



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!



$ab: 2^{15} \cdot 7^{11} \quad (1)$
 $bc: 2^{17} \cdot 7^{12} \quad (1)$
 $ac: 2^{23} \cdot 7^{39} \quad (3)$
 (найти $abc(mn)$)

предположим, что a, b, c и другие три числа:

$$(ab \cdot bc \cdot ac) : (2^{15} \cdot 7^{11} \cdot 2^{17} \cdot 7^{12} \cdot 2^{23} \cdot 7^{39})$$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 : 2^{15+17+23} \cdot 7^{11+12+39}$$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 : 2^{55} \cdot 7^{62}$$

Каждое из чисел a, b, c и другие три числа $a^2 \cdot b^2 \cdot c^2$ должно быть полным квадратом. Но! $a, b, c \in \mathbb{N}$ (по уму). Тогда abc — также натуральное число. Если же мы в формулу подставим, то получится: $2^{55} \cdot 7^{62}$. Но 7^{62} — не квадрат. Тогда, если нужно получить 2^{55} (умножить) на что-то, чтобы получилось квадрат, тогда нужно умножить на 2 .

Поэтому, что нужно умножить 2^{55} на 2 . Тогда:

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = 2^{56} \cdot 7^{62} \quad (abc > 0)$$

$$abc = 2^{28} \cdot 7^{31}$$

Возможно ли и другое решение? По условию, у нас числа кратные (из (1), (2), (3)). Тогда, числа a, b, c могут быть любыми, но кратными. Пусть $a = k \cdot 2^{15} \cdot 7^{11}$, где k — любое $(\in \mathbb{N})$. Тогда, минимальное будет тогда, когда все k будут равны 1.

Но, такой случай рассмотрен нами уже выше. Но ~~заметим~~, что ~~если мы добавим к квадрату~~ a числа a, b и может быть в итоге из $k(k_1, k_2, k_3)$ получится не, что ~~было~~ abc .

Ответ: $abc = 2^{28} \cdot 7^{31}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a}{b}$ - несократим (а, b - взаимно простые числа).

$a \in \mathbb{N}^+$, $b \in \mathbb{N}$.

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$ ← как можно сократить дробь?

Перепишем и (нет разницы, в каком виде мне представить дробь (перевести или обобщить, все зависит от того и то же самое).

$$\frac{a^2-7ab+b^2}{a+b} \quad \text{соотн.} \quad \frac{a^2+2ab+b^2-9ab}{a+b} = \frac{(a+b)^2-9ab}{a+b}$$

$$= a+b - \frac{9ab}{a+b} \quad \text{соотн. т.к. } \frac{ab}{a+b} \text{ не кратно (никак не делится)},$$

то $(a+b) \nmid 9ab$ (*).

1) рассмотрим несколько вариантов $a=3, b=5$ $\frac{3}{5}$ - некрат дробь (лучше)

соотн. $\frac{3+5}{9-7 \cdot 5 \cdot 3+25} = \frac{8}{71}$ т.к. дробь не сократима (только если $m=2$!)

2) пусть $b=3, a=23$ $\frac{23}{3}$ - некрат дробь, (32).

$$\frac{26}{23^2-7 \cdot 3 \cdot 23+9} = \frac{26}{23 \cdot 2+9} = \frac{26}{55} \quad \text{(тоже не сократима)}$$

Пусть, что получ. 1 группа 2 группы, которые и, которых не сократим, что получ. дробь такая не сократима (даже если это другая дробь)

Пусть $m=2$. соотн. $m(\max)=1$.

но если не две какие-то, то пусть $a=7k, b=7p$

Ответ 1. соотн. $\frac{7(k+p)}{49k^2-7 \cdot 7k \cdot p+49p^2} = \frac{k+p}{7k^2-49kp+7p^2}$

или самым тем, если этот m должно быть только две не числа, то иными, тем m больше. и если брать

какой-то чис. квадрат. пусть k и p , и тогда дробь сократима этот квадрат. иными, тем m - тем. (не вар) + то укажем

3) но вернемся к *. $(a+b) \nmid 9$ не получается

Ответ 2. соотн. $a=4, b=5$. пусть $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{9}{4^2-7 \cdot 4 \cdot 5+5^2}$ соотн. $m(\max)=9$ (только если $m=9$)

Ответ: если m должно быть две не $(4,5)$, то $m=1, m=9$ если $a=4, b=5$ $(a+b)=9$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Amo

 $O_1(w, R_1)$
$$O_2(\sqrt{1}, R_2)$$

AB rac w/87.C

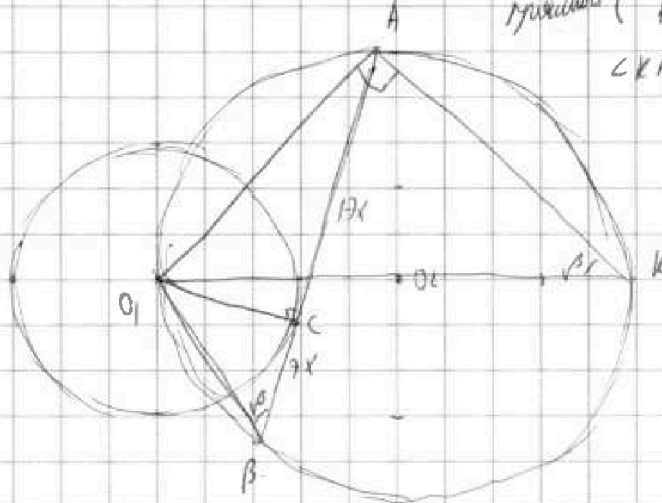
AC 17 AC=17x

$$BC \quad \overline{71} \quad BC = 7x$$
$$R_1 = F$$
$$R_c = 13$$
 $AB = ?$

Решение:

