



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 12



1. [4 балла] Решите неравенство

$$|x^3 - 9| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 - 8|.$$

2. [4 балла] Сколько существует троек натуральных чисел $(a; b; c)$ таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение abc равно $5^{360} \cdot 7^{90}$?

3. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$x^2(y - 3) - x(11y - 34) + 32y - 101 = 0.$$

4. [5 баллов] Вокруг треугольника ABC описана окружность Ω . Точки D и E – середины сторон AB и AC соответственно, CF – биссектриса угла C треугольника ABC . Прямые ED и CF пересекаются в точке G , принадлежащей Ω . Найдите углы треугольника ABC , если известно, что площадь треугольника BCF в 25 раз больше площади треугольника DGF .

5. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции $y = -x^5 + ax$. Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой $y = 2x$, а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра a и сторону квадрата.

6. [5 баллов] Числа a , b и c не все равны между собой, и при этом

$$a + \frac{7}{b} = b + \frac{7}{c} = c + \frac{7}{a}.$$

Найдите максимально возможное значение произведения abc .

7. [6 баллов] Равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$) вписан в окружность ω , а на дуге AC , не содержащей точку B , взяты точки E и D так, что отрезки AD и CE пересекаются в точке F . На лучах EA и DC отметили точки X и Y соответственно таким образом, что $AX = CF$ и $CY = AF$. Найдите площадь четырёхугольника $BXFY$, если $BF = 19$, $XY = 36$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1.

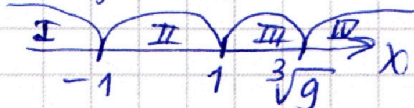
$$|x^3-9| + |x^2-1| \leq |x^3-x^2-8|$$

$$\begin{cases} |x^3-9| + |x^2-1| \leq x^3-x^2-8 & (1) \\ x^3-x^2-8 \geq 0 \\ |x^3-9| + |x^2-1| \leq -(x^3-x^2-8) & (2) \\ x^3-x^2-8 < 0 \end{cases}$$

$$(1) \quad |x^3-9| + |x^2-1| \leq x^3-x^2-8$$

$$x^3-x^2-8 \geq 0 \quad \text{ОДЗ:}$$

Найдем корни $x^3=9 \Rightarrow x=\sqrt[3]{9}$ $x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$



I обл-ть $x \in (-\infty; -1]$

$$-x^3+9 + x^2-1 \leq x^3-x^2-8$$

$$2x^3-2x^2-16 \geq 0$$

$$x^3-x^2-8 \geq 0$$

ОДЗ упр. $\Rightarrow$ решим

евр. все область $x \in (-\infty; -1]$

II обл-ть $x \in (-1; 1)$

$$-x^3+9 = x^2+1 \leq x^3-x^2-8$$

$$2x^3-18 \geq 0$$

$$x^3 \geq 9 \Rightarrow x \geq \sqrt[3]{9}$$

- не удовл. промежутку $\Rightarrow \emptyset$

III обл-ть: $x \in [1; \sqrt[3]{9}]$

$$-x^3+9 + x^2-1 \leq x^3-x^2-8$$

$$2x^3-2x^2-16 \geq 0$$

$$x^3-x^2-8 \geq 0$$

удовл. ОДЗ $\Rightarrow$ решим

евр. все область $x \in [1; \sqrt[3]{9}]$

IV обл-ть: $x \in (\sqrt[3]{9}; +\infty)$

$$x^3-9 + x^2-1 \leq x^3-x^2-8$$

$$2x^2-2 \leq 0$$

$$x^2-1 \leq 0$$

$$x^2 \leq 1 \Rightarrow x \in [-1; 1]$$

это не упр. промежутку $\Rightarrow \emptyset$

Т.е. в (1) случае $x \in (-\infty; -1] \cup [1; \sqrt[3]{9}]$

продолжение задачи на
след. странице $\rightarrow$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

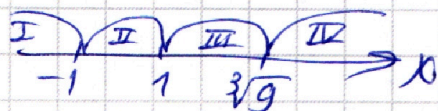
1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

② $|x^3-9|+|x^2-1| \leq -(x^3-x^2-8)$
 $x^3-x^2-8 < 0$ (вз)

Найдем корни: $x^3=9 \Rightarrow x=\sqrt[3]{9}$, $x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$



I обл-ть: $x \in (-\infty; -1]$

$$-x^3+9+x^2-1 \leq -x^3+x^2+8$$

$$8 \leq 8$$

x -любое (вз) (вз) (вз)

