

$$\frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} \geq \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}}$$

$$6\sqrt{3} + 2\sqrt{78 \cdot 3} \geq 69\sqrt{3} + 69$$

$$\frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} \leq \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}}$$

$$6\sqrt{3} + 2\sqrt{78 \cdot 3} \leq 69\sqrt{3} - 69$$

$$\frac{6 + 2\sqrt{78 \cdot 3}}{69} \leq \frac{63\sqrt{3}}{69}$$

$$69 + 6\sqrt{26} \leq 63$$



$$\frac{23}{69}$$

$$\frac{25}{104}$$

$$529 + 104 + 4 \cdot 23 \cdot \sqrt{26} \leq 441 \cdot 3$$

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



$$78 = 3 \cdot 13 \cdot 2 \cdot 3$$

- ✓ 1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

- ✓ 2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{441}{1323}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$$633 + 92\sqrt{26} \leq 1323$$

$$92\sqrt{26} \leq 690$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- ✓ 3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

$$46\sqrt{26} \leq 345$$

- ✓ 4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x(x-6)} + 2 - \sqrt{3x(x+1)+1} = 1-9x$$

- ✓ 5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} ab \cdot bc \cdot ac &: 2^{15+17+23} \cdot 7^{11+18+39} \\ (abc)^2 &: 2^{55} \cdot 7^{68} \quad \text{из-за делимости.} \end{aligned}$$

либо $(abc)^2 = 2^{2k} \cdot 7^{2t} \cdot x^2$, иначе (пусть $abc = 2^k \cdot 7^t \cdot x$)
 $2k \leq 55$, либо $7^{2t} \leq 7^{68}$, т.е. $2t \leq 68$, т.е. не
 будет лишней делимости, (28.2 = 56; 34.2 = 68)
 $\Rightarrow abc : 2^{28} \cdot 7^{34}$ пусть $abc = 2^{28} \cdot 7^{34} \cdot p$

т.к. $ac : 7^{39} \cdot 2^{23} \Rightarrow ac : 7^{39}$, значит $abc : 7^{39} \Rightarrow$

$abc = 7^{39-k} = 7^{34} \cdot 2^{28} \cdot p \Rightarrow p : 7^5$, т.е. в abc
 (сог-ся 7^{39} и 2^{28} , но минимальное такое число
 это $7^{39} \cdot 2^{28}$ (меньше нельзя, иначе будет не достаточна
 мн.л. 7 или 2 (степеней) $\Rightarrow$ не будет делимости).

Пример на $abc = 7^{39} \cdot 2^{28}$:

$$a = 2^{10} \cdot 7^{11}$$

$$b = 2^5$$

$$c = 2^{13} \cdot 7^{28}$$

$$abc = 2^{5+13+10} \cdot 7^{28+11} = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} : 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc = 2^{18} \cdot 7^{28} : 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39} : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

Пример удовлетворяет условию, меньше нельзя.
 (доказано)

Ответ: $abc \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$ (минимум $\rightarrow 2^{28} \cdot 7^{39}$)
 т.е. $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab} \quad \frac{a}{b} \text{ нс.} \Rightarrow a \text{ вз. просто с } b \quad [1 - \text{взаимнопросты}]$$

пусть $(a+b) \div m$, тогда
 $(a+b)^2 \div m$, если $9ab$ сократима, то и $9ab \div m$
 (иначе знаменатель $\nmid m$)

$$a+b \div m \quad 9ab \div m$$

т.е. среди делителей числа $9ab = 9 \cdot (ab)$ должен
 быть делитель $a+b$.

$$a \perp b \xrightarrow{\text{взаимнопросто}} \Rightarrow a \perp m, \text{ ведь иначе если } a = tk \text{ } m = zk$$

$$\text{то } \underbrace{tk}_{\div k} + b \stackrel{?}{\div} \underbrace{zk}_{\div k} \Rightarrow b \div k, \text{ тогда } \text{НОД}(a,b) \neq 1, \text{ т.к. } k = k.$$

аналогично и $b \perp m. \Rightarrow ab \perp m$. Это значит,
 что если $9ab \div m$, то $9 \div m$, ведь иначе
 ab не вз. просто с m .

$$\Rightarrow 9 \div m.$$

Наибольшее такое m это $9. \Rightarrow \underline{m=9}$.

Пример:

$$\begin{aligned} a &= 2 \\ b &= 97 \\ \underline{a \perp b, \text{ т.к. } 2 \nmid 97} & \quad \frac{2+97}{(2+97)^2 - 9 \cdot 2 \cdot 97} = \frac{99}{99^2 - 18 \cdot 97} \quad \text{сократима} \\ \underline{\text{на } 9.} & \quad \frac{99}{99^2 - 18 \cdot 97} = \frac{11}{99 \cdot 8 - 18 \cdot 97} = \frac{11}{99 \cdot 11 - 2 \cdot 97} \\ &= \frac{11}{1089 - 194} = \frac{11}{895} \end{aligned}$$

Ответ: при $\underline{m=9}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$L_{1+2} = \frac{-338 \pm 2.458}{2 \cdot 289} \quad (2 \text{ части})$$

$$\text{Т.к. } t \geq 0 \quad (t = x^2) \Rightarrow t = \frac{916 - 338}{578} = \frac{578}{578} = 1.$$

$$x^2 = 1.$$

$x = -1 \rightarrow$ смысла не имеет

$$\Rightarrow x = 1. \quad \text{Значит } AC = 17; \quad BC = 7 \Rightarrow AB =$$
$$= AC + BC = 24.$$

Ответ: $AB = 24$. (возможных случаев нет).
(проверка $\rightarrow$ всё верно).