$$B \vdash \neg \neg A$$
 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ - их сумми

pyridine (A, 1-gram,

$$\angle CAD = 90^\circ$$


• γ -L-Glu $\rightarrow$ γ -Glu

$$\angle O, BA = \angle O, VA - \rho, \quad (90^\circ), (\rho)$$

100 ms, $\Delta D_{1CD} \sim \Delta D_{1AK}$ (no 2-yr jump)

$$\frac{B_{0,1}}{K_{0,1}} = \frac{D_{1,K}}{A_{0,1,1}} \quad R_{0,1} = \text{guaranteed rate}$$
$$R_{O1} = 20 \quad (= 2R_L)$$
$$Q_1 C = F = R_1 (K_{AC} \cdot AB)$$
$$\frac{B01}{26} \quad \frac{7}{B01}$$
 $AO, BO, = 7.26$

состав, по числу кас. и цен (гидр. BO, и AO).

$$) 49x^2 = (B0, -7) \cdot (B0, +7)$$
$$7289x^2 = (801 - 7)(801 + 7)$$
 $\Delta \frac{28}{2} (80, \frac{1}{2})$
$$(X^{2+})_2 \text{AO}_4 = 26^2$$
$$X^c = \frac{AB^c}{AB_1} = 1$$
$$) 49x^2 = 49y^2 - 49$$
$$289x^2 = 401^2 - 44$$
$$49x^2 = \frac{49 \cdot 26^2}{AD^2} = 49$$
$$274x^2 = AD, -49$$
$$AO_1 = \frac{26}{1.41}$$
$$289x^2: \frac{26^2}{x^2/1} = 49,$$
$$289x^4 + 289x^2 + 26^2 - 49x^2 - 49$$
$$289x^4 + 338x^4 - 627 = 0$$
$$\begin{array}{r} 491 \quad 2 - 1692 \sqrt{00} \\ \underline{283} \end{array}$$
$$\lambda = 169 + 289.617, \quad y_{1,2} = \frac{\sqrt{289.617} - 169}{2.89}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 = \frac{207 - 169}{289}$$

$$207 = 169^2 + 289 \cdot 627$$

$$x = \frac{\sqrt{169^2 + 289 \cdot 627} - 169}{17}$$

$$AB = \frac{24}{17} \cdot \sqrt{169^2 + 289 \cdot 627} - 169$$

$$\text{Ответ: } \frac{24}{17} \cdot \sqrt{169^2 + 289 \cdot 627} - 169$$

$$\frac{24}{17} \cdot \sqrt{209705} - 169$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

003. $\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 & ① \\ 3x^2 + 3x + 1 \geq 0 & ② \end{cases}$ $\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 = 0 \\ 3x^2 + 3x + 1 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} D = 9 - 12 = -3 < 0 \\ D = 9 - 12 = -3 < 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ всегда ≥ 0

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = -9x + 1 \quad (1 - 9x) : (1 - 9x) \text{ умнож!}$$

пусть

$$\begin{cases} \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = t \\ \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = p \end{cases} \quad t \geq 0, p \geq 0$$

Тогда:

$$003. \quad 3x^2 - 6x + 2 \geq 0$$

$$t - p = t^2 - p^2 \quad ; \quad t - p = (t - p)(t + p)$$

$$(t - p)(t + p - 1) = 0$$

$$① \quad t - p = 0$$

$$t = p$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

возводим в квадрат (оба ≥ 0)

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$1 = 9x$$

$$x = \frac{1}{9}$$

(проверим 003)

$$② \quad t + p = 1$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

возведем в квадрат (оба ≥ 0)

$$3x^2 - 6x + 2 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 3x^2 + 3x + 1 = 1$$

$$6x^2 - 3x + 2 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 0$$

$$2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = -6x^2 + 3x - 1$$

$$\text{умнож!} \quad 6x^2 - 3x + 2 \leq 0 \quad \begin{cases} -6x^2 + 3x - 1 \geq 0 \\ 6x^2 - 3x + 2 \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{но:} \quad 6x^2 - 3x + 2 > 0$$

$$D = 9 - 12 = -3 < 0 \quad \text{умнож!}$$

$$6x^2 - 3x + 2 > 0 \quad (\text{всегда})$$

$$\text{умнож!} \quad ② \quad \emptyset \quad (\text{корней нет})$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{9}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$O(0,0), P(-13,26), Q(3,26), R(16,0)$

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) \quad 2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$

$\tau A, B \in \text{паралл}$

$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$
 $2(x_2 - x_1) = 14$

узнаем координаты.

