



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам
- $$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$
- Найдите все возможные значения произведения xy .
6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
- а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
- б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$bc : 2^{19} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$$

$$ac : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \quad ab, c \in N$$

$$(abc)^2 : 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$$

1) т.к. $a, b, c \in N \Rightarrow abc \in N \Rightarrow$ из числа $(abc)^2$
~~известно, что оно делится на 4~~

2) минимальное

число делителей

$$2^{36} \cdot 3^{60} \cdot 5^{52} = (abc)^2$$

извлекается корень из всех простых
чисел, из произведения которых
состоит число $(abc)^2$, должны быть в
каждой степени.

$$\min_{\exists abc} abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

$$\text{Объем: } abc_{\min} = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$



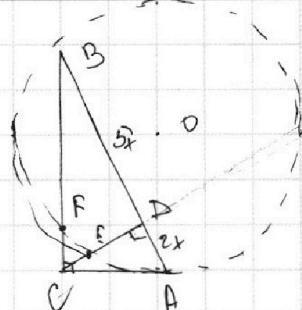
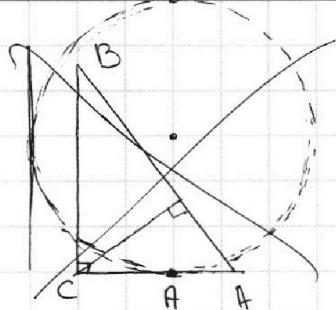
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\triangle CEF \sim \triangle CDB \Rightarrow \frac{S_{CEF}}{S_{CDB}} = k^2 \cdot \left(\frac{CE}{CD}\right)^2$$

т.к

$$\angle BCD - \text{од уг}$$

$$\angle CBD = \angle CFE \quad (\text{кообр } FE \parallel BD) \\ (CB - \text{сек})$$

$$FE \parallel AB \quad \frac{BA}{BP} = \frac{z}{5}$$

$$CD^2 = BD \cdot DA \quad (\text{высота} \\ \text{б прям})$$

$$CD = x\sqrt{10}$$

т.к

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CBD}} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \left(\frac{CD}{CE}\right)^2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{4x^2}{CE^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\sin x) \in [0, \pi]$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x) \quad 9\pi - 2x \in [0, 10\pi]$$

$$0 \leq 9\pi - 2x \leq 10\pi \quad | -9\pi$$

$$-9\pi \leq -2x \leq \pi \quad | :(-2)$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$$

$$\begin{cases} 5\pi - 10x = 9\pi - 2x \\ x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}] \end{cases}$$

$$\begin{cases} -8x = 4\pi \\ x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}] \end{cases}$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

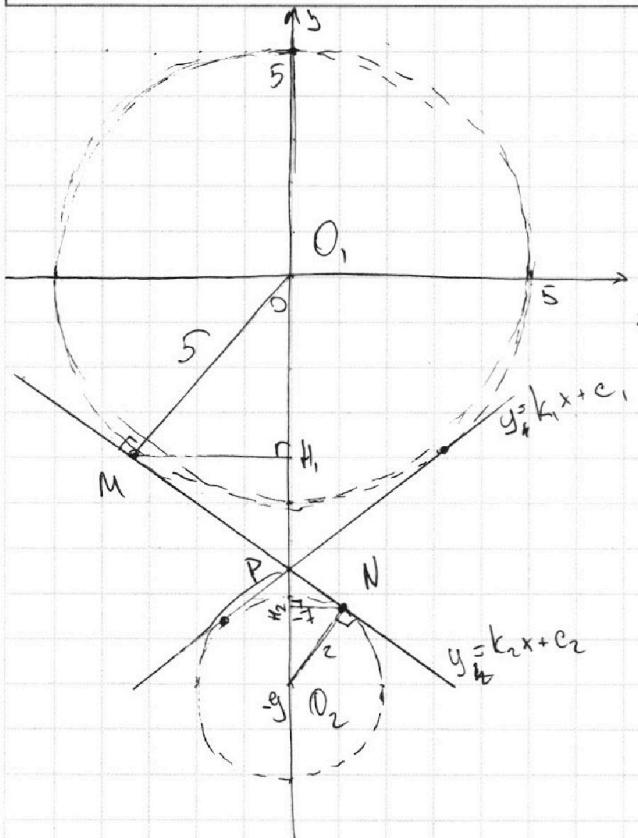
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2?