* (вычисления)

$$\begin{array}{r} 458 \\ \times 458 \\ \hline 3664 \\ 2290 \\ 1832 \\ \hline 209764 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 169 \\ \hline 1014 \\ 1014 \\ 169 \\ \hline 28561 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1677 \\ \times 1289 \\ \hline 5643 \\ 5016 \\ 1254 \\ \hline 181203 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 181203 \\ \times 28561 \\ \hline 209764 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

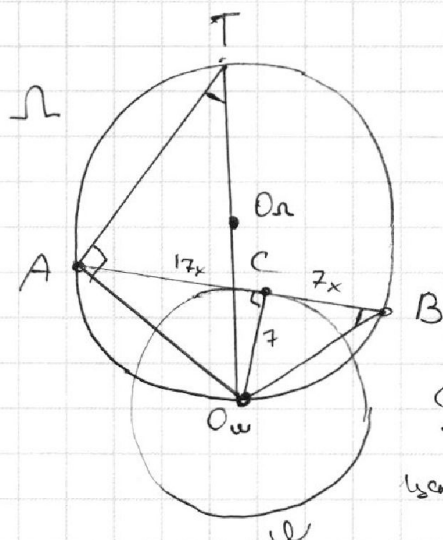
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча ОР-кода недопустима!

МФТИ

Omblem: $AB = 24$.

(1 часть, см. 2 часть).



$$\frac{AC}{CB} = \frac{17}{7}$$

$$R_w = 7$$

$$R_{\Omega} = 13$$

AB-?

$\Omega_{\text{det}} - \text{центр. } \mathcal{U} (\Omega_{\text{det}} \in \Omega)$

O_n - центр Ω

Пусть $AC = 17x$

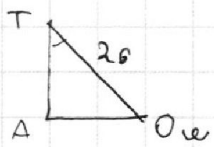
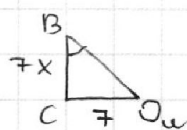
manga CB = 7x

по усл. $OP \perp AB$ ($AB \rightarrow$ касательная к Γ)
 S - точка касания.

$$T = \partial \omega \cap \Omega \cap \Omega \quad (\text{продлили линию} \\ \text{исследования до пересечения с } \Omega).$$

Точка - диаметр. $\Rightarrow \angle TAO_{\omega} = 90^\circ$

(угол на диаметре) $\angle ATO_{\omega} = \angle OBA$, как по одну
сторону ($\widehat{AO\omega}$) $\Rightarrow \Delta TAO_{\omega} \sim \Delta BCO_{\omega}$ по двум углам.



$$TOW = 2 R_2 = 2 \cdot 13 = 26$$

По м. Пифагора найдем ΔCBO_{ω} :
 $BO_{\omega}^2 = 49x^2 + 49$

$$\frac{TO_u}{BO_u} = \frac{AO_u}{CO_u}$$

$$\frac{26}{\sqrt{49x^2 + 49}} = \frac{AO_w}{7}$$

$$AO_w = \frac{26 \cdot 7}{7 \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\frac{26}{\sqrt{x^2+1}} \quad \text{A.O.M.} = \frac{676}{x^2+1}$$

По т. Пифагора для $\triangle ACO_{\text{ш}}$: $AO_{\text{ш}}^2 = AC^2 + CO_{\text{ш}}^2 =$

$$\bullet 17^2 \times ? + 49 = 1000$$

$$289x^2 + 49 = \frac{676}{x^2 + 1}$$

решим бжв. уравнение, пусть
 $\underline{t = x^2} \quad \underline{t \geq 0}$

$$289t + 49 = \frac{670}{t+1}$$

$$289t(t+1) + 49t + 49 = 676$$

$$289t^2 + 338t - 627 = 0$$

$$t_1, t_2 = \frac{-338 \pm \sqrt{338^2 + 4 \cdot 627 \cdot 289}}{2 \cdot 289} = \frac{-338 \pm 2\sqrt{181203 + 28561}}{2 \cdot 289} = \frac{-338 \pm 2 \cdot 458}{2 \cdot 289}$$

с.м. продолжение

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$$

Сначала заметим, что $(3x^2-6x+2) - (3x^2+3x+1) = -6x+2-3x-1 = 1-9x$

Заметим, что $\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} \geq 0$
 когда $3x^2-6x+2 \geq 3x^2+3x+1$ (т.к. по ОДЗ оба ≥ 0)
 т.е. $1-9x \geq 0$
 т.е. при $x \leq \frac{1}{9}$

Пусть $\sqrt{3x^2-6x+2} = a$
 и $\sqrt{3x^2+3x+1} = b$

тогда $1-9x = a^2 - b^2$

т.е. $a - b = a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

либо $a = b$ либо $a + b = 1$

$a = 1 - b$

$\sqrt{3x^2-6x+2} = \sqrt{3x^2+3x+1}$
 (по ОДЗ оба ≥ 0)

$\Rightarrow$

$3x^2-6x+2 = 3x^2+3x+1$

$-9x+1=0$

$1=9x$

$x = \frac{1}{9}$

Проверка (+ проверка ОДЗ)

$\sqrt{\frac{3}{81} - \frac{6}{9} + 2} - \sqrt{\frac{3}{81} + \frac{1}{3} + 1} = 0$

$\sqrt{\frac{3}{81} + 1 + \frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{3}{81} + 1 + \frac{1}{3}} = 0$

$0 = 0$

верно.