1) узнаем, что еще

$x_2 - x_1 = 7$

$y_2 - y_1 = 14$

$y_2 = 0, y_1 = -14$

когда? если

$x_1 = x_2 = 0$

$y_2 - y_1 = 14$

мин $y_1 = 0$

$y_2 = 14$

когда? если

координаты

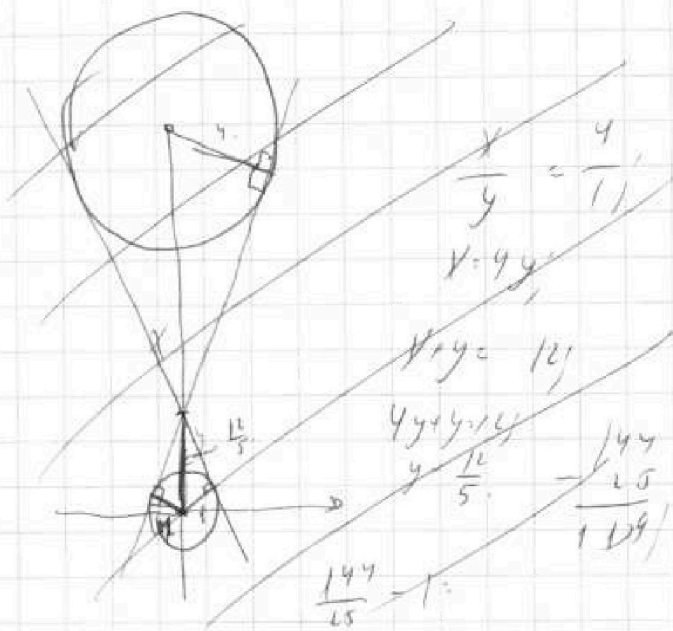
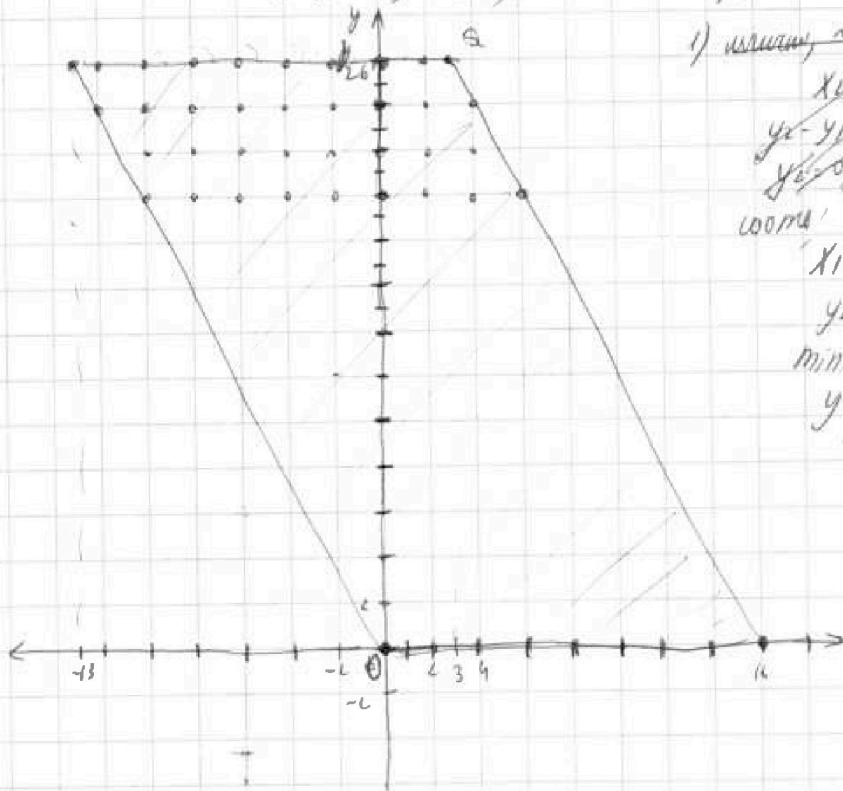
$y_2 = 26$

когда?

в 1-ой

$x_{\text{вср}} = 13$

1



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

④[∞]

$$x^2 + (8b + ax + 12)^2 = 16$$

$$(x^2 + 64b^2 + 8abx + 96b + 8abx + a^2x^2 + 12ax + 96b + 144 + 16abx + 64b^2 + 192b + 240x + 121 = 0$$

$$x^2(x^2 + a^2 + 1) + 16abx + 64b^2 + 192b + 240x + 121 = 0$$

$$y'(a^2 + 1) + x(16ab + 240) + 64b^2 + 192b + 121 = 0$$

$$D = 82 \cdot (8ab + 124)$$

$$D = (16ab + 240)^2$$

$$D_1 = (8ab + 124)^2 - (a^2 + 1)(64b^2 + 192b + 121) = 0$$

$$(8ab + 124)^2 = (a^2 + 1)(64b^2 + 192b + 121)$$

$$a^2(8b + 12)^2 = (a^2 + 1)(64b^2 + 192b + 121) \quad \text{так как } a^2 = 1 - 64b^2$$

$$a^2(2b + 3)^2 = (a^2 + 1)(4b^2 + 12b + 8)$$

$$a^2(2b + 3)^2 = (a^2 + 1)(4b^2 + 12b + 8)$$

$$a^2(4b^2 + 12b + 9) = (a^2 + 1)(4b^2 + 12b + 8)$$

$$a^2(4b^2 + 12b + 8) + a^2 = a^2(4b^2 + 12b + 8) + 4b^2 + 12b + 8$$

$$a^2 = 4b^2 + 12b + 8$$

$$1 - 64b^2 = 4b^2 + 12b + 8$$

$$68b^2 + 12b + 7 = 0$$

$$D =$$

пусть:

$$\begin{cases} y^2 + (8b - ax)^2 = 1 \\ x^2 + (8b - ax - 12)^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + a^2 = 64b^2 \\ a^2 = 4b^2 - 12b + 8 \end{cases}$$