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \quad (2) \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) \leq 0 \quad (1) \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+9)^2 = u \end{cases}$$

$x^2 + y^2 = 25$ - граф. окр

с ц. $(0;0)$ $R=5$

$x^2 + (y+9)^2 = u$ - граф. окр.

с ц. $(0; -9)$ $R=\sqrt{u}$

$$2) 5x + 6ay - b \leq 0$$

$$y \leq -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$

b зависит только
одного вниз и вверх,

а a либо и то
насторож

т.к картинка сим. относ. ОУ

$k_1 = -k_2$ и прямые

$$y \leq k_1 x + c_1 \neq y \leq k_2 x + c_2$$

прес на прямой ОУ

$$\Rightarrow \Delta MO_1P \sim \Delta PNO_2 \Rightarrow k = \frac{2}{5}$$

1) Рассл $\Delta MO_1P \sim \Delta PNO_2$

$$1) \angle O_1MP = \angle PNO_2 \text{ (равные и ост.)}$$

$$2) \angle O_1PM = \angle NPO_2 \text{ (верт)}$$

$$2) MN = \sqrt{O_1O_2^2 - (O_1M + O_2N)^2} = 4\sqrt{2}$$

$$KP = \frac{20\pi}{7}$$

$$PN = \frac{8\pi}{7}$$

$$OP = \frac{5\pi}{7} \Leftrightarrow \frac{OP}{PO_2} = \frac{\pi}{7}$$

$$OP = \frac{18}{7} \quad O_1O_2 = 9$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) из ΔO_1MP найдем высоту MM_1 , $MH_1 = \frac{M_1 \cdot MP}{O_1 P} = \frac{5 \cdot 20\sqrt{2} \cdot 7}{7 \cdot 5 \cdot 9} = \frac{20\sqrt{2}}{9}$

$O_1 H_1 = \sqrt{25 - \frac{800}{81}} = \frac{35}{9}$ (из $\Delta M_1 H_1 O_1$)

$M \left(-\frac{20\sqrt{2}}{9}; -\frac{35}{9} \right)$

a) из ΔO_2NP

$$NH_2 = \frac{NP \cdot NO_2}{PO_2} = \frac{2 \cdot \frac{8\sqrt{2}}{7}}{\frac{18}{9}} = \frac{8\sqrt{2}}{9}$$

$$O_2 H_2 = \sqrt{4 - \frac{128}{81}} = \frac{14}{9}$$

$$\Rightarrow N \left(\frac{8\sqrt{2}}{9}; -9 + \frac{14}{9} \right)$$

$$N \left(\frac{8\sqrt{2}}{9}; -\frac{67}{9} \right)$$

5) $k_2 = \frac{y_N - y_M}{x_N - x_M} = \frac{-\frac{67}{9} + \frac{35}{9}}{\frac{8\sqrt{2}}{9} + \frac{20\sqrt{2}}{9}} = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$

$$-\frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$Q_1 \leq \frac{35}{24\sqrt{2}} \Rightarrow k_1 = \frac{4\sqrt{2}}{7} \Rightarrow Q_2 > -\frac{35}{24\sqrt{2}}$$