все действия и преобразования выполнены правильно

$\frac{6+2\sqrt{78}}{69} \leq \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$ тем более уг. ОДЗ $\Rightarrow$

$6\sqrt{3} + 2\sqrt{78} \leq 69\sqrt{3} - 69$

$23 + 2\sqrt{26} \leq 21\sqrt{3}$

$92\sqrt{26} \leq 690$, верно т.к. $\sqrt{26} \leq 6$

$\sqrt{3x^2-6x+2} = 1 - \sqrt{3x^2+3x+1}$
 (т.к. обе части ≥ 0 возведем в квадрат)

$3x^2-6x+2 = 1 + 3x^2+3x+1 - 2\sqrt{3x^2+3x+1}$

$-9x = -2\sqrt{3x^2+3x+1}$

$81x^2 = 4(3x^2+3x+1)$

$69x^2 - 12x - 4 = 0$

$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 16 \cdot 69}}{2 \cdot 69} = \frac{12 \pm \sqrt{1248}}{2 \cdot 69} =$

$\frac{6 \pm 2\sqrt{78}}{69}$

$x_1 = \frac{6+2\sqrt{78}}{69}$

$x_2 = \frac{6-2\sqrt{78}}{69}$

осталось проверить корни на ОДЗ:

(м.в. отриц. числа)

других нет,
эти удовлетв.

Ответ: $x_1 = \frac{1}{9}$; $x_2, x_3 = \frac{6 \pm 2\sqrt{78}}{69}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Ответ: ~~1876~~ 2052

Масштаб: $\frac{1}{4}$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$$

$$y \in (0; 26)$$

$$x \in (-13; 16)$$

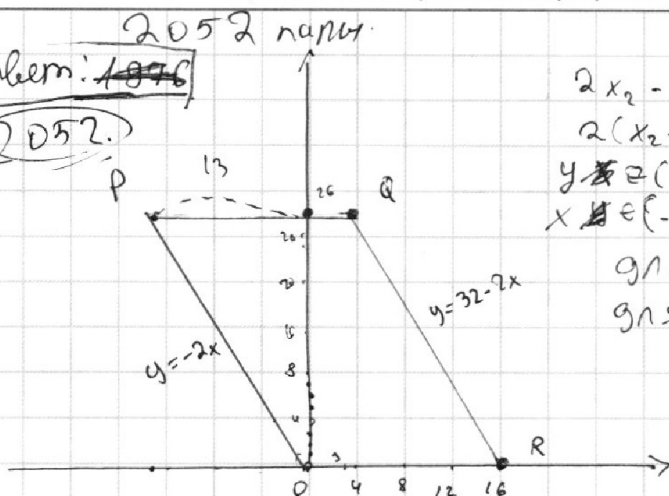
Смотрим только
целые точки.

$$\text{для } x=0: y \in [0; 26]$$

$$\text{для } y=0: x \in [0; 16]$$

$$y=1: x \in \mathbb{Z}$$

из-за постр-ва $n/2$, оста-
только учесть для $y=0$ и
умножить на 267 (0...26).
и разделить на 2



Составим уравнение "параллелограмма", зная вершины,
какие точки внутри. Вертикальный элемент нет $\Rightarrow$
можно воспользоваться уравнением вида $kx+b$

$$Q(3; 26)$$

$$kx+b=y$$

$$3k+b=26$$

$$R(16; 0)$$

$$16k+b=0$$

$$\Rightarrow -2x + 32 = y. \quad y = 32 - 2x$$

$$R \text{ и } O.$$

$$P \text{ и } Q$$

$$x=0$$

$$y=26$$

$$y \in [0; 26]$$

$$-\frac{y}{2} \leq x \leq 16 - \frac{y}{2}$$

$$P(-13; 26)$$

$$kx+b=y$$

$$-13k+b=26$$

$$k=-2$$

$$y = -2x$$

$$O(0; 0)$$

$$b=0$$

$$\begin{cases} y \leq 26 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$y \geq 0$$

$$y \leq -2x$$

$$32 - 2x \geq y$$

$$y \in [0; 26]$$

$$2x \leq 32 - y$$

$$2x \geq 32 - 32$$

$$-x \geq \frac{y}{2} - 16$$

$$\begin{cases} y \in [0; 26] \\ \frac{y}{2} - 16 \leq x \leq \frac{y}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{y}{2} \\ x \leq 16 - \frac{y}{2} \end{cases}$$

$$y \in [0; 26]$$

$$-\frac{y}{2} \leq x \leq 16 - \frac{y}{2}$$

Теперь будем вести y от оси y ,

при $y=0$: y от 0 до 16.

для x и y :

вар-в.

