3 - 3$ монотонно возрастает, и $19p$ тоже монотонно возрастает, то

уравнение $19p = p^3 - 3$ не имеет решений. Значит, не подходит.

3) $u = 19p^2$

$$u+3 = p^2$$

$$19p^2 = p^2 - 3$$

$$18p^2 = -3$$

$$p^2 = -\frac{1}{6} \text{ ?! не подходит.}$$

и $u = 19p^3$

$$u+3 = p^2$$

$$19p^3 = p^2 - 3$$

$$18p^3 = -3 \text{ ?! не подходит.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) $u = 19p^3$ $u+3 = p$

$$2b+12 = u = 19p^3 \Rightarrow p^3 : 8 \Rightarrow p : 2$$

$$\begin{array}{rcl} u+3 & = & p \\ \text{нёт} + \text{нёт} & & \text{нёт} \\ \parallel & & \\ \text{нёт} & & \\ ?! & & \end{array}$$

5) $u = 19p^4$

$$u+3 = 1$$

$$u = -2$$

?! $a, b \in \mathbb{N}$

6) $u = 1$

$$u+3 = 19p^4$$

$$1 = 19p^4 - 3$$

$$4 = 19p^4$$

$$p^4 = \frac{4}{19}$$

$$p = \sqrt[4]{\frac{4}{19}}$$

p не простое
?!

7) $u = p$

$$u+3 = 19p^3$$

"
 $2b+12$, тогда p - нёт $= u$ - нёт, а также $19p^3$ - нёт

$$\begin{array}{rcl} u+3 & = & 19p^3 \\ \text{нёт} + \text{нёт} & & \text{нёт} \\ \parallel & & \\ \text{нёт} & & \\ ?! & & \end{array}$$

8) $u = p^2$

$$u+3 = 19p^2$$

$$p^2 = 19p^2 - 3$$

$$p^2 + 3 = 19p^2$$

$$3 = 18p^2$$

$$p^2 = \frac{3}{18}$$

$$p = \sqrt{\frac{3}{18}}$$

p не простое
?!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

9) $u = p^3$ $u + 3 = 19p$
 $2b + 12, \text{ тогда } p^3: 8 \Rightarrow p: 2, u = 2^3 = 8.$

$u + 3 = 19p$
 $2^3 + 3 = 19 \cdot 2$
 $11 = 38$
 $?$

10) $u = p^4$ $u + 3 = 19$
 $p^4 = 19 - 3$
 $p^4 = 16$
 $p = 2$ или $p = -2$
 логично! $?$ не простое

$u = p^4 = 16 = 2b + 12$
 $2b = 4$
 $b = 2$
 $a = 12 + b = 12 + 2 = 14$

Ответ: $a = 14, b = 2.$

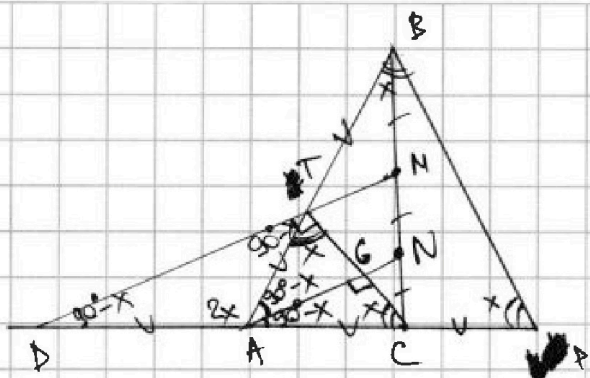


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) проведем DC за точку C на AD, т.е. $CP = AD$.

2) ~~т.к.~~ $\triangle ANC \sim \triangle DMC$ (т.к. $AN \parallel DM$) по 2 углам, тогда $\frac{AC}{CD} = \frac{CN}{CM} = \frac{1}{2} \Rightarrow AD = AC = CP$.

3) ~~т.к.~~ $\triangle TBM \sim \triangle ABN$ (т.к. $TM \parallel AN$) по 2 углам, то $\frac{BT}{BA} = \frac{BM}{BN} = \frac{1}{2} \Rightarrow BT = AT$.

4) по ука. $AB = CD$, тогда т.к. $AD = CP$, то $AB = AP$, а т.к. у н. 3 $AT = TB$, то $AT = TB = AC = CP$.