$$Obram: Q \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}, \frac{35}{24\sqrt{2}} \right] - \left[\frac{5}{6a}, \frac{4\sqrt{2}}{7} \right]$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_{11}^u x - 6 \log_x^{11} = \log_{x^3} 11^{-2} - 5 \\ \log_{11}^u \frac{y}{2} + \log_{\frac{y}{2}}^{11} = \log_{(\frac{x}{2})^3} 11^{-13} - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ y > 0 \\ y \neq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{11}^u x - \frac{16}{3} \log_x^{11} = -5 \\ \log_{11}^u \frac{y}{2} + \frac{16}{3} \log_{\frac{y}{2}}^{11} = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{11}^u x - \frac{16}{3} \log_x^{11} = -5 \\ \log_{11}^u \frac{y}{2} - \frac{16}{3} \log_{\frac{y}{2}}^{11} = -5 \end{cases}$$

$$\log_{11}^u \frac{y}{2} - \log_{11}^u x$$

$$x = \frac{2}{y} \Rightarrow xy = 2$$

$$\log_{11}^u \frac{y}{2} - \log_{11}^u x = \frac{16}{3} \log_x^{11} - \log_{\frac{y}{2}}^{11}$$

$$f(x) = \log_{11}^u x - \frac{16}{3} \log_x^{11}$$

$$f(x) \in \log | \log_{11}^u x |$$

$$f(x) \not\in \log_x^{11} \rightarrow \log_x^{11} \not\in$$

$$f(x) \not\in \log_x^{11} \rightarrow \log_x^{11} \not\in$$

$$\text{Ostern: } xy = 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

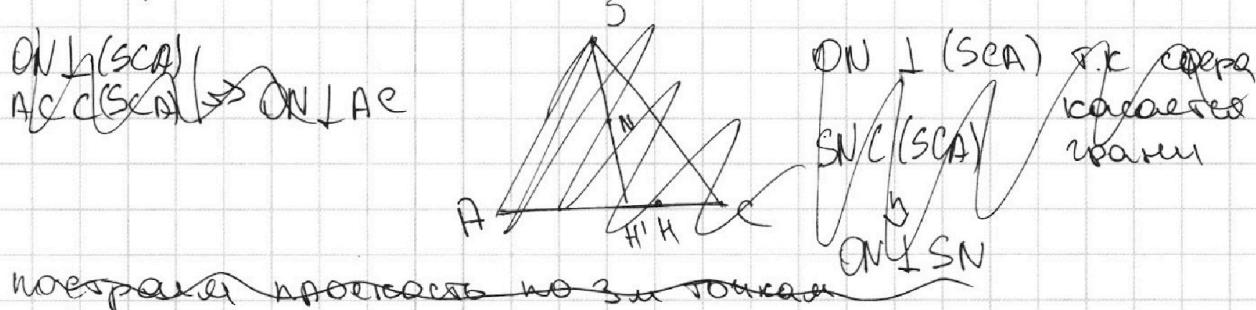
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

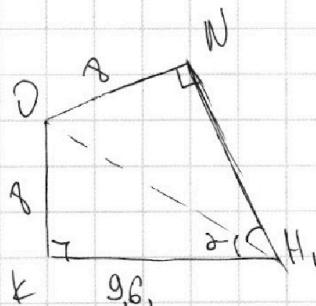
$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 3\sqrt{10} \cdot 9\sqrt{10} \cdot 30 = 270 \cdot 30 = 8100$$

δ) $SN = 6$ N-точка касания сферы \Rightarrow грани BCS $SN = SH_1 = 6$
 $R = 8$

Сфера касается двух граней, между которыми надо найти угол, а этот угол будет равен $\angle N H_1 K$ (N и K -точки касания граней KH_1 -боковую к BC)