(не нужно решать тут, пусть решит кто-то)

$$a^2 = 64b^2 - 1$$

$$64b^2 - 1 = 4b^2 - 12b + 8$$

$$60b^2 + 12b - 9 = 0$$

$$D_1 = 361960 = 6016 = 6^2 \cdot 4^2$$

$$b_{1,2} = \frac{-6 \pm 24}{60}$$

$$b_1 = \frac{1}{2}, b_2 = \frac{3}{10}$$

$$b_1 = \frac{1}{2}, a_1^2 = \frac{64 \cdot 1}{4} - 1 = 15$$

$$a^2 = 15, a = \pm \sqrt{15}$$

$$b_2 = \frac{3}{10}, a_2^2 = \frac{64 \cdot 9}{100} - 1 = \frac{16 \cdot 9}{25} = \frac{144}{25}, a = \pm \frac{12}{5}$$

Ответ: $a = \pm \sqrt{15}, a = \pm \frac{12}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

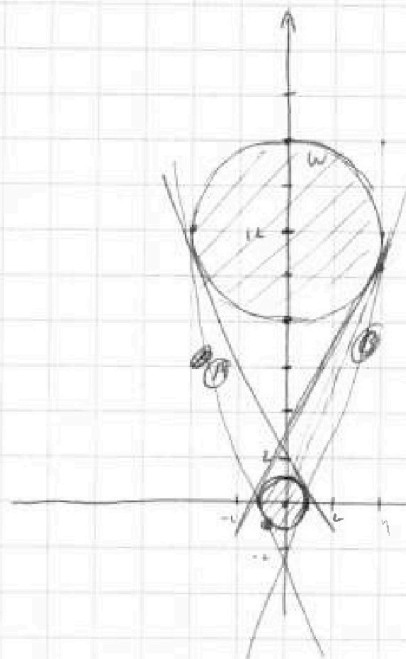
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax+by \\ a(x+y-8b)=0 \quad (2) \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y+1)^2-16)=0 \quad (1) \end{cases} \quad y = +8b - ax$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x^2+(y+1)^2=16 \end{cases} \text{ две окр.}$$

или показываю зигур - оба.



1) если $b=0$ то:

$y = -ax$
соем, min ширины -
кас. к окр w
соем

$$x^2 + (-ax-1)^2 = 16$$

$$x^2 + a^2x^2 + 24ax + 12/1 = 16$$

$$x^2(a^2+1) + 24ax + 448 = 0$$

$$D=0 \text{ (одно реш.)}$$

$$D: 12a^2 - 448(a^2+1) = 0$$

$$12a^2 = 448(a^2+1)$$

$$12a^2 = 448(a^2+1)$$

$$448a^2 = 448(a^2+1)$$

$$a^2 = 2, a = \pm 2\sqrt{2} \text{ и } 0$$

соем

это варие показываю

$$a^2 = 2, a = \pm 2\sqrt{2}$$

минимум
или максимум
или минимум

4 если

2) су. бцр, кус или показываю a, b - кас. к 2 окр. сразу (примит $\textcircled{A}$ $\textcircled{B}$)
или укажите кус

$$\begin{cases} x^2 + (8b-ax)^2 = 1 \quad (1) \\ x^2 + (-8b-ax-1)^2 = 16 \quad (2) \end{cases}$$

$\textcircled{1}$

$$x^2 + 64b^2 + 16axb + a^2x^2 = 1$$

$$x^2(a^2+1) + 16axb + 64b^2 - 1 = 0$$

$$D=0, D: 64 -$$

$$D_1 = 64a^2b^2 - (a^2+1)(64b^2-1) = 0$$

$$64a^2b^2 - 64a^2b^2 - a^2 - 64b^2 + 1 = 0$$

$$a^2 + 64b^2 = 1, (1)$$



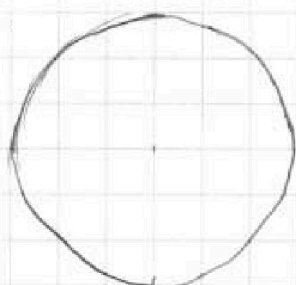
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 169 \\ \hline 1521 \\ 10140 \\ 16900 \\ \hline 28561 \\ + 81143 \\ \hline 209704 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ \sqrt{621} \\ \hline 1963 \\ 5780 \\ 173400 \\ \hline 181193 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ + 11 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 48 \\ \hline 53 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 12 \\ \hline \end{array}$$

$$+ 14$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 16 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 1820 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 1820 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200000 \\ 360000 \\ 500 \\ 250000 \\ 400 \\ \hline 250000 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

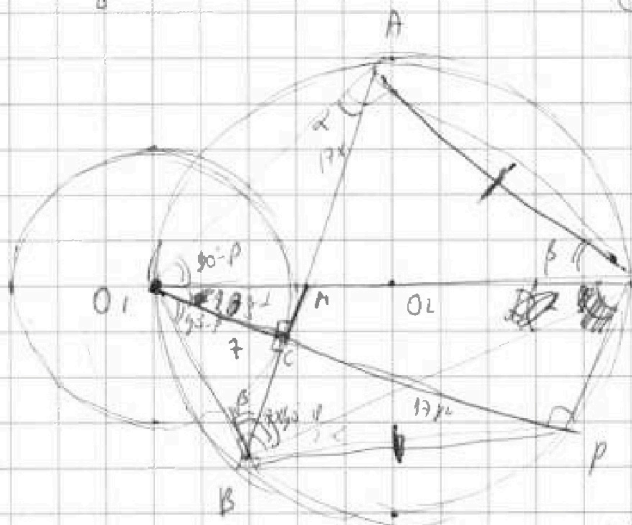
$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 169 \\ \hline 1521 \\ 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ + 8 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ + 7 \\ \hline 33 \end{array}$$