~~т.к. $\triangle ABC \sim \triangle BCP$~~
5) в $\triangle CPT$ медиана равна длине отрезков, на которые медиана разбивает сторону CP , то есть $AT = AT = AC \Rightarrow \triangle BTC$ — прямоугольный; $\angle BTC = 90^\circ$.

6) $\angle ABD = x = \angle APB$, тогда т.к. CT — ср. линия в $\triangle ABP$, то $\angle ATC = x = \angle ACT$, $\angle DTA = 90^\circ$, $\angle TDA = \angle ATD = 90^\circ - x$ (п. 1 $\triangle DMT$), $\angle DAT = 180^\circ - (180^\circ - 2x) = 2x$, $\angle CGA = \angle CTA = 90^\circ$ (т.к. $CG \parallel AT$), $\angle GAC = 180^\circ - 90^\circ - x = 90^\circ - x$.

используем то, что сумма смежных углов 180° и сумма углов в треугольнике 180°



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}\angle TAG &= 180^\circ - 2x - (90^\circ - x) = 180^\circ - 2x - 90^\circ + x \\ &= 90^\circ - x\end{aligned}$$

7) Заметим, что $\angle TAG = \angle GAC = \angle CAN$,
тогда по уа. $\cos(2\angle CAN) = -\frac{3}{4}$,
тогда $2\angle CAN = \angle BAC$, то
 $\cos \angle BAC = -\frac{3}{4}$

8) $\angle AC = y$, тогда $AB = 2y$
по теор. кос где $\triangle ABC$
 $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \angle BAC$
 $6^2 = y^2 + (2y)^2 - 2 \cdot y \cdot 2y \cdot (-\frac{3}{4})$
 $36 = 5y^2 + 4y^2 \cdot \frac{3}{4}$
 $36 = 8y^2$
 $y^2 = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$
 $y = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, тогда $AB = 2y = 2 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$.

~~Ответ: 3√2~~

Ответ: $AB = 3\sqrt{2}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего 12 мест для детей, а их 11,
тогда останется 1 пустое место.

Посмотрим, где оно может находиться.
для всех 4 вариантов, если на нем 2 чел.
а не 3, пустое место может быть.

1 ☐ 3

2 ☐ 3

3 ☐ 3

4 ☐ 3

1) тогда взяв 2 человек мы
единственным образом можем
их посадить на 2 и 3.

2) если ~~возьмем~~ тогда взяв 2 человек мы
можем посадить их в любом
порядке, т.е. на 1 месте всегда
хочим сидеть, а на 3 месте
никогда не сидим.

3) тогда взяв 2 человек мы
можем посадить их единств.
образом на 1 и 2,
тогда ~~останется~~ ^{останется} 1 место на 3.

тогда ~~останется~~ ^{останется} 1 место на 3.
для остальных 3 вариантов
мы можем для каждого варианта
выбирать 3 и считать единствен.
ным образом на эту колонку.

тогда если 1 свободно $C_4^1 (C_{11}^2 (C_3^1 C_9^3 + C_2^1 C_6^3 + C_1^1 C_3^3))$

если 2 свободно $C_4^1 (2 \cdot C_{11}^2 (C_3^1 C_9^3 + C_2^1 C_6^3 + C_1^1 C_3^3))$

если 3 свободно $C_4^1 (C_{11}^2 (C_3^1 C_9^3 + C_2^1 C_6^3 + C_1^1 C_3^3))$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

тогда в сумме

$$C_4^1 \left(4 \cdot C_{11}^2 (C_3^1 \cdot C_9^3 + C_2^1 \cdot C_6^3 + 1) \right) =$$
$$= 4 C_4^1 \cdot C_{11}^2 (C_3^1 \cdot C_9^3 + C_2^1 \cdot C_6^3 + 1)$$

Ответ: $4 C_4^1 \cdot C_{11}^2 (C_3^1 \cdot C_9^3 + C_2^1 \cdot C_6^3 + 1)$

$$= \angle AFE \cdot \sin \angle F$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что если от каждого деревца можно добраться до любого другого, то граф, который образуют деревца как вершины и дорос как рёбра, связный.

Т.к. ~~из~~ из любого деревца можно добраться в группу единственным способом, то, если в графе есть цикл, то от одной вершины можно добраться как минимум 2 способами.

Тогда ^{учитав} связный граф без циклов, т.е. дерево.