$$AK \perp KN \quad SN \perp ON \Rightarrow SO = \sqrt{SN^2 + ON^2} = 10$$

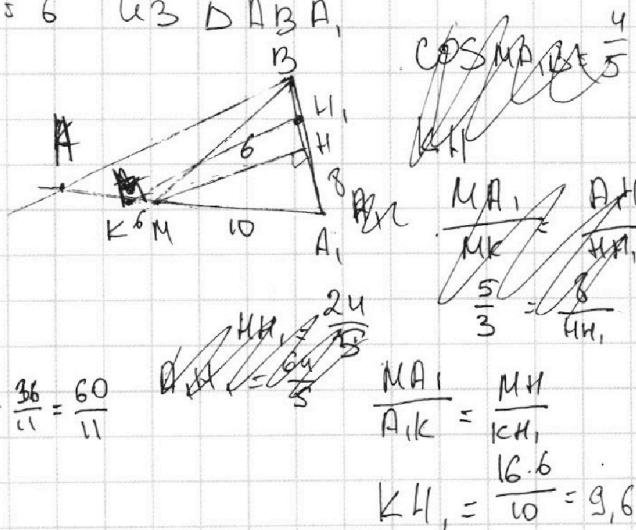


$$\tan \alpha = \frac{8 \cdot 10}{16 \cdot 6} = \frac{5}{6}$$

$$\tan \alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{\frac{5}{3}}{1 - \frac{25}{36}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{36}{11} = \frac{60}{11}$$

$$\angle KHN = \arctan \frac{60}{11}$$

$$SH_1 = MK = 6 \quad \text{из } \triangle ABA_1$$



$$\text{Oblen: } \alpha_{AA_1, BB_1, CC_1} = 8100$$

$$\delta) \angle SBC = \arctan \frac{60}{11}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

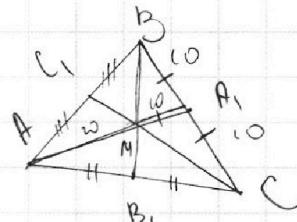
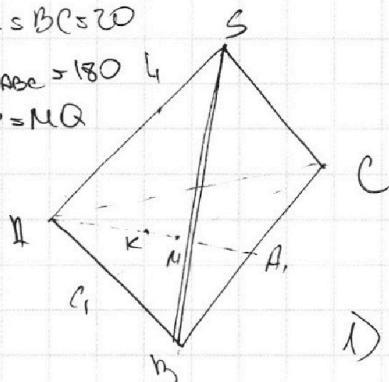
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

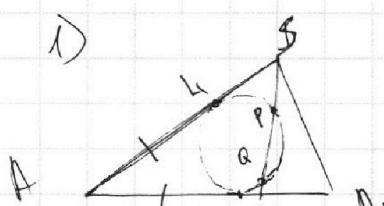
$$SA = BC = 20$$

$$S_{\triangle ABC} = 180 \text{ град}$$

$$SP = MQ$$



?) AA1, BB1, CC1, - ?



$$KM^2 = MQ \cdot MP$$

$$\begin{aligned} \text{т.к } MQ &= SP \\ MQ &\stackrel{?}{=} SQ \end{aligned}$$

$$AK = AK (\text{cb-bo линия опускн. жена})$$

$$\begin{aligned} AS &= AM \geq KM = SH \\ &\text{в.в.} \end{aligned}$$

2) б) $\triangle ABC$

$$\text{M-перп. выс} \Rightarrow \frac{AM}{MA_1} = \frac{2}{1} \Rightarrow MA_1 = 10$$

(cb-bo линия)

б) $\triangle BMC$

Медиана покажет стороны, которую она делит $\Rightarrow \triangle BMC$ прямогр.

$$\begin{cases} BM^2 + MC^2 = 400 \\ 3) S_{\triangle ABC} = 180 \end{cases}$$

$$MB \cdot MC = 120$$

$$BM = \frac{120}{MC}$$

$$\frac{120^2}{MC^2} + MC^2 = 400$$

$$MC^2 = t \\ t > 0$$

$$S_{C,BC} > \frac{S_{ABC}}{2} = 90 ; S_{BMC} = \frac{2}{3} S_{C,BC} = 60$$

$$S_{BMC} = \frac{BM \cdot MC}{t} \Rightarrow MB \cdot MC > 120$$

$$MC = \begin{cases} 2\sqrt{10} \\ 6\sqrt{10} \end{cases} \quad MB = \begin{cases} 6\sqrt{10} \\ 2\sqrt{10} \end{cases}$$