$$(26-7)(26+7) =$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 19 \\ \hline 297 \\ 590 \\ \hline 627 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 338 \\ \times 115 \\ \hline 21 \\ 13 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$13^4 + 17^4 (26^2 - 7^4)$$

$$\angle \alpha = \frac{7}{17}$$

$$\beta = 1$$

$$43 \alpha^2 = BO_1$$

$$\begin{array}{r} 284 \\ \times 46 \\ \hline 358 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 520 \\ \hline 626 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 284 \\ \times 46 \\ \hline 358 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 520 \\ \hline 626 \end{array}$$

$$\triangle CBO_1 \sim \triangle AKO_1$$

$$\frac{CB}{AK} = \frac{BO_1}{KO_1} = \frac{CO_1}{AO_1}$$

$$\frac{7x}{AK} = \frac{BO_1}{26} = \frac{7}{AO_1}$$

$$AO_1 \cdot BO_1 = 7 \cdot 26$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$1.711 - 9h + \dots = 1.718 + 911.94.12$$

$$= (9 + 911.94) / 2.0$$

$$2x + y = 14$$

$$y = 14 - 2x$$

$$2x + y = 6$$

$$2x + y = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$

$$(908 - 011) \cdot 7$$

$$c = 221 + 9261 - 940 + (909 + 010) / X + (12, 0) / X$$

$$1.711 - 9h + \dots = 1.718 + 911.94.12$$

$$1.711 - 9h + \dots = 1.718 + 911.94.12$$

$$1.711 - 9h + \dots = 1.718 + 911.94.12$$

$$1.711 - 9h + \dots = 1.718 + 911.94.12$$

$$1.711 - 9h + \dots = 1.718 + 911.94.12$$

$$1.711 - 9h + \dots = 1.718 + 911.94.12$$

$$1.711 - 9h + \dots = 1.718 + 911.94.12$$

$$1.711 - 9h + \dots = 1.718 + 911.94.12$$

$$1.711 - 9h + \dots = 1.718 + 911.94.12$$

$$1.711 - 9h + \dots = 1.718 + 911.94.12$$

$$1.711 - 9h + \dots = 1.718 + 911.94.12$$

$$1.711 - 9h + \dots = 1.718 + 911.94.12$$

$$1.711 - 9h + \dots = 1.718 + 911.94.12$$

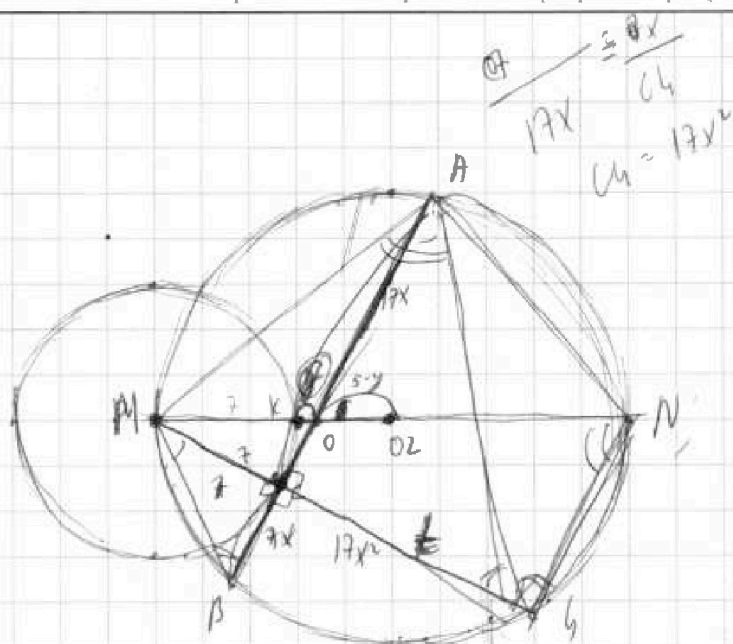
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{17x}{17y} = \frac{17z}{17w}$$

$$17x \sim 17y$$

$$\triangle MCB \sim \triangle ACB$$

$$\frac{7}{17x} = \frac{17y}{17z}$$

$$5-y=11$$

$$17x \cdot 17y = 7 \cdot 17z$$

$$17x \cdot 17y = 7 \cdot 17z$$

$$17z = 17x \cdot 17y$$

$$5-y+15=$$

$$MO \cdot ON = PO \cdot OQ$$

$$(7+y) \cdot (18-y) = 7 \cdot 17z$$

$$\frac{7}{7+y} = \frac{7+y}{17z}$$

$$(7+y)(18-y) = 7 \cdot \frac{7 \cdot 17z - 7(7+y)}{7+y}$$

$$7 \cdot 17z = (7+y) \cdot 17z + 7(7+y)$$

$$\frac{7}{7+y} = \frac{7+y}{17z}$$

$$z = \frac{7 \cdot 17z - (7+y)}{7+y}$$

$$z = \frac{7 \cdot 17z}{7+y} - 1$$

$$z = \frac{7 \cdot 17z - 7(7+y)}{7+y}$$

$$\frac{7}{7+y} = \frac{7+y}{18-y}$$

$$(7+y)^2 \cdot (18-y) = 7 \cdot 7 \cdot (17z - 7-y)$$

$$(7+y)^2 \cdot (18-y) = 49 \cdot (17z - 7-y)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