В дереве с n вершинами $n-1$ рёбро, тогда $\rightarrow$ всего x вершин.

$$\text{кол-во вершин} = \frac{\text{сумма ст. вершин}}{2} + 1$$

↑
кол-во рёбер

$$x = \frac{5+6+7+9+(x-4) \cdot 1}{2} + 1$$

$$x(x-1) = 27 + (x-4)$$

$$2x-2 = 27+x-4$$

$$2x-2 = 23+x$$

$$x = 25$$

Значит всего деревьев 25.

Ответ: 25.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

023?

Заметим, что $2x-2y-x^2-y^2 = -(x^2-2x) - (y^2+2y) =$

$$= -(x-1)^2 + 1 - (y+1)^2 + 1 =$$

$$= -(x-1)^2 - (y+1)^2 + 2$$

т.к. это выражение стоит под корнем, то

$$-(x-1)^2 - (y+1)^2 + 2 \geq 0$$

$$2 \geq (x-1)^2 + (y+1)^2 \quad (*)$$

также $1-|x-y-1| \geq 0$

$$1 \geq |x-y-1|$$

① $x-y-1 \geq 0$

$$\begin{aligned} x &\geq y+1 \\ x-1 &\geq y \\ 1 &\geq x-y-1 \\ 2 &\geq x-y \\ 2+y &\geq x \\ y &\geq x-2 \end{aligned}$$

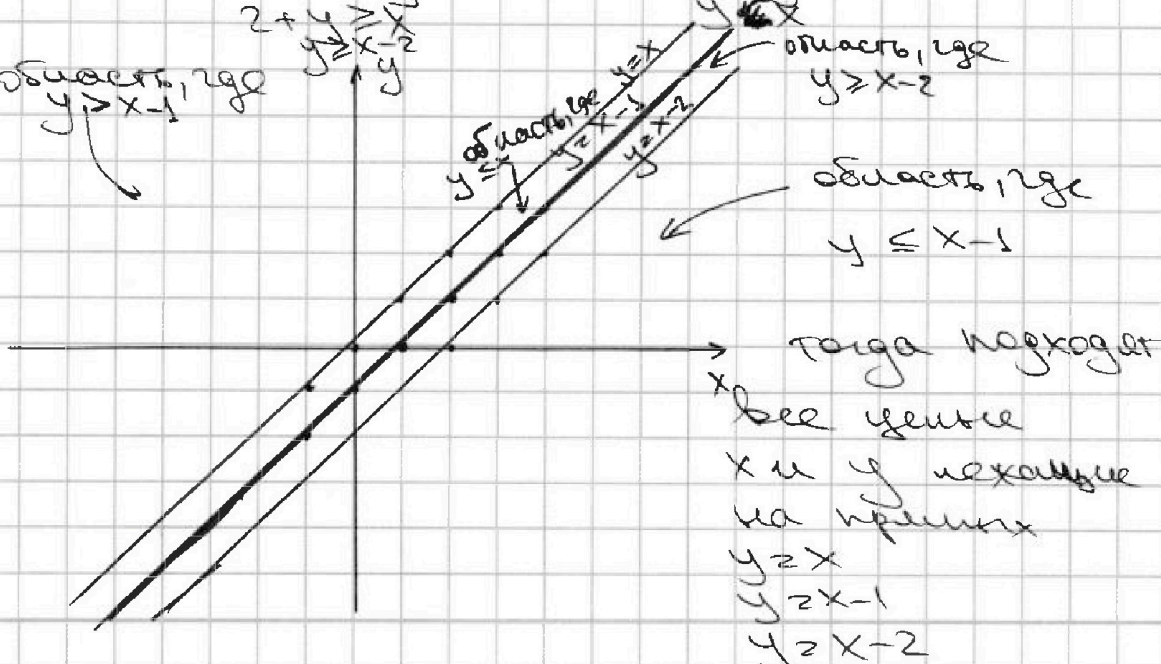
область, где
 $y \geq x-1$

② $x-y-1 < 0$

$$\begin{aligned} x &< y+1 \\ x-1 &< y \\ 1 &< x-y-1 \\ x &< y-1 \end{aligned}$$

область, где
 $y \geq x-2$

область, где
 $y \leq x-1$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

подставим все возможные варианты в (*)

① $y = x$

$$2 \geq (x-1)^2 + (x+1)^2$$

$$2 \geq x^2 - 2x + 1 + x^2 + 2x + 1$$

$$0 \geq 2x^2$$

$$0 \geq x^2$$

выполняется только при $x=0$, тогда $y=x=0$.