б) Судя однаково бое
зависимости каким образом
MC

$$MC = 2\sqrt{10} \quad MB = 6\sqrt{10}$$

$$MC = 2\sqrt{10}$$

$$MB = 6\sqrt{10}$$

$$MB = 6\sqrt{10}$$

$$t = 200 \pm 160 \quad \begin{cases} 400 \\ 360 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

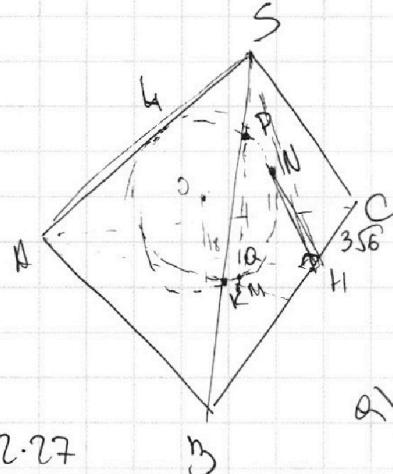
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

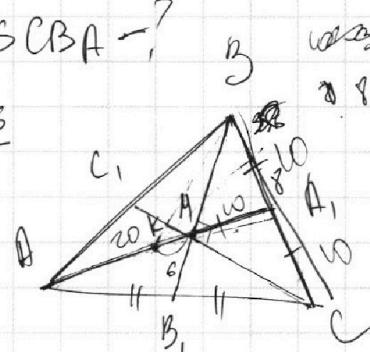
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2.27

$\angle SCB = ?$

$$\frac{5}{3} \cdot \frac{36}{11}$$



16.6

96
 $SP = QM$

$$SA_{ABC} = 180$$

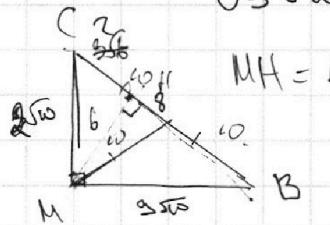
$$SA = BC = 20$$

a) $AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = ?$

$$\frac{AM}{MA_1} = \frac{2}{1}$$

$$ON = 8 \quad SN = 6$$

$$OS = 10$$



$$S_{BCA_1} = 90 \quad S_{BMC} = 60$$

$$KM = SL \Rightarrow AM = 10 \quad AA_1 = 30$$

$$CH = \sqrt{90 - 36} =$$

$$= \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$

$$BC \cdot MC \cdot \frac{1}{2}$$

$$BC \cdot MC = 100 \quad BC > MC$$

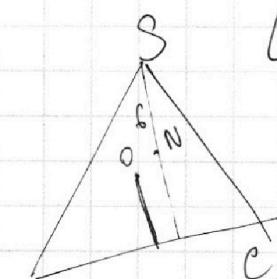
$$\frac{120}{MC}$$

Вывод

$$\begin{cases} BC^2 + MC^2 = 100 \\ \frac{14400}{MC^2} + MC = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{10} x - \frac{16}{3} \log_{10} x = -5 \\ \log_{10} \frac{x}{5} - \frac{16}{3} \log_{10} \frac{x}{5} = -5 \end{cases}$$