15

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2-6x+2+9x-1} = 1-9x$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2-6x+2} = 1-9x$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$$

$$3x^2+3x+1 - 3x^2-6x-2 = 1-9x$$

$$-9x-1 = 1-9x$$

$$2x_1 + y_1 = k$$

$$2x_1 + y_1 = 14-k$$

$$1-t = t^2 - p = (t-p)(t+p)$$

$$(t-p)(t+p-1) = 0$$

$$t+p=1$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$$

$$3x^2-6x+2 - 3x^2+3x+1 = 1-9x$$

$$-9x+1 = 1-9x$$

$$x = -\frac{1}{9}$$

$$6x^2-3x+2 + 2\sqrt{3x^2-6x+2} = 0$$

$$4(3x^2-6x+2) + 3x^2+3x+1 = (3x^2-3x+2)^2$$

$$4(9x^4-9x^3-9x^2+2) = 9x^4-9x^3-9x^2+2$$

$$36x^4-36x^3-36x^2+8 = 9x^4-9x^3-9x^2+2$$

$$27x^4-27x^3-27x^2+6 = 0$$

$$3x^4-3x^3-3x^2+2 = 0$$

$$3x^4-3x^3-3x^2+2 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$3x^2 - 6x + 1 = 0 \quad D = 9 - 12 = -3$$

$$D = 9 - 6 = 3$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 0 \quad 1 - 9x = p$$

$$\sqrt{t - p} - \sqrt{t} = p$$

$$p > 0$$

$$t - p + t = 2\sqrt{t} \sqrt{t - p} = p^2$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{t + p} - \sqrt{t} = p$$

$$p > 0$$

$$\sqrt{t + p} - 2\sqrt{t} \sqrt{t + p} + t = p^2$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{t + p} - \sqrt{t} = p$$

$$\sqrt{t + p} = p + \sqrt{t}$$

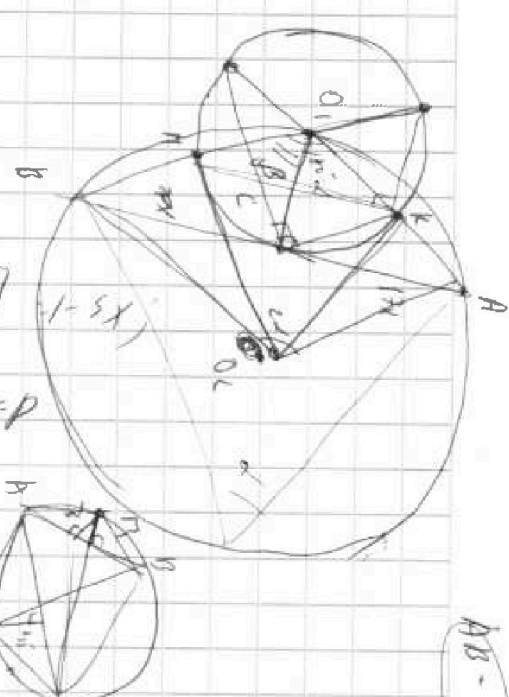
$$t + p = p^2 + 2p\sqrt{t} + t$$

$$p^2 + 2p\sqrt{t} - p = 0$$

$$p(p + 2\sqrt{t} - 1) = 0$$

$$p + 2\sqrt{t} = 1 - p$$

$$4t = 1 - 4p + p^2$$



AB - 24x

$$R_1 = 7$$

$$R_2 = 13$$

$$R_3 = 13$$

$$R_4 = 13$$

$$R_5 = 13$$

$$R_6 = 13$$

$$R_7 = 13$$

$$R_8 = 13$$

$$R_9 = 13$$

$$R_{10} = 13$$

$$R_{11} = 13$$

$$R_{12} = 13$$

$$R_{13} = 13$$

$$R_{14} = 13$$

$$R_{15} = 13$$

$$R_{16} = 13$$

$$R_{17} = 13$$

$$R_{18} = 13$$

$$R_{19} = 13$$

$$R_{20} = 13$$

$$R_{21} = 13$$

$$R_{22} = 13$$

$$R_{23} = 13$$

$$R_{24} = 13$$

$$R_{25} = 13$$

$$R_{26} = 13$$

$$R_{27} = 13$$

$$R_{28} = 13$$

$$R_{29} = 13$$

$$R_{30} = 13$$

$$R_{31} = 13$$

$$R_{32} = 13$$

$$R_{33} = 13$$

$$R_{34} = 13$$

$$R_{35} = 13$$

$$R_{36} = 13$$

$$R_{37} = 13$$

$$R_{38} = 13$$

$$R_{39} = 13$$

$$R_{40} = 13$$

$$R_{41} = 13$$

$$R_{42} = 13$$

$$R_{43} = 13$$

$$R_{44} = 13$$

$$R_{45} = 13$$

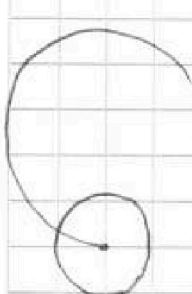
$$R_{46} = 13$$

$$R_{47} = 13$$

$$R_{48} = 13$$

$$R_{49} = 13$$

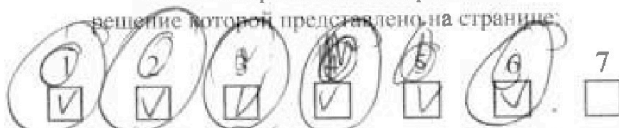
$$R_{50} = 13$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Upprättad av