② $y = x-1$

$$2 \geq (x-1)^2 + (x-1+1)^2$$

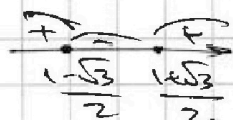
$$2 \geq x^2 - 2x + 1 + x^2$$

$$2 \geq 2x^2 - 2x + 1$$

$$2x^2 - 2x - 1 \leq 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 2 \cdot 1 = 12$$

$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$



$$x \in \left[\frac{1-\sqrt{3}}{2}; \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right]$$

+ и. $x \in \mathbb{Z}$ (целые числа), то

$x=0$, тогда $y=x-1=-1$

$x=1$, тогда $y=x-1=0$

③ $y = x-2$

$$2 \geq (x-1)^2 + (x-2+1)^2$$

$$2 \geq (x-1)^2 + (x-1)^2$$

$$2 \geq x^2 - 2x + 1 + x^2 - 2x + 1$$

$$x \geq 2x^2 - 4x + 2$$

$$x^2 - 2x \leq 0$$

$$x(x-2) \leq 0$$

$$x \in [0; 2]$$

$x \geq 0$, то $y = x-2 \geq -2$

$x \geq 1$, то $y = x-2 \geq -1$

$x \geq 2$, то $y = x-2 \geq 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

подставим все возможные пары.

1) $x=0; y=0$

$$\sqrt{2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 0^2 - 0^2} + \sqrt{1 - |0 - 0 - 1|} = 0 + 0 = 0 \neq 2$$

не подходит.

2) $x=0; y=-1$

$$\sqrt{2 \cdot 0 - 2 \cdot (-1) - 0^2 - (-1)^2} + \sqrt{1 - |0 - (-1) - 1|} = 1 + 1 = 2$$

подходит

3) $x=1; y=0$

$$\sqrt{2 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 1^2 - 0^2} + \sqrt{1 - |1 - 0 - 1|} = 1 + 1 = 2$$

подходит

4) $x=0; y=2$

$$\sqrt{2 \cdot 0 - 2 \cdot (2) - 0^2 - (2)^2} + \sqrt{1 - |0 - (2) - 1|} = 0 + 0 = 0 \neq 2$$

не подходит

5) $x=1; y=1$

$$\sqrt{2 \cdot 1 - 2 \cdot (1) - 1^2 - (1)^2} + \sqrt{1 - |1 - (1) - 1|} = \sqrt{2} + 0 = \sqrt{2} \neq 2$$

не подходит

6) $x=2; y=0$

$$\sqrt{2 \cdot 2 - 2 \cdot 0 - 2^2 - 0^2} + \sqrt{1 - |2 - 0 - 1|} = 0 + 0 = 0 \neq 2$$

не подходит

Ответ: $(0; -1); (1; 0)$.