$$x_1=0$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$$

$$2x_2 - x_1 + y_2 = 14$$

для каждого из x_1

сумма y от 0 до 16. $2 \cdot (6 + \dots + 13)$

при $y=1 \rightarrow y$ от 1 до 15

$$x \in [0; 15]$$

$$\text{при } y=2 \rightarrow [-1; 14]$$

$$\text{при } y=3 \rightarrow [-1; 14]$$

$$\text{при } y=4 \rightarrow [-2; 14]$$

$$\text{при } y=k \rightarrow [-k; 14]$$

const. $n/2$

$$16 - \frac{y}{2}$$

из-за



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

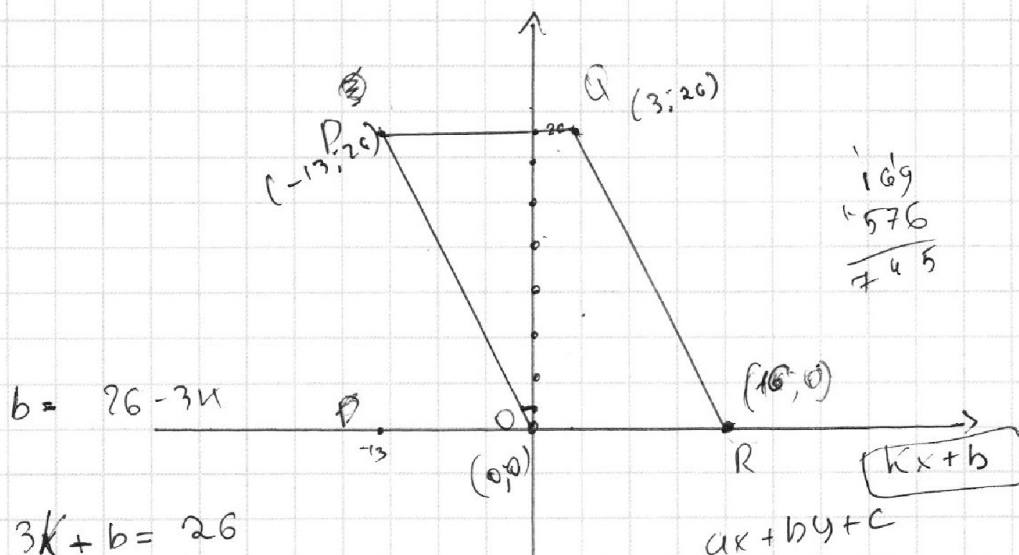
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$1 \text{ кл} = 4.$$



$$\begin{array}{r} 169 \\ - 576 \\ \hline 745 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 3k + b &= 26 \\ 16k + b &= 0 \\ 16x + 26 - 3k &= 0 \\ 26 + 17k &= 0 \\ k &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= (0; 26) \\ x &\in (-13; 16) \end{aligned}$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$$

$$2 \cdot -16 +$$

$$x_2 - x_1 = 7$$

$$y_2 - y_1 = 14$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ 1 \times 76 \\ 27 \\ \hline 532 \\ 152 \\ \hline 2052 \end{array}$$

$$0; 0 \rightarrow 146.$$

$$0; 1 \rightarrow 13$$

$$0; 2 \rightarrow 13$$

$$0; 3 \rightarrow 12$$

$$0; 4 \rightarrow 12$$

$$0; 5 \rightarrow 11$$

$$0; 6 \rightarrow 11$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \end{array}$$

$$-5 \dots 7$$

$$2x_2 + y_2 = 14$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 16 \end{array}$$

$$-10 \dots -26 + \dots -14$$

$$-24 \dots$$

$$-20 \dots$$

$$-16 \dots$$

$$-12 \dots -26$$

$$2x_2 + y_2 = 16$$

$$-10 \dots -17$$

$$-10 \dots -17$$

$$\frac{13 \cdot 14}{2}$$

$$13 \cdot 7 = 91$$

$$91 - 15$$

$$81 - 5$$

$$(76)$$

$$\begin{array}{r} 316 \\ \times 26 \\ \hline 1896 \\ + 1976 \\ \hline 8216 \end{array}$$



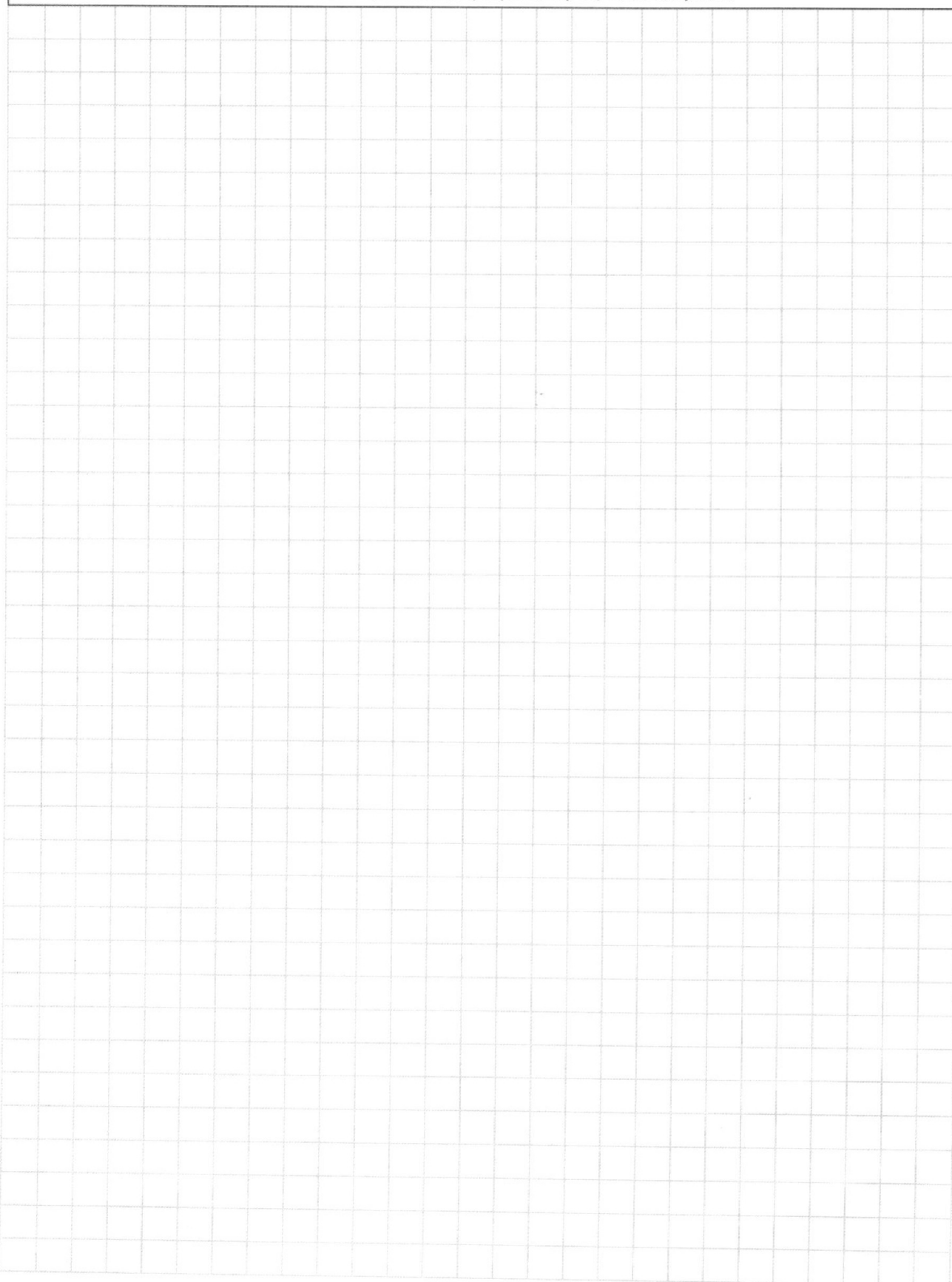
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