[illegible]



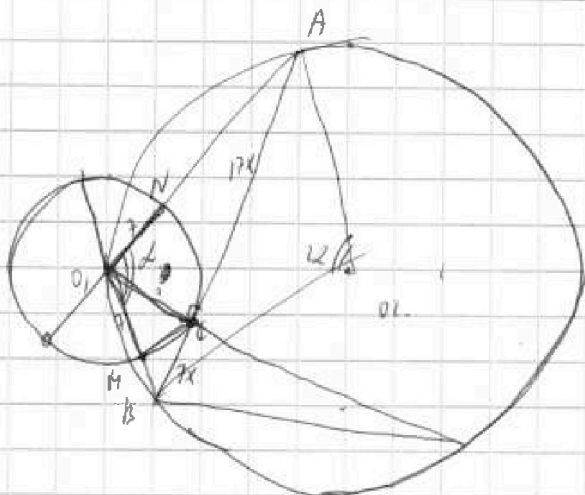
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$285x^2 + 45$$

$$\frac{AB}{\sin(180^\circ - \alpha)} = 2.13$$

$$\sin \alpha = \frac{2.13}{24x}$$

$$\sin \alpha = \frac{13}{15}$$

$$\cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$1 - 1 +$$

$$\sin \alpha = \frac{6x}{13}$$

$$45 - 45x^2 = 45(1 - x^2)$$

$$O_1B = 7\sqrt{x^2 + 1}$$

$$O_1A = \sqrt{285x^2 + 45}$$

$$NB \cdot (NB + 14) = 45x^2$$

$$\frac{AB}{\sin(180^\circ - \alpha)} = 2.13$$

$$AB = 2.26 \cdot \sin \alpha$$

$$24x = 2.26 \cdot \sin \alpha$$

$$6x = 13 \sin \alpha, \sin \alpha = \frac{6x}{13}$$

$$\cos \alpha =$$

$$2 \cdot 13^2 \cdot (1 - \cos \alpha) = AB^2$$

$$\begin{array}{r} 164 \\ - 36 \\ \hline 138 \end{array}$$

$$1.13$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$2 \cdot 13^2 \cdot 2 \cdot \sin^2 \alpha = AB^2$$

$$2 \cdot 13^2 \cdot \frac{36x^2}{15^2} = AB^2$$

11

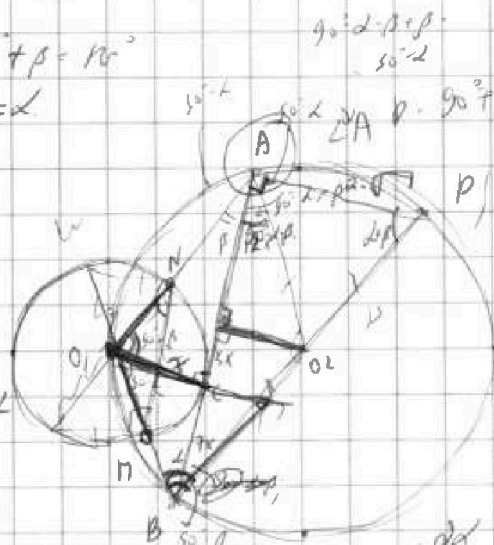
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$90^\circ - \alpha + 50^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$\beta = \alpha$$

$$90^\circ - \alpha + \beta = 180^\circ$$

$$50^\circ - \alpha$$

$$AB = 2 \cdot 13$$

$$571/100 - \alpha - \beta$$

$$571/100 - \alpha - \beta$$

$$\frac{24x}{113} = \frac{11x}{13}$$

$$1 - 9 \frac{1}{2} = 0$$

$$b = 22$$

$$b = 3$$

$$\sqrt{165 - 1411}$$

$$90^\circ + \beta$$

$$(w/d + p)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{21}{22} = \frac{21}{44}$$

$$\triangle ACO_1 \sim \triangle BCO_1$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$\frac{17x}{7x}$$

$$b \cdot (21 + 14) = 45 \cdot 2$$

$$a = 22$$

$$b = 3$$

$$AN(AN + 20) = 18$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b \cdot (21 + 14) = 45 \cdot 2$$

$$a = 22$$

$$b = 3$$

$$AN(AN + 20) = 18$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b \cdot (21 + 14) = 45 \cdot 2$$