$\Rightarrow x \in (-\infty; -1]$

II обл-ть: $x \in (-1; 1)$

$$-x^3+9-x^2+1 \leq -x^3+x^2+8$$

$$2x^2-2 \geq 0$$

$$x^2 \geq 1$$

$\Rightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

не удовл. рассматриваемой промежутку $\Rightarrow \emptyset$

III обл-ть: $x \in [1; \sqrt[3]{9}]$

$$-x^3+9+x^2-1 \leq -x^3+x^2+8$$

$$8 \leq 8$$

x -любое (вз) (вз) (вз) $\Rightarrow$

$x \in [1; \sqrt[3]{9}]$

IV обл-ть: $x \in (\sqrt[3]{9}; +\infty)$

$$x^3+9+x^2-1 \leq -x^3+x^2+8$$

$$2x^3-18 \leq 0$$

$x^3 \leq 9$ $x \leq \sqrt[3]{9}$

не удовл. промежутку $\Rightarrow \emptyset$

Итого в ② случае $x \in (-\infty; -1] \cup [1; \sqrt[3]{9}]$

Тогда решим ~~вторую~~ пер-ву:

$$|x^3-9|+|x^2-1| \leq |x^3-x^2-8|$$

$x \in (-\infty; -1] \cup [1; \sqrt[3]{9}]$

Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup [1; \sqrt[3]{9}]$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

$a, b, c \in \mathbb{N}$ т.к. a, b, c образуют последовательность, то

$$a, b = a \cdot q, c = a \cdot q^2 \Rightarrow a \cdot b \cdot c = a^3 \cdot q^3 = 5^{360} \cdot 7^{90}$$

$$(a \cdot q)^3 = (5^{120} \cdot 7^{30})^3 \rightarrow a \cdot q = 5^{120} \cdot 7^{30}$$

Если a состоит только из "5", то a может быть равно:

$$5 \cdot 1, 5 \cdot 2, 5 \cdot 3, \dots, 5 \cdot 120 \rightarrow 120 \text{ вариантов}$$

только из "7":

$$7 \cdot 1, 7 \cdot 2, \dots, 7 \cdot 30 \rightarrow 30 \text{ вариантов}$$

из 7 и 5: это варианты выбрать один из 120 вар-ов и из 30 в-ов, т.е. $120 \cdot 30$ вар-ов

и еще остался случай, когда $a = 1$

$$\Rightarrow \text{всего вар-ов: } 120 + 30 + 120 \cdot 30 + 1 = 3751$$

Ответ: 3751

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3.

$$(x; y) \in \mathbb{Z}$$

$$x^2(y-3) - x(11y-34) + 32y - 101 = 0$$

$$D = (11y-34)^2 - 4(y-3)(32y-101) = 121y^2 - 22 \cdot 34y + 34^2 -$$

$$- (4y-12)(32y-101) = 121y^2 - 748y + 1156 - (128y^2 - 404y - 384y + 1212) = -7y^2 - 748y + 788y + 1156 - 1212 =$$
$$= -7y^2 + 40y - 56$$

$$x_1 = \frac{11y-34 + \sqrt{-7y^2+40y-56}}{2(y-3)}$$

$$x_2 = \frac{11y-34 - \sqrt{-7y^2+40y-56}}{2(y-3)}$$

$$x^2y - 3x^2 - 11xy + 34x + 32y - 101 = 0$$

$$x^2(y-3) - x(11y-34) + 32y - 101 + xy - 2x = 0$$

$$x^2(y-3) - 12x(y-3) + 32y - 3x + xy - 101 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

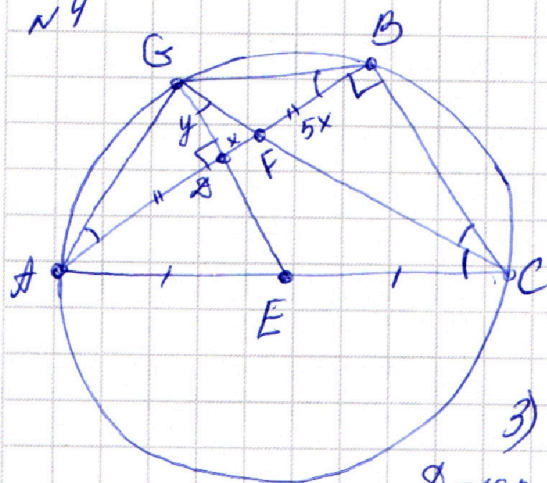
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4



1) Соединим AG - отрезок и GB

2) Заметим, что $\angle BFA = \angle GFA$,
т.к. опир. на одну дугу AB ,
аналогично $\angle GAB = \angle GCB$ -
опир. на GB

т.к. $\angle GFA = \angle GCB \Rightarrow \angle GCB = \angle GFA \Rightarrow \angle GAB = \angle GBA$

3) $\triangle GAB$ - рб, т.к. $\angle GAB = \angle GBA$

D - сер $AB \Rightarrow GD$ - шер и высота

(по св-ву р/б триг.)