a, b, c

$$ab : 2^{15} 7^{11}$$

$$bc : 2^{17} 7^{18}$$

$$ac : 2^{23} 7^{39}$$

$$\min(abc) = ?$$

$$23 + 17 + 15 \\ 39 + 18 + 11 =$$

$$a : 2^{55} 7^{68}$$

$$abc : 2^{28} 7^{34}$$

$$abc : 2^{28} 7^{34}$$

a, b

b, c

a, c

$$\begin{matrix} 2^{15} & 7^{11} \\ 2^{17} & 7^{18} \\ 2^{23} & 7^{39} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 28 & 39 \\ 2 & 7 \end{matrix}$$

$$\frac{11+7}{18^2 - 9 \cdot 11 \cdot 7} = \frac{18}{18^2 - 9 \cdot 11 \cdot 7}$$

99

12

$$\frac{18}{36 - 11 \cdot 7}$$

$$a+b=99$$

$$91+8$$

99

$$99^2 - 9 \cdot 91 \cdot 8$$

11

$$99 \cdot 11 \cdot 91 \cdot 8$$

4+5

$$(4+5)^2 - 9 \cdot 4 \cdot 5$$

$$\begin{matrix} 92 \\ \times 2 \\ \hline 184 \end{matrix}$$

$$\frac{81}{100}$$

$$\begin{matrix} 2^{10} & 7^{11} \\ 2^5 & 7^0 \\ 2^{13} & 7^{28} \end{matrix}$$

$$11 \cdot 7$$

$$990$$

$$\begin{matrix} a+b & b & 2^{13} 7 \\ (a+b)^2 - 9ab & 2^{19} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 9ab : a+b \\ (9ab - a+b) \end{matrix}$$

$$a \perp b$$

$$(a+b)^2 = 9ab$$

$$\begin{matrix} 9ab & a+b & 9 \\ a, b \text{ и } 9 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1089 \\ 1089 \\ \hline 198 \\ 395 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 900-9 \\ 891 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2^{10} & 7^{11} \\ 2^5 & 7^0 \\ 2^{13} & 7^{28} \end{matrix}$$

$$41$$

$$11+7$$

$$18^2 - 9 \cdot 11 \cdot 7$$

$$1200 - 11 = 1189$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

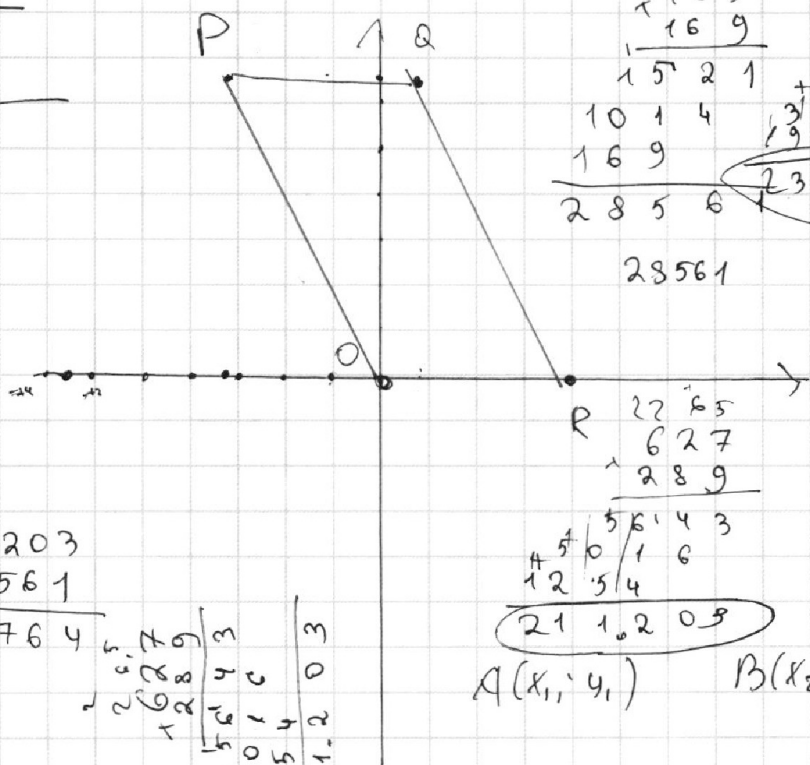
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 76 \\ 488 \\ 488 \\ \hline 3904 \\ 3904 \end{array}$$

Черновики.