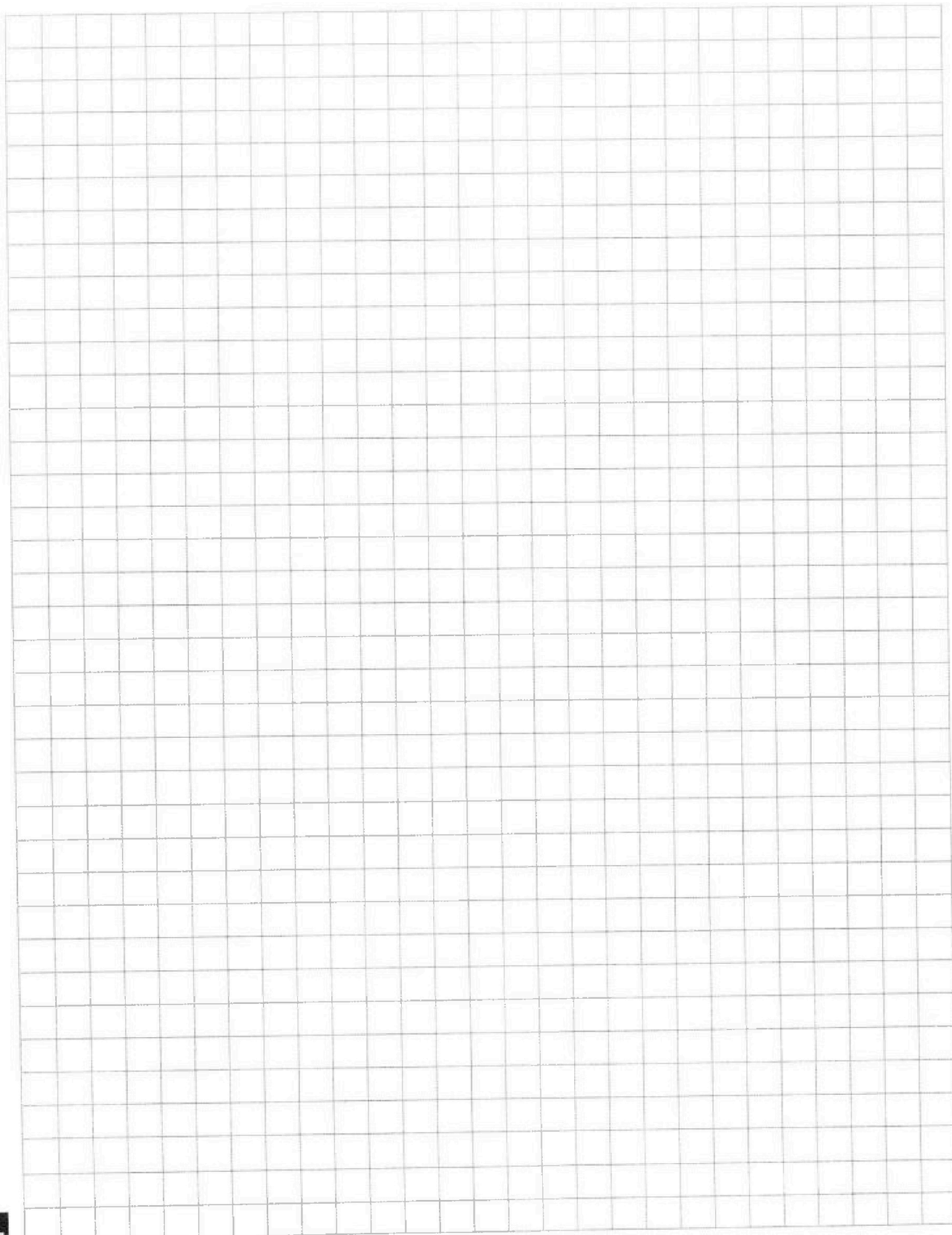


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

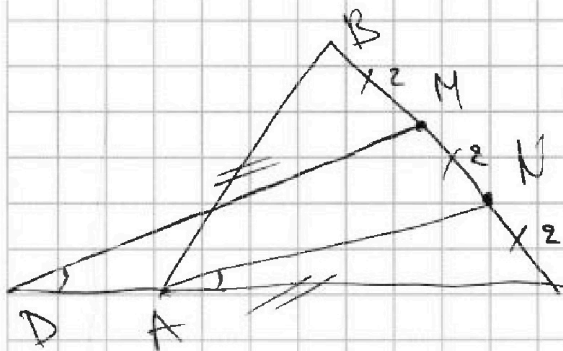


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



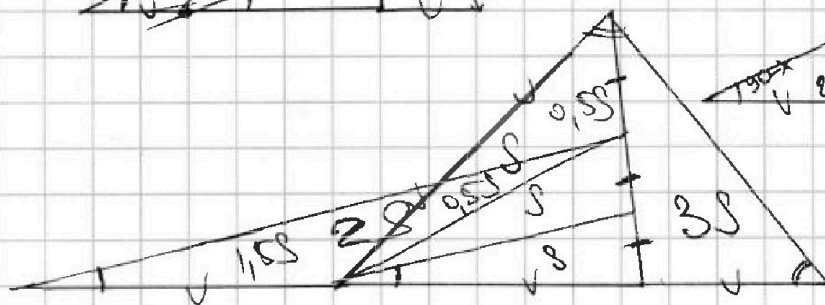
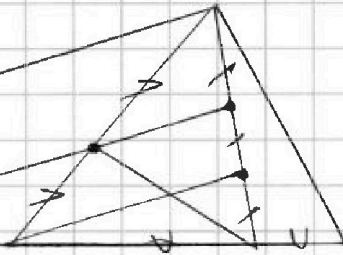
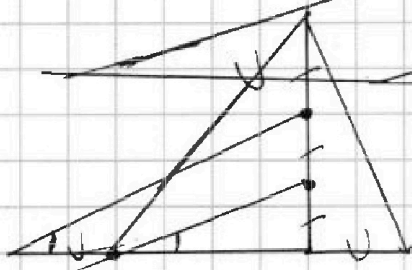
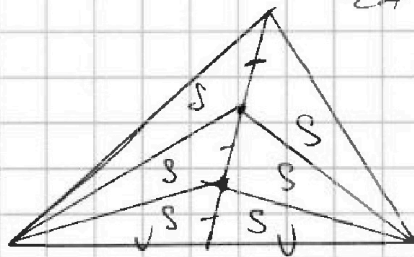
$$= (x^2 - 2x)$$