4) $DE \parallel AC$, т.к. D - сер AB и E - сер AC DE - ср. лин

$\Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$, т.к. $\angle ADE = \angle ABC$, как НЛУ

т.е. $\triangle ABC$ - прямоугол.

5) Рассмотрим $\triangle GFD$ и $\triangle CFB$; $\angle GFD = \angle CFB$ - вертик.

$\angle GDF = \angle CBF = 90^\circ$ (по к-рае) $\Rightarrow \triangle GFD \sim \triangle CFB$ по
двум ост. равным углам

$\Rightarrow$ верно $\frac{BF}{DF} = k$, где $k = \sqrt{25}$, т.к. $\frac{S_{CBF}}{S_{GDF}} = 25 = k^2$

$\Rightarrow BF = 5DF$, пусть $DF = x$, тогда $BF = 5x$

$\Rightarrow DB = AD = x + 5x = 6x$

6) $ED \parallel BC \Rightarrow$ при секущей GC $\angle EGC = \angle GCB$, как НЛУ

7) Рассмотрим $\triangle AGF$: $\angle GFA = 90^\circ - \angle DGF$ (в $\triangle GDF$), а

$\angle GAF + \angle GFA = 90^\circ$, т.к. $\angle GAF = \angle DGF$

$\Rightarrow \angle AGF = 90^\circ$ - прямоугол. $\triangle AGF$

Тогда по св-ву высоты в пр. триг. $GD^2 = AD \cdot DF$

$GD^2 = x \cdot 6x = 6x^2$, пусть $GD = y \Rightarrow y = \sqrt{6}x$

8) $\frac{DG}{BC} = \frac{1}{5}$ (из подобия) $\Rightarrow BC = 5y$

9) Рассмотрим $\triangle ABC$:

$\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{5y}{12x} = \frac{5 \cdot \sqrt{6}x}{12x} = \frac{5\sqrt{6}}{12} \Rightarrow A = \arctg \frac{5\sqrt{6}}{12}$

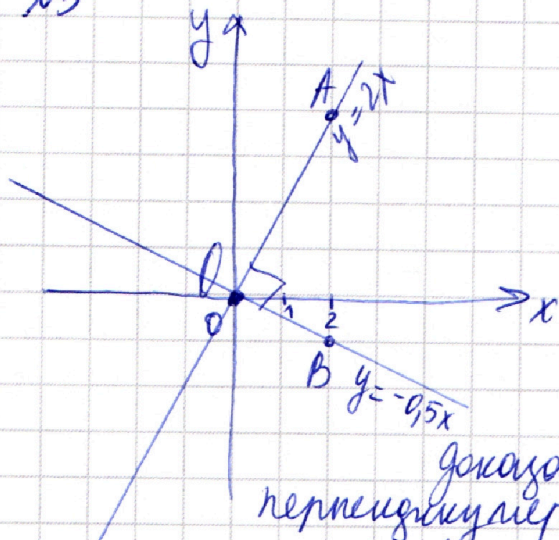
$\tan C = \frac{AB}{BC} = \frac{12}{5\sqrt{6}} \Rightarrow C = \arctg \frac{12}{5\sqrt{6}}$

Ответ: $\angle B = 90^\circ$
 $A = \arctg \frac{5\sqrt{6}}{12}$, $C = \arctg \frac{12}{5\sqrt{6}}$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N5



Одна из диаг. квадрата
по условию лежит на прямой
 $y=2x$, причем центр в
нач. координат

Тогда по св-ву квадрата
вторая диаг. перпендикулярна
первой и лежит на
прямой $y=-0,5x$, нетрудно
доказать, что прямые $y=2x$ и $y=-0,5x$
перпендикулярны.