$$\begin{array}{r} 45 \\ 68 \\ 169 \\ 169 \\ \hline 1521 \\ 1014 \\ 169 \\ \hline 2856 \\ 28561 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 33 \\ 488 \\ 488 \\ \hline 3904 \\ 3904 \\ \hline 238144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 211.203 \\ 28561 \\ \hline 239.764 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x \\ 26289 \\ 26289 \\ \hline 52578 \\ 52578 \\ \hline 105156 \\ 105156 \\ \hline 210312 \\ 210312 \\ \hline 420624 \\ 420624 \\ \hline 841248 \\ 841248 \\ \hline 1682496 \\ 1682496 \\ \hline 3364992 \\ 3364992 \\ \hline 6729984 \\ 6729984 \\ \hline 13459968 \\ 13459968 \\ \hline 26919936 \\ 26919936 \\ \hline 53839872 \\ 53839872 \\ \hline 107679744 \\ 107679744 \\ \hline 215359488 \\ 215359488 \\ \hline 430718976 \\ 430718976 \\ \hline 861437952 \\ 861437952 \\ \hline 1722875904 \\ 1722875904 \\ \hline 3445751808 \\ 3445751808 \\ \hline 6891503616 \\ 6891503616 \\ \hline 13783007232 \\ 13783007232 \\ \hline 27566014464 \\ 27566014464 \\ \hline 55132028928 \\ 55132028928 \\ \hline 110264057856 \\ 110264057856 \\ \hline 220528115712 \\ 220528115712 \\ \hline 441056231424 \\ 441056231424 \\ \hline 882112462848 \\ 882112462848 \\ \hline 1764224925696 \\ 1764224925696 \\ \hline 3528449851392 \\ 3528449851392 \\ \hline 7056899702784 \\ 7056899702784 \\ \hline 14113799405568 \\ 14113799405568 \\ \hline 28227598811136 \\ 28227598811136 \\ \hline 56455197622272 \\ 56455197622272 \\ \hline 112910395244544 \\ 112910395244544 \\ \hline 225820790489088 \\ 225820790489088 \\ \hline 451641580978176 \\ 451641580978176 \\ \hline 903283161956352 \\ 903283161956352 \\ \hline 1806566323912704 \\ 1806566323912704 \\ \hline 3613132647825408 \\ 3613132647825408 \\ \hline 7226265295650816 \\ 7226265295650816 \\ \hline 14452530591301632 \\ 14452530591301632 \\ \hline 28905061182603264 \\ 28905061182603264 \\ \hline 57810122365206528 \\ 57810122365206528 \\ \hline 115620244730413056 \\ 115620244730413056 \\ \hline 231240489460826112 \\ 231240489460826112 \\ \hline 462480978921652224 \\ 462480978921652224 \\ \hline 924961957843304448 \\ 924961957843304448 \\ \hline 1849923915686608896 \\ 1849923915686608896 \\ \hline 3699847831373217792 \\ 3699847831373217792 \\ \hline 7399695662746435584 \\ 7399695662746435584 \\ \hline 14799391325492871168 \\ 14799391325492871168 \\ \hline 29598782650985742336 \\ 29598782650985742336 \\ \hline 59197565301971484672 \\ 59197565301971484672 \\ \hline 118395130603942969344 \\ 118395130603942969344 \\ \hline 236790261207885938688 \\ 236790261207885938688 \\ \hline 473580522415771877376 \\ 473580522415771877376 \\ \hline 947161044831543754752 \\ 947161044831543754752 \\ \hline 1894322089663087509504 \\ 1894322089663087509504 \\ \hline 3788644179326175019008 \\ 3788644179326175019008 \\ \hline 7577288358652350038016 \\ 7577288358652350038016 \\ \hline 15154576717304700076032 \\ 15154576717304700076032 \\ \hline 30309153434609400152064 \\ 30309153434609400152064 \\ \hline 60618306869218800304128 \\ 60618306869218800304128 \\ \hline 121236613738437600608256 \\ 121236613738437600608256 \\ \hline 242473227476875201216512 \\ 242473227476875201216512 \\ \hline 484946454953750402433024 \\ 484946454953750402433024 \\ \hline 969892909907500804866048 \\ 969892909907500804866048 \\ \hline 1939785819815001609732096 \\ 1939785819815001609732096 \\ \hline 3879571639630003219464192 \\ 3879571639630003219464192 \\ \hline 7759143279260006438928384 \\ 7759143279260006438928384 \\ \hline 15518286558520012877856768 \\ 15518286558520012877856768 \\ \hline 31036573117040025755713536 \\ 31036573117040025755713536 \\ \hline 62073146234080051511427072 \\ 62073146234080051511427072 \\ \hline 124146292468160103022854144 \\ 124146292468160103022854144 \\ \hline 248292584936320206045708288 \\ 248292584936320206045708288 \\ \hline 496585169872640412091416576 \\ 496585169872640412091416576 \\ \hline 993170339745280824182833152 \\ 993170339745280824182833152 \\ \hline 1986340679490561648365666304 \\ 1986340679490561648365666304 \\ \hline 3972681358981123296731332608 \\ 3972681358981123296731332608 \\ \hline 7945362717962246593462665216 \\ 7945362717962246593462665216 \\ \hline 15890725435924493186925330432 \\ 15890725435924493186925330432 \\ \hline 31781450871848986373850660864 \\ 31781450871848986373850660864 \\ \hline 63562901743697972747701321728 \\ 63562901743697972747701321728 \\ \hline 127125803487395945495402643456 \\ 127125803487395945495402643456 \\ \hline 254251606974791890990805286912 \\ 254251606974791890990805286912 \\ \hline 508503213949583781981610573824 \\ 508503213949583781981610573824 \\ \hline 1017006427899167563963221147648 \\ 1017006427899167563963221147648 \\ \hline 2034012855798335127926442295296 \\ 2034012855798335127926442295296 \\ \hline 4068025711596670255852884590592 \\ 4068025711596670255852884590592 \\ \hline 8136051423193340511705769181184 \\ 8136051423193340511705769181184 \\ \hline 16272102846386681023411538362368 \\ 16272102846386681023411538362368 \\ \hline 32544205692773362046823076724736 \\ 32544205692773362046823076724736 \\ \hline 65088411385546724093646153449472 \\ 65088411385546724093646153449472 \\ \hline 130176822771093448187292306898944 \\ 130176822771093448187292306898944 \\ \hline 260353645542186896374584613797888 \\ 260353645542186896374584613797888 \\ \hline 520707291084373792749169227595776 \\ 520707291084373792749169227595776 \\ \hline 1041414582168747585498338455191552 \\ 1041414582168747585498338455191552 \\ \hline 2082829164337495170996676910383104 \\ 2082829164337495170996676910383104 \\ \hline 4165658328674990341993353820766208 \\ 4165658328674990341993353820766208 \\ \hline 8331316657349980683986707641532416 \\ 8331316657349980683986707641532416 \\ \hline 16662633314699961367973415283064832 \\ 16662633314699961367973415283064832 \\ \hline 33325266629399922735946830566129664 \\ 33325266629399922735946830566129664 \\ \hline 66650533258799845471893661132259328 \\ 66650533258799845471893661132259328 \\ \hline 133301066577599690943787322264518656 \\ 133301066577599690943787322264518656 \\ \hline 266602133155199381887574644529037312 \\ 266602133155199381887574644529037312 \\ \hline 533204266310398763775149289058074624 \\ 533204266310398763775149289058074624 \\ \hline 1066408532620797527550298578116149248 \\ 1066408532620797527550298578116149248 \\ \hline 2132817065241595055100597156232298496 \\ 2132817065241595055100597156232298496 \\ \hline 4265634130483190110201194312464596992 \\ 4265634130483190110201194312464596992 \\ \hline 8531268260966380220402388624929193984 \\ 8531268260966380220402388624929193984 \\ \hline 17062536521932760440804777249858387968 \\ 17062536521932760440804777249858387968 \\ \hline 34125073043865520881609554499716775936 \\ 34125073043865520881609554499716775936 \\ \hline 68250146087731041763219108999433551872 \\ 68250146087731041763219108999433551872 \\ \hline 136500292175462083526438217998867103744 \\ 136500292175462083526438217998867103744 \\ \hline 273000584350924167052876435997734207488 \\ 273000584350924167052876435997734207488 \\ \hline 546001168701848334105752871995468414976 \\ 546001168701848334105752871995468414976 \\ \hline 1092002337403696668211505743990936829952 \\ 1092002337403696668211505743990936829952 \\ \hline 2184004674807393336423011487981873659904 \\ 2184004674807393336423011487981873659904 \\ \hline 4368009349614786672846022975963747319808 \\ 4368009349614786672846022975963747319808 \\ \hline 8736018699229573345692045951927494639616 \\ 8736018699229573345692045951927494639616 \\ \hline 17472037398459146691384091903854989279232 \\ 17472037398459146691384091903854989279232 \\ \hline 34944074796918293382768183807709978558464 \\ 34944074796918293382768183807709978558464 \\ \hline 69888149593836586765536367615419957116928 \\ 69888149593836586765536367615419957116928 \\ \hline 139776299187673173531072735230839914233856 \\ 139776299187673173531072735230839914233856 \\ \hline 279552598375346347062145470461679828467712 \\ 279552598375346347062145470461679828467712 \\ \hline 559105196750692694124290940923359656935424 \\ 559105196750692694124290940923359656935424 \\ \hline 1118210393501385388248581881846719313870848 \\ 1118210393501385388248581881846719313870848 \\ \hline 2236420787002770776497163763693438627741696 \\ 2236420787002770776497163763693438627741696 \\ \hline 4472841574005541552994327527386877255483392 \\ 4472841574005541552994327527386877255483392 \\ \hline 8945683148011083105988655054773754510966784 \\ 8945683148011083105988655054773754510966784 \\ \hline 17891366296022166211977310109547509021933568 \\ 17891366296022166211977310109547509021933568 \\ \hline 35782732592044332423954620219095018043867136 \\ 35782732592044332423954620219095018043867136 \\ \hline 71565465184088664847909240438190036087734272 \\ 71565465184088664847909240438190036087734272 \\ \hline 143130930368177329695818480876380072175468544 \\ 143130930368177329695818480876380072175468544 \\ \hline 286261860736354659391636961752760144350937088 \\ 286261860736354659391636961752760144350937088 \\ \hline 572523721472709318783273923505520288701874176 \\ 572523721472709318783273923505520288701874176 \\ \hline 1145047442945418637566547847011040577403748352 \\ 1145047442945418637566547847011040577403748352 \\ \hline 2290094885890837275133095694022081154807496704 \\ 2290094885890837275133095694022081154807496704 \\ \hline 4580189771781674550266191388044162309614993408 \\ 4580189771781674550266191388044162309614993408 \\ \hline 9160379543563349100532382776088324619229986816 \\ 9160379543563349100532382776088324619229986816 \\ \hline 18320759087126698201064765552176649238459973632 \\ 18320759087126698201064765552176649238459973632 \\ \hline 36641518174253396402129531104353298476919947264 \\ 36641518174253396402129531104353298476919947264 \\ \hline 73283036348506792804259062208706596953839894528 \\ 73283036348506792804259062208706596953839894528 \\ \hline 146566072697013585608518124417413193907679789056 \\ 146566072697013585608518124417413193907679789056 \\ \hline 293132145394027171217036248834826387815359578112 \\ 293132145394027171217036248834826387815359578112 \\ \hline 586264290788054342434072497669652775630719156224 \\ 586264290788054342434072497669652775630719156224 \\ \hline 1172528581576108684868144995339305551261438312448 \\ 1172528581576108684868144995339305551261438312448 \\ \hline 2345057163152217369736289990678611102522876624896 \\ 2345057163152217369736289990678611102522876624896 \\ \hline 4690114326304434739472579981357222205045753249792 \\ 4690114326304434739472579981357222205045753249792 \\ \hline 9380228652608869478945159962714444410091506499584 \\ 9380228652608869478945159962714444410091506499584 \\ \hline 18760457305217738957890319925428888820183012999168 \\ 18760457305217738957890319925428888820183012999168 \\ \hline 37520914610435477915780639850857777640366025998336 \\ 37520914610435477915780639850857777640366025998336 \\ \hline 75041829220870955831561279701715555280732051996672 \\ 75041829220870955831561279701715555280732051996672 \\ \hline 150083658441741911663122559403431110561464103993344 \\ 150083658441741911663122559403431110561464103993344 \\ \hline 300167316883483823326245118806862221122928207986688 \\ 300167316883483823326245118806862221122928207986688 \\ \hline 600334633766967646652490237613724442245856415973376 \\ 600334633766967646652490237613724442245856415973376 \\ \hline 1200669267533935293304980475227448884491728831946752 \\ 1200669267533935293304980475227448884491728831946752 \\ \hline 2401338535067870586609960950454897768983457663893504 \\ 2401338535067870586609960950454897768983457663893504 \\ \hline 4802677070135741173219921900909795537966915327787008 \\ 4802677070135741173219921900909795537966915327787008 \\ \hline 9605354140271482346439843801819591075933830655574016 \\ 9605354140271482346439843801819591075933830655574016 \\ \hline 19210708280542964692879687603639182151867661311148032 \\ 19210708280542964692879687603639182151867661311148032 \\ \hline 38421416561085929385759375207278364303735322622296064 \\ 38421416561085929385759375207278364303735322622296064 \\ \hline 76842833122171858771518750414556728607470645244592128 \\ 76842833122171858771518750414556728607470645244592128 \\ \hline 153685666244343717543037500829113457214941290489184256 \\ 153685666244343717543037500829113457214941290489184256 \\ \hline 307371332488687435086075001658226914429882580978368512 \\ 307371332488687435086075001658226914429882580978368512 \\ \hline 614742664977374870172150003316453828859765161956737024 \\ 614742664977374870172150003316453828859765161956737024 \\ \hline 1229485329954749740344300006632907657719530323913474048 \\ 1229485329954749740344300006632907657719530323913474048 \\ \hline 2458970659909499480688600013265815315439060647826948096 \\ 2458970659909499480688600013265815315439060647826948096 \\ \hline 4917941319818998961377200026531630630878121295653896192 \\ 4917941319818998961377200026531630630878121295653896192 \\ \hline 9835882639637997922754400053063261261756242591307792384 \\ 9835882639637997922754400053063261261756242591307792384 \\ \hline 19671765279275995845508800106126522523512485182615584768 \\ 19671765279275995845508800106126522523512485182615584768 \\$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