$$5 + 6 + 7 + 9 + 1 \cdot x =$$

$$= 27 + x$$

$$\frac{18}{+9} \quad \frac{28}{27} \quad \frac{28}{27} \quad \frac{28}{27}$$

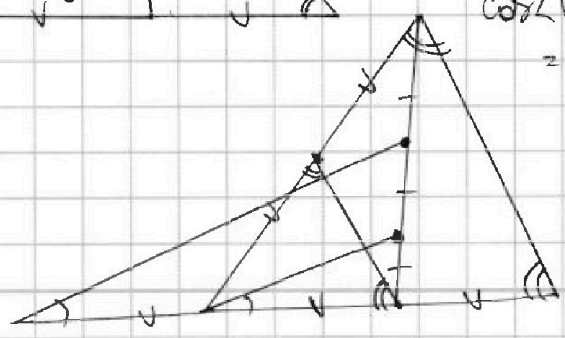
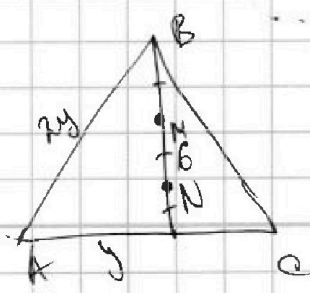
$$\frac{28}{27} \quad \frac{28}{27} \quad \frac{28}{27} \quad \frac{28}{27}$$



$$90 - x + 2x = 90 + x$$

$$180 - 90 - x$$

$$\cos \angle CAB = \frac{3}{4}$$



$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 193 \\ \hline 57 \\ 18 \\ \hline 386 \\ - 12 \\ \hline 642 \\ 30 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
5 из 4

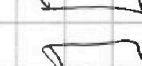
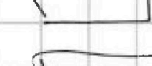
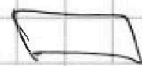
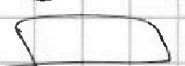
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-y-1)^2 + 1 - 2(x-y-1) =$$

$$= x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y + 1 - 2(x-y-1) =$$

$$= x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y + 1 + 2x - 2y - 2 =$$

$$x - y - 1 \leq 0$$



$$x - y - 1 \geq 0$$

$$x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y + 1 - 2x + 2y =$$

$$= x^2 + y^2 - 2xy - 4x + 4y + 2 =$$

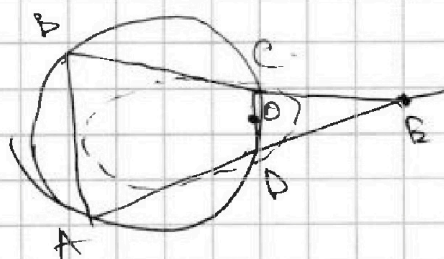
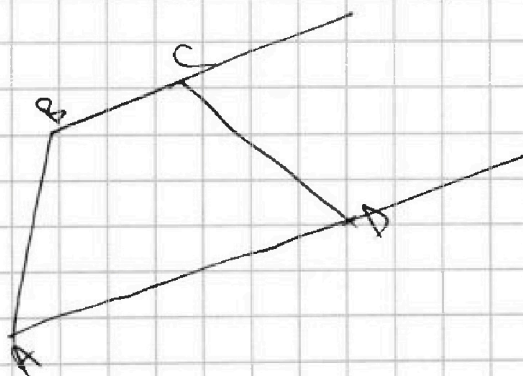
$$x^2 + 8\sqrt{2}x + 24$$

$$= 128 - 108 = 20$$

$$-8\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{11 \cdot 10}{2} : 2 =$$