$y=2x$ проходит ч/з точки $O(0;0)$ и $A(2;4)$

$$OA = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$y=-0,5x$ проходит ч/з $O(0;0)$ и $B(2;-1)$

$$OB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \quad AB = 5$$

$$OA^2 + OB^2 = 4 \cdot 5 + 5 = 25, \quad AB^2 = 25 \Rightarrow \text{по теор. Пиф.}$$

$OA \perp OB \Rightarrow y=-0,5x \perp y=2x$, т.е. вторые диаг.
лежит на прямой $y=-0,5x$

1) Рас-м точки пер-ия с $y=-x^5+ax$ и $y=2x$

$$2x = -x^5 + ax \quad x^5 + (2-a)x = 0 \quad x(x^4 + (2-a)) = 0$$

$$x=0 \quad \text{и} \quad x = \pm \sqrt[4]{-(2-a)} = \pm \sqrt[4]{a-2}, \quad \text{где координаты двух}$$

противоположных вершин

$x=0$ — координаты центра.

$$x_1 = \sqrt[4]{a-2}$$

$$x_2 = -\sqrt[4]{a-2}$$

$y=-x^5+ax$ имеет вид нечет. функции, т.к. $f(-x) = -f(x)$

$$f(-x) = x^5 - ax, \quad -f(x) = x^5 - ax$$

2) Аналогично предположим для

$$-x^5 + ax = -0,5x$$

$$x^5 - (a+0,5)x = 0 \Rightarrow x=0$$

$$x(x^4 - (a+0,5)) = 0$$

$$x = \pm \sqrt[4]{a+0,5}, \quad \text{где } x=0 \text{ — координаты центра}$$

$$\Rightarrow x_3 = \sqrt[4]{a+0,5}, \quad x_4 = -\sqrt[4]{a+0,5}$$

3) Диагонали квадрата точки пересечения делят

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

попытаем $\Rightarrow$ нужно доказать, что средние диаг.
равны (м.т. на разных углах)

$$x_1 = \sqrt[4]{a-2} \quad x_2 = -\sqrt[4]{a-2}$$

$$x_3 = \sqrt[4]{a+0,5} \quad x_4 = -\sqrt[4]{a+0,5}$$

$$y_1 = 2 \cdot \sqrt[4]{a-2} \quad (\text{прямая } y=2x)$$

$$y_3 = -0,5 \sqrt[4]{a+0,5} \quad (\text{прямая } y=-0,5x)$$

$$y_2 = -2 \sqrt[4]{a-2}$$

$$y_4 = 0,5 \sqrt[4]{a+0,5}$$

$$(x_0; y_0) = (0; 0)$$

Найдем длины отрезков: $\sqrt{(x_1-x_0)^2 + (y_1-y_0)^2} = \sqrt{a-2 + 4\sqrt{a-2}} = \sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{a-2}$, где T_1 - точка $(x_1; y_1)$

$$\textcircled{1} \sqrt{(x_1-x_0)^2 + (y_1-y_0)^2} = \sqrt{a-2 + 4\sqrt{a-2}} = \sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{a-2}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{0,25 \cdot \sqrt{a+0,5} + \sqrt{a+0,5}} = \sqrt{1,25} \cdot \sqrt[4]{a+0,5}$$

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{a-2} = \sqrt{1,25} \cdot \sqrt[4]{a+0,5} \quad \text{возведем обе части в квадрат}$$

$$4 \cdot \sqrt{a-2} = 1,25 \cdot \sqrt{a+0,5} \quad \text{возв. обе части в квадрат:}$$

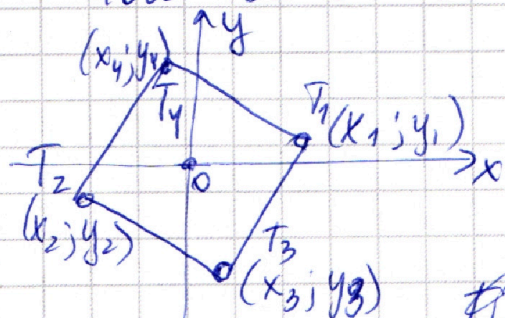
$$16(a-2) = (a+0,5)$$

$$16a - 32 = a + 0,5$$

$$\Rightarrow 15a = 32,5$$

$$a = \frac{32,5}{15} = \frac{65}{30} = \frac{13}{6}$$

$$\textcircled{\text{OZ3: } a \geq 2}$$



Найдем длину стороны;

это длина стороны T_1T_3 (т.к. это соседние верш.)

$$T_1T_3 = \sqrt{(x_3-x_1)^2 + (y_3-y_1)^2} =$$

$$= \sqrt{4\sqrt{16} + 1}$$

Найдем длину стороны по г. Пифагора

это сумма квадратов половин диаг. и взесть из этой суммы

корень $\Rightarrow$ длина стороны: $\sqrt{2(\sqrt[4]{a-2} \cdot \sqrt{5})^2} =$

$$= \sqrt{2 \cdot \sqrt{a-2} \cdot 5} = \sqrt{10 \cdot \sqrt{\frac{1}{6} - 2}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt[4]{6}}$$

$$\text{Ответ: } a = \frac{13}{6}$$

$$\text{сторона } \frac{\sqrt{10}}{\sqrt[4]{6}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