$$f^2 - 100f + 14400 = 0$$



B

$$\frac{\phi}{n} = 40000 - 14400 =$$

$$= 200^2 - 120^2 =$$

$$f = 200 \pm 120 =$$

$$\begin{cases} 360 \\ 40 \end{cases}$$

$$80 \cdot 220 = 160^2$$

$$\frac{820}{\sqrt{350} \cdot \sqrt{950} \cdot 30} = 8100$$

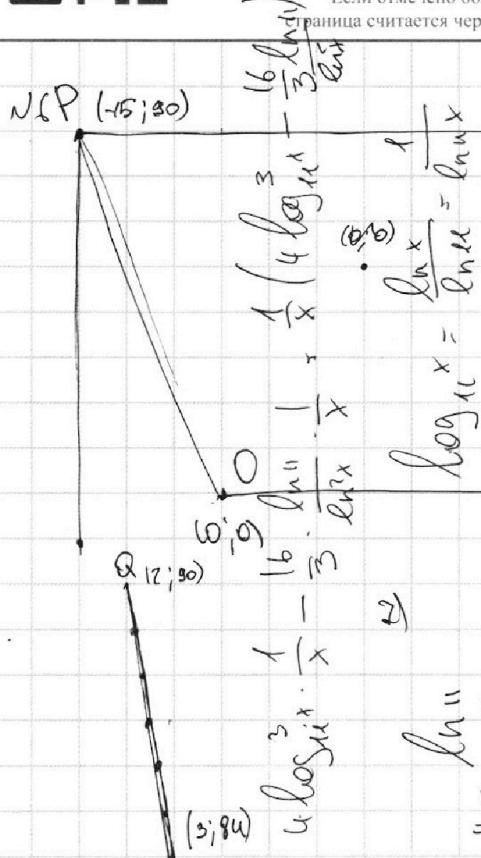


На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, граница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$g - \frac{14}{9} = \frac{81-14}{9} = \frac{67}{9}$$

$$2) \quad \text{NH}_2 = \frac{2 \cdot 852}{7 \cdot 16} = \frac{852}{56} \quad \text{O}_2 + \text{H}_2 = \sqrt{4 - \frac{128}{56}} =$$

$$\frac{f_n}{25} = \frac{-1x}{-1} = \sqrt{1 - \frac{32}{56}} = \frac{2 \cdot 2}{56} = \frac{16}{56}$$

$$\text{NH}_2 = \frac{1.852}{2 \cdot 1.9} \cdot \cancel{x} = \frac{852}{9}$$

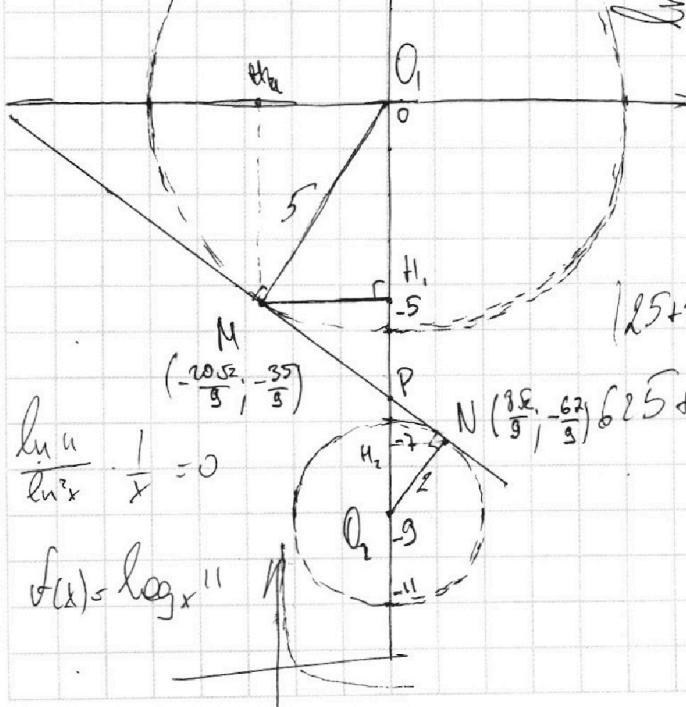
$$O_2 + H_2 \rightleftharpoons \overline{H_2O}$$

$$\frac{f'(x)}{Q''(x)} = \sqrt{1 - \frac{g(x)}{f(x)}} = \frac{2-x}{x} = \frac{(x-2)(x)}{x^2}$$