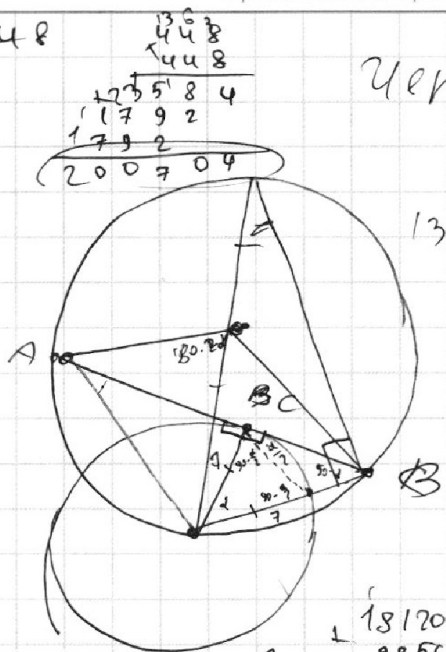
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



448

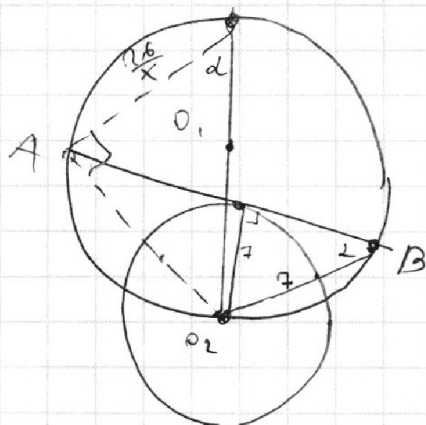
448

4

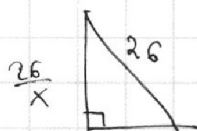
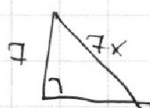
181203

28561

209764



209764



26

56143

49x^2 + 49x + 5016

1254

181203

26

26

156

52

676

$$676 - \frac{676}{x^2} = (12x)^2 + 49$$

$$676 - \frac{676}{x^2} = 289x^2 + 49$$

$$289x^2 - 676 = 289x^2 + 49x^2$$

$$x^2 = t$$

$$t \geq 0$$

$$676t - 676 - 49t = 289t$$

$$677t - 676 = 289t$$

$$789t^2 - 677t + 676 = 0$$

289

49

338