нб. a, b, c

$$a + \frac{7}{b} = b + \frac{7}{c} = c + \frac{7}{a}$$

$$a + \frac{7}{b} = b + \frac{7}{c} \quad | \cdot bc \Rightarrow abc + 7c = b^2c + 7b \quad (1)$$

$$a + \frac{7}{b} = c + \frac{7}{a} \quad | \cdot ab \Rightarrow a^2b + 7a = abc + 7b \quad (2)$$

$$b + \frac{7}{c} = c + \frac{7}{a} \quad | \cdot ac \Rightarrow abc + 7a = ac^2 + 7c \quad (3)$$

$$\begin{cases} abc = b^2c + 7b - 7c \\ abc = a^2b + 7a - 7b \\ abc = ac^2 + 7c - 7a \end{cases} \quad 3abc = b^2c + a^2b + ac^2$$

$$abc = \frac{b^2c + a^2b + ac^2}{3} \Rightarrow \max(abc) = \max\left(\frac{b^2c + a^2b + ac^2}{3}\right)$$

~~Докажем, что (a, b, c) либо все положительные, либо все отрицательные. Предположим
БОО, пусть $a < 0, b < 0, c > 0$, тогда $a + \frac{7}{b} < 0$
 $b + \frac{7}{c} > 0$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

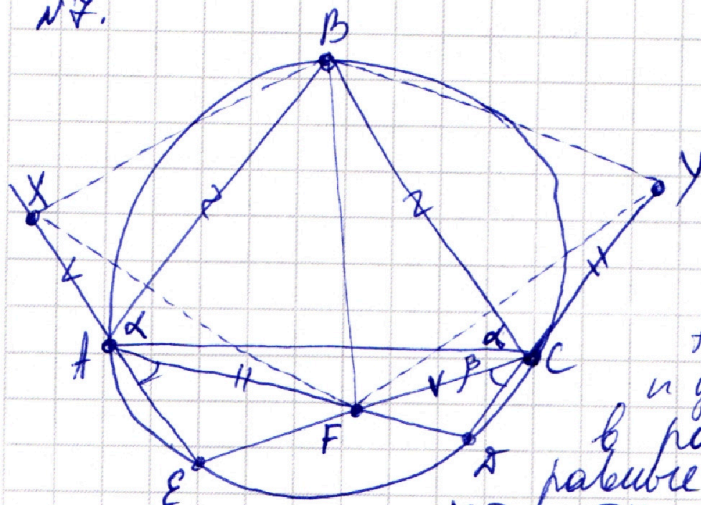
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№7.



1) Рассмотрим $\triangle AXF$ и $\triangle CYF$:
 $AX = CY$ по усл.; $AF = CY$,
 $\angle XAF = \angle YCF$, т.к. опир.
 на одну дугу $\widehat{EF}$
 $\Rightarrow$ соответствующие стороны равны,
 т.е. $\angle XAF = \angle YCF$
 т.е. $\triangle AXF = \triangle CYF$ по двум сторонам
 и углу между ними.
 в равных треугольниках
 равные элементы равны $\Rightarrow$
 $XF = FY$

2) Пусть $\angle BAC = \angle BCA = \alpha$, $\angle ACE = \beta$
 Тогда соотв. дуги: $\widehat{AB} = 2\alpha$, $\widehat{BC} = 2\alpha$, $\widehat{AE} = 2\beta$
 $\Rightarrow \widehat{EC} = 360^\circ - \widehat{AB} - \widehat{BC} - \widehat{AE} = 360^\circ - 4\alpha - 2\beta \Rightarrow$
 $\angle EAC = 180^\circ - 2\alpha - \beta$ т.к. впис. угол равен половине
 дуги, на которую опирается

Тогда $\angle XAB = 180^\circ - \angle BAC - \angle CAE = 180^\circ - \alpha - (180^\circ - 2\alpha - \beta) =$
 $= 180^\circ - \alpha - 180^\circ + 2\alpha + \beta = \alpha + \beta$

3) Рассмотрим $\triangle XBA$ и $\triangle FBC$: $XA = FC$ по усл., $AB = BC$, т.к.
 по усл. $\triangle ABC$ - р/б
 $\angle XAB = \alpha + \beta = \angle BCF$ (доказано ранее)

$\Rightarrow \triangle XBA = \triangle FBC$ по двум соответствующим сторонам и углу
 между ними. $\Rightarrow \underline{XB = BF}$ т.к. в равн. треугол. соотв. равн.
 элем. равны.