$$\therefore Q_1 P = \frac{5}{7} \cdot g \quad Q_2 P = \frac{2}{7} \cdot g$$

$$UP = \frac{5}{7} US_2 = \frac{20\sqrt{2}}{7}$$

$$MHS = \frac{\$ \cdot \frac{2052}{7}}{\frac{5.9}{7}} = \frac{2052}{9}$$



W52 3

2052 27

800 129

$$O.M_1 = \sqrt{25 - \frac{800}{81}} =$$

$$3 \sqrt{25 \left(l - \frac{32}{81} \right)} = 5 \cdot \frac{7}{9} = \left(\frac{35}{9} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~3

$$\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x \quad \arccos/\in [0, \pi]$$

$$0 \leq 9\pi - 2x \leq \pi \quad | - 9\pi$$

$$-9\pi \leq 2x \leq \pi \quad | : (-1)$$

$$-\pi \leq x \leq \frac{\pi}{2} \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)$$

$$5\pi - \arcsin(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \quad \text{если}$$

$$-6x = 4\pi - 2x$$

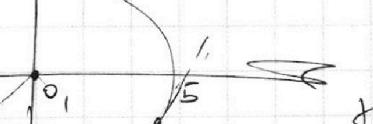
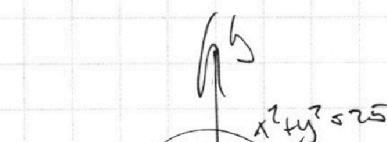
$$8x = -4\pi$$

ну и решить

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25) (x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

$$\underbrace{x^2 + y^2 = 25}_{x^2 + y^2 = 25} \quad a^2 + (y+g)^2 = 4$$



$$OK = \frac{5}{7}$$

$$OK = \frac{45}{7}$$

$$x^2 + \frac{b^2 - 10bx + 25x^2}{56a^2} - 25 = 0$$

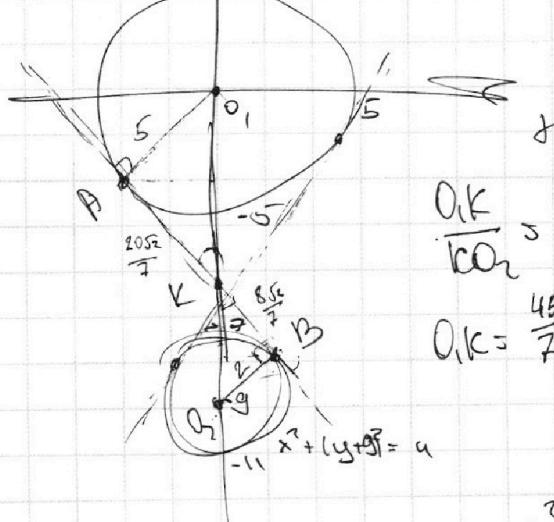
$$x^2 \left(1 + \frac{25}{36a^2}\right) - \frac{10b}{36a^2}x - 25 + \frac{b^2}{36a^2} = 0$$

$$5x + 6y = b$$

и решить

$$5x = b \quad x = \frac{b}{5}$$

$$y = \frac{b-5x}{6a} = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\phi}{u} = \frac{256z^2}{36a^2} - \left(1 + \frac{25}{36a^2}\right) \left| \left(\frac{6}{36a^2} - 25\right) \right| \leq \frac{25^2}{36a^2} + 25 - \frac{6^2}{36a^2} \leq 0$$

$$\frac{6^2}{36a^2} + \frac{66}{36a^2} - 25 - \frac{25^2}{36a^2}$$

$$\left(\frac{25}{6a}\right)^2 + 5^2 = \left(\frac{6}{6a}\right)^2 \quad 81 - u^2 = 32 \quad (u\sqrt{2})^2 = 5 \cdot 32$$

$$x^2 - 25 + (x-9)^2 - 81 = 32$$

$$2x^2 - 18x - 57 = 0 \quad \frac{x}{u} = 81 + 11u = 195$$

$$y^2 = 25 - x^2$$

$$y = \sqrt{25 - x^2} \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{25 - x^2}} \cdot (-2x) = -\frac{2x}{\sqrt{25 - x^2}} = -\frac{5}{6a}$$