$$a = 22$$

$$b = 3$$

$$AN(AN + 20) = 18$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$

$$b = 3, a = 19$$



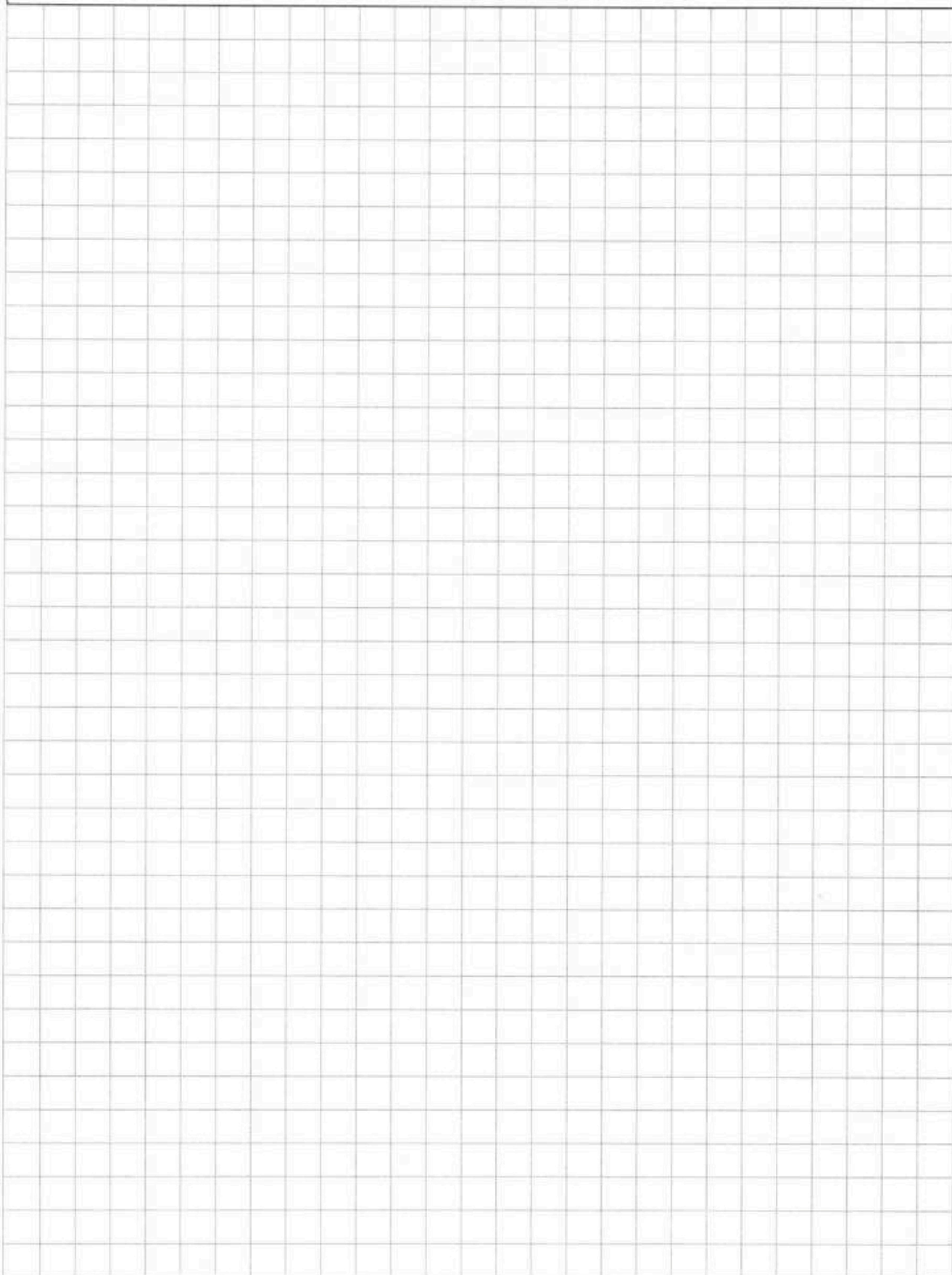
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

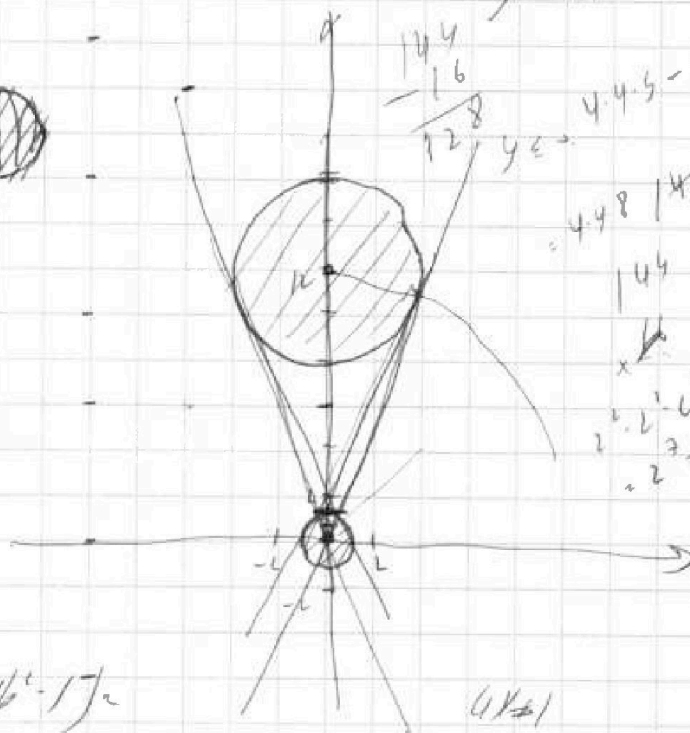


На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 + (-9x-14)^2 = 16$$

$$x^2 + 81x^2 + 252x + 196 = 16$$

$$x'(9) = 246x +$$

$$\begin{aligned} \text{Oval } b: & \quad \text{Oval } b^2 + \text{Oval } b^2 - a^2 - 1 \\ & \quad 1 + a^2 = \text{Oval } b^2 \end{aligned}$$

$$x^2 + 9ab^2 - 16abx + 4^2x^2 =$$

$$x^2(a^2+1) + 16abx + 84b^2x - 2$$

$$2 = 0.44b^2 - (0.44b^2)(0.44) =$$

2002