4) аналогичными симметричными рассуждениями
 можно доказать, что $\triangle BAF = \triangle BCY$ откуда следует,
 что $BF = BY$

Из (3) и (4) пунктов следует, что $XB = BF = BY$

$XB = BY$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5) $XB=BY$ и $XF=FY \Rightarrow BXYF$ - ромб
диаг. ромба перпендикулярны

6) $S_{BXYF} = \frac{BF \cdot XY \cdot \sin(\widehat{BFXY})}{2}$, где $\sin(\widehat{BFXY}) = 1$
т.к. угол между диаг. 90°

$$\Rightarrow S_{BXYF} = \frac{19,36}{2} = 19,18 = 342$$

Ответ: $S_{BXYF} = 342$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 & x^2(y-3) - x(11y-34) + 32y - 101 = 0 \\
 & x^2y - 3x^2 - 11xy + 34x + 32y - 101 = 0 \\
 & x^2y - 11xy + 32y - 3x^2 + 34x - 101 = 0 \\
 & y(x^2 - 11x + 32) - 3x^2 + 34x - 101 = 0 \\
 & (x-6)^2 \cdot y + y(x-4) \\
 & (11y-34)^2 - 4(y-3)(32y-101) = 121y^2 - 22 \cdot 34y + 34^2 - \\
 & - (4y-12)(32y-101) = 121y^2 - 748y + 34^2 + 788y - \\
 & - 128y^2 + 12 \cdot 101 = \\
 & = -7y^2 + 40y + 1156 - 22 \cdot 12 - 56 = -7y^2 + 40y - 56 = \frac{1600}{32} \\
 & = -7y^2 + 5 \cdot 8y - 7 \cdot 8 = \\
 & 7y^2 - 40y + 56 = 0 \quad D = 1600 - 28 \cdot 56 = 32
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x^2y - 3x^2 - 11xy + 34x + 32y - 101 = 0 \\
 & a + \frac{x}{b} = b + \frac{x}{c} = c + \frac{x}{a} \\
 & a + \frac{x}{b} = c + \frac{x}{a} \quad | \cdot ab \\
 & (a^2b + xa = abc + xb) \\
 & b + \frac{x}{c} = c + \frac{x}{a} \quad | \cdot ac \quad (abc + xa = ac^2 + xc) \\
 & \begin{cases} abc = a^2b + xa - xb \\ abc = b^2c + xc - xc \\ abc = ac^2 + xc - xa \end{cases} \quad \begin{cases} 3abc = a^2b + b^2c + c^2a \\ 3abc = a \cdot a \cdot b + b \cdot b \cdot c + c \cdot c \cdot a \end{cases} \\
 & 3abc = a^2 \cdot b + b^2 \cdot c + c^2 \cdot a \\
 & a > b > c \quad (a^2, b^2, c^2) \quad (a, b, c) \\
 & 3abc = a^2b + b^2c + c^2a \leq a^2 \cdot a + b^2 \cdot b + c^2 \cdot c
 \end{aligned}$$

$$\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} \geq \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

$$a + \frac{x}{b} = b + \frac{x}{c} = c + \frac{x}{a} = x$$

Пусть эти равные суммы равны некоторому x

$$c + \frac{x}{a} = x \Rightarrow c = x - \frac{x}{a}$$

$$b + \frac{x}{c} = x \quad b = x - \frac{x}{c} = x - \frac{x}{x - \frac{x}{a}} = x - \frac{x}{\frac{xa - x}{a}} =$$

$$= x - \frac{xa}{xa - x}$$

$$a + \frac{x}{b} = x \Rightarrow a = x - \frac{x}{b} = x - \frac{x}{x - \frac{xa}{xa - x}} =$$