$$(y')^2 = 4 - x^2 \quad y + g > \sqrt{4 - x^2} \quad y = \sqrt{u - x^2} - g \quad y' = \frac{-2x}{\sqrt{u - x^2}} = -\frac{5}{6a}$$

$$\frac{t \frac{dx}{dx}}{\sqrt{25 - x^2}} = \frac{t \frac{dx}{dx}}{\sqrt{u - x^2}}$$

$$x \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{25 - x^2}} - \frac{1}{\sqrt{u - x^2}}\right)} \leq 0$$

$$\sqrt{25 - x^2} = \sqrt{u - x^2}$$

$$\frac{2x}{5x} \quad 7x = 9 \\ x = \frac{9}{7}$$

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$25 - x_0^2 + \frac{-2x_0}{\sqrt{25 - x_0^2}} (x - x_0) \leq$$

$$\frac{-2x}{\sqrt{u - x^2}} = \frac{5}{6a}$$

$$\frac{2x}{\sqrt{25 - x^2}} = \frac{5}{6a}$$

$$12ax = 5\sqrt{25 - x^2}$$

$$a = \frac{5\sqrt{25 - x^2}}{12x}$$

$$12ax = 5\sqrt{u - x^2}$$

$$a = \frac{5\sqrt{u - x^2}}{12x}$$

$$25 - x_1^2 = u - x_2^2$$

$$x_1^2 - x_2^2 = u$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_{11}^u - 6 \log_{11}^{11} = \frac{1}{m} - 5 & (1) \\ \log_{11}^u \left(\frac{1}{2}y\right) + \log_{11}^{\frac{1}{2}y} = \log_{11}^{\frac{1}{2}y} \left(11^{-13}\right) - 5 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \\ y \geq 0 \\ y \neq 2 \end{cases}$$

$$1) \log_{11}^u - \frac{6}{\log_{11}^{11}} = -\frac{2}{3} \log_{11}^{11} - 5$$

$$\frac{1}{\log_{11}^{11}} - 6 \log_{11}^{11} = -\frac{2}{3} \log_{11}^{11} - 5$$

$$\frac{1}{t^u} - 6t = -\frac{2}{3}t - 5$$

$$\frac{1}{t^u} - \frac{16}{3}t + 5 = 0$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}y}^{11}} + \log_{\frac{1}{2}y}^{11} = 14 \\ & = -\frac{13}{3} \log_{\frac{1}{2}}^{11} - 5 \end{aligned}$$

$$(2)-(1)$$

$$\frac{1}{m^u} - \frac{1}{t^u} + \frac{16}{3}(m+t) = 0$$

$$\frac{1}{m^u} + m = -\frac{13}{3}m - 5$$

$$\frac{1}{m^u} + \frac{16}{3}m + 5 = 0$$

$$m^u - mat^u + \frac{16}{3} \left(\frac{m+t}{m \cdot t} \right) = 0 \quad \begin{matrix} \frac{1}{m} = m' \\ \log_{11}^u \end{matrix} \quad \begin{matrix} \frac{1}{t} = t' \\ \log_{11}^{\frac{1}{2}y} \end{matrix}$$

$$(m_1+t_1)(m_1-t_1)(m_1^2+t_1^2)$$

$$(m_1+t_1) \left(\log_{11}^{\frac{2x}{3}} (m_1^2+t_1^2) + \frac{16}{3m_1t_1} \right) = 0$$

$$\log_{11}^{\frac{xy}{2}} \quad \boxed{xy=2}$$

$$\log_{11}^{\frac{2x}{3}} (\log_{11}^2 \frac{xy}{2} - 2m_1t_1) + \frac{16}{3m_1t_1} =$$

$$\log_{11}^u (m_1-t_1) ((m_1+t_1)^2 - 2m_1t_1) + \frac{16}{3m_1t_1}$$