$$x =$$

$$-(x-y-1)^2 + 1 - 2xy$$



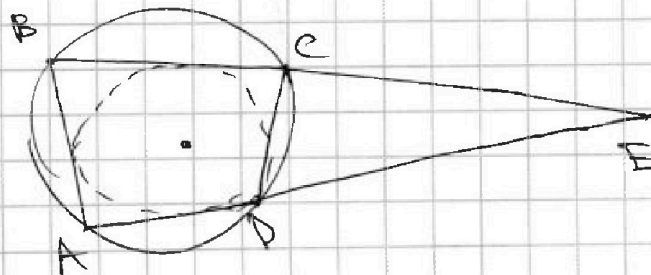
$$-(x-1)^2 + 1 - (y+1)^2 + 1 =$$

$$2 - (x-1)^2 - (y+1)^2 \geq 0$$

$$2 \geq (x-1)^2 + (y+1)^2$$

$$1 - |x-y-1| \geq 0$$

$$1 \geq |x-y-1|$$





1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
 4 из 4

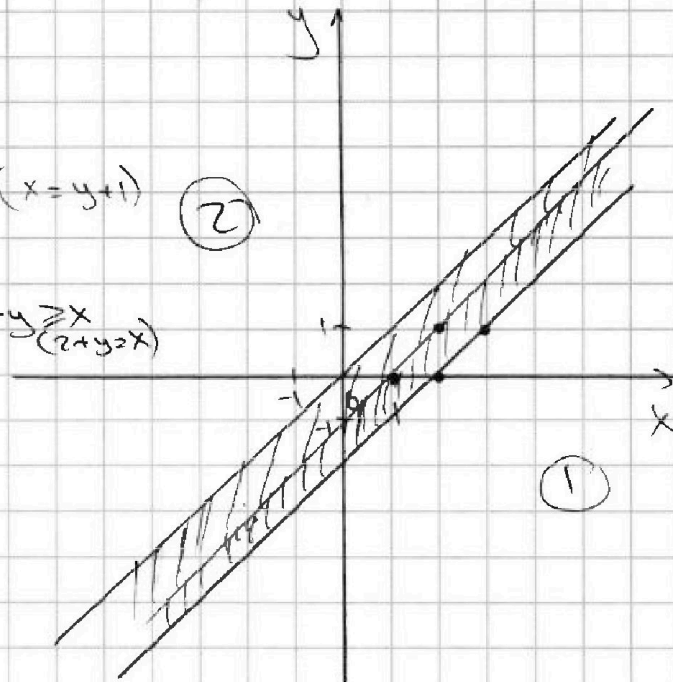
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} z \geq (x-1)^2 + (y+1)^2 \\ z \geq |x-y-1| \end{cases}$$

① $x \geq y+1$ ($x=y+1$) ②

$z \geq x-y-1$
 $z \geq x-y$ $z+y \geq x$ ($z+y=x$)

③ $x < y+1$
 $z \geq -x+y+1$
 $x \geq y$



11 800

$5+6+7+8=$

$=27$

$10+6+4+5=$

$=25$

$z \geq (y-x-1)^2 + (y+1)^2$

$z \geq y^2 + (y+1)^2$

$z \geq y^2 + y^2 + 2y + 1$

$z \geq 2y^2 + 2y + 1$

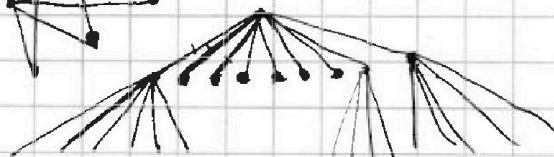
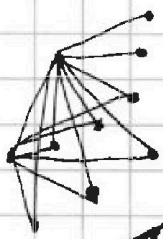
$2y^2 + 2y - 1 \leq 0$

$D = 4 + 4 \cdot 2 = 12$

$y = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$

$\left[\frac{-1-\sqrt{3}}{2}, \frac{-1+\sqrt{3}}{2} \right]$

$y \in \{-1, 0\}$
 $x \in \{0, 1\}$



$4+x = \frac{27+(x-1)}{2} + 1$

$6+2x = 27+(x-1)$

$x = 22 + 4 = 26$

$\sqrt{2 \cdot 0 - 2 \cdot (-1) - 0^2 - (-1)^2} = 1$

$\sqrt{1 - |0+1-1|} = 1$

$\sqrt{2 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 1^2 - 0^2} = 1$

$\sqrt{1 - |1-0-1|} = 1$