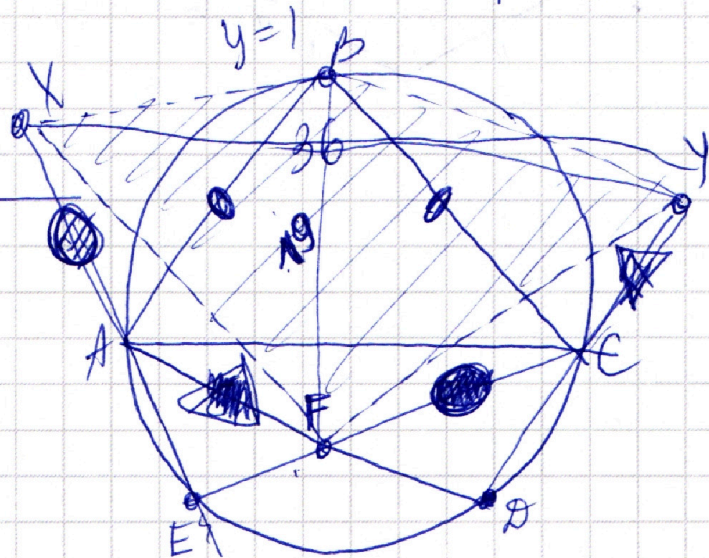
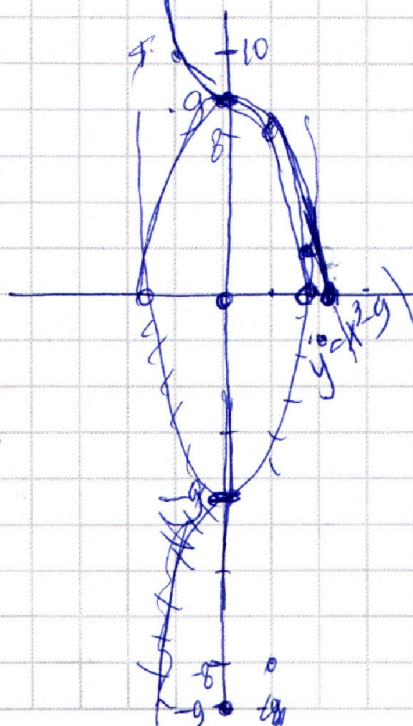
$$= x - \frac{x}{\frac{x^2a - x^2 - xa}{xa - x}} = x - \frac{7xa - 7 \cdot 7}{x^2a - 7x - 7a}$$

$$a = \frac{x^3a - 7x^2 - 7ax - 7ax + 7^2}{x^2a - 7x - 7a}$$

$$x^2a^2 - 7ax - 7a^2 = x^3a - 7x^2 - 14ax + 49$$

$$x^2a^2 - 7a^2 = x^3a - 7x^2 - 7ax + 49$$

$$y = (x^3g) \quad \begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & 0 & -8 & -1 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

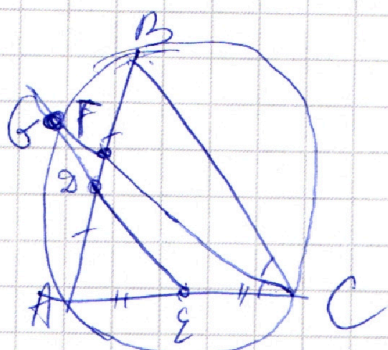
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

[illegible]

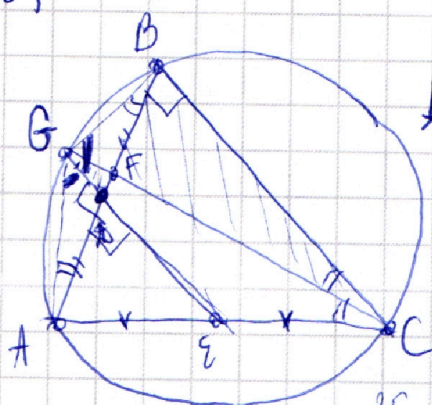
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$|x^3-9| + |x^2-1| \leq |x^3-x^2-8|$$

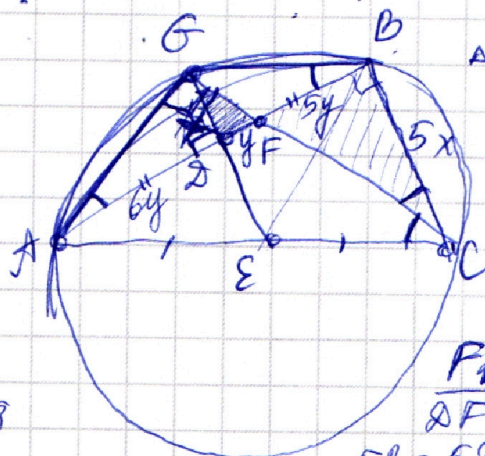
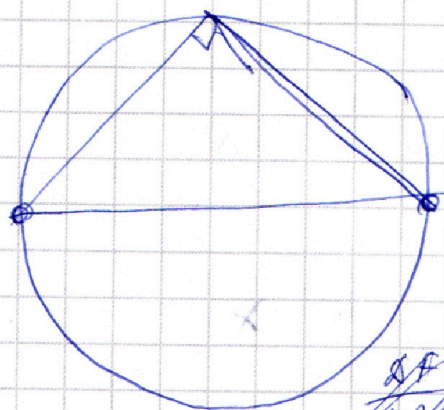


$$S_{EGC} = \frac{1}{2} S_{AGC}$$



$$\frac{a \cdot b}{2} \cdot 4 = 2ab$$
$$\frac{2a \cdot 2b}{2} = \frac{4ab}{2}$$

$$26. S_{AGF} = S_{BCF}$$



$$\frac{F_B}{QF} = 5$$

$$F_B = 52F$$

$$\Rightarrow \Delta B = \Delta D = F_D + F_B = 62F$$

$$X^2 = 6y^2$$

$$\frac{y}{x} = \frac{x}{6y}$$

$$x^2 = 6y^2$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \tan \alpha = \frac{y}{x} \Rightarrow x = \sqrt{6 \cdot y}$$

$$\frac{5x}{12y} = \frac{5 \cdot \sqrt{6} \cdot y}{12y} = \frac{294}{147} = \frac{49}{7} = 7$$

$$5 \cdot \sqrt{6} y \quad 12y$$
$$144 + 25 \cdot 6 = 294$$

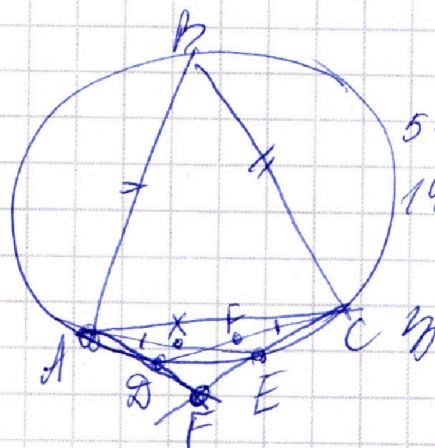
$\sin \alpha = \frac{5\sqrt{6}y}{7\sqrt{6}y}$ $\cos \alpha = \frac{12}{7\sqrt{6}}$

$$\cos \alpha = \frac{12}{7\sqrt{6}}$$

$$\frac{\frac{\frac{y}{x} - x}{x - x}}{\frac{y}{x}} - x = 0 \quad \frac{\frac{y}{x} - x}{\frac{y}{x}} - x = 0$$

$$\frac{v}{T} - x = 0 \quad \frac{c}{T} - x = q \quad \frac{q}{T} - x = v \quad \frac{q}{T}$$

$$x = \frac{a}{7} + 7 = \frac{a}{7} + \frac{49}{7} = \frac{a+49}{7}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a, b, c \quad a, a \cdot q, a \cdot q^2$
 $\Rightarrow (aq)^3 = 5^{360} \cdot 7^{90}$

$abc = a^3 \cdot q^3 = (aq)^3$

$\frac{49}{bc} + \frac{ab}{c} = 7 + \frac{49}{bc}$

$(a + \frac{x}{b})(b + \frac{x}{c}) = 7 + \frac{49}{bc}$

$(x^2 - 7)a^2 + 9x$

$-y/x = +x^5 \Rightarrow ax$

$$\begin{array}{r} 3600 \\ 150 \\ 1 \\ \hline 3751 \end{array}$$

$2a + 2^5$

$112a$

$-12a$

$-2^5 - 20a$

$g = -x^5 + 2x$

$$\begin{array}{r} 79 \\ 18 \\ \hline 152 \\ 19 \\ \hline 342 \end{array}$$

$(ab + \frac{2a}{c} + 7 + \frac{49}{bc})(c + \frac{x}{a}) = abc + 7a + 7x + \frac{49}{b} + \frac{49}{c} + 7c + \frac{49}{a}$

т.к. гранич. перпен.

$y = 2x$

$y = kx$

$0 = 0 + b = b = 0$

$-1 = 2k \quad k = -0.5$

$\Rightarrow y = -0.5x$

$18 - x - x/5 = 11 - x/2 + 16 - x/1$

$y(x) = -ax$

$$\begin{aligned} & (101 - 32y - 101) - (11y - 34) - 4(y - 3)(32y - 101) = 0 \\ & 121y^2 - 22 \cdot 32y + 34^2 - (11y - 3)(32y - 101) = 0 \\ & 121y^2 - 704y + 1156 - (352y - 1101 - 352y + 101) = 0 \\ & 121y^2 - 704y + 1156 - 352y + 1101 + 352y - 101 = 0 \\ & 121y^2 - 704y + 1156 + 352y - 101 = 0 \\ & 121y^2 - 352y + 1055 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 0 = 101 - 32y - 101 \\ & 0 = 101 - 32y - 101 \\ & 0 = 101 - 32y - 101 \\ & 0 = 101 - 32y - 101 \end{aligned}$$