



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Условие можно переписать так:

$$\begin{cases} \textcircled{1} \text{ord}_2(a) + \text{ord}_2(b) \geq 6 \\ \text{ord}_2(a) + \text{ord}_2(c) \geq 16 \\ \text{ord}_2(b) + \text{ord}_2(c) \geq 14 \end{cases} \Rightarrow \text{ord}_2(abc) = \frac{6+16+14}{2} = 18$$

р-бо бьен. при $\text{ord}_2(a)=4, \text{ord}_2(b)=2, \text{ord}_2(c)=12$.
(всё уст. лем. сист. при этом сод.)

$$\begin{cases} \textcircled{2} \text{ord}_5(a) + \text{ord}_5(b) \geq 11 \\ \text{ord}_5(b) + \text{ord}_5(c) \geq 13 \\ \text{ord}_5(a) + \text{ord}_5(c) \geq 28 \end{cases} \Rightarrow \text{ord}_5(abc) = \frac{11+13+28}{2} = 28$$

р-бо бьен. при $\text{ord}_5(a)=14, \text{ord}_5(b)=0, \text{ord}_5(c)=14$.
(всё уст. лем. сист. при этом сод.)

$$\begin{cases} \textcircled{3} \text{ord}_3(a) + \text{ord}_3(b) \geq 13 \\ \text{ord}_3(b) + \text{ord}_3(c) \geq 21 \\ \text{ord}_3(a) + \text{ord}_3(c) \geq 25 \end{cases} \Rightarrow \text{ord}_3(abc) = \frac{25+21+13}{2} = 29,5 \Rightarrow \text{ord}_3(abc) \geq 30$$

см. у. $\text{ord}_3(abc) \in \mathbb{N}$

р-бо бьен. при $\text{ord}_3(a)=8, \text{ord}_3(b)=5, \text{ord}_3(c)=17$.
(всё уст. лем. сист. соблюдены)

Итак, что $abc: 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \Rightarrow abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ тогда. тогда все уст. заданию при
 $a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{14}, b = 2^2 \cdot 3^5, c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{14}$.

Ответ: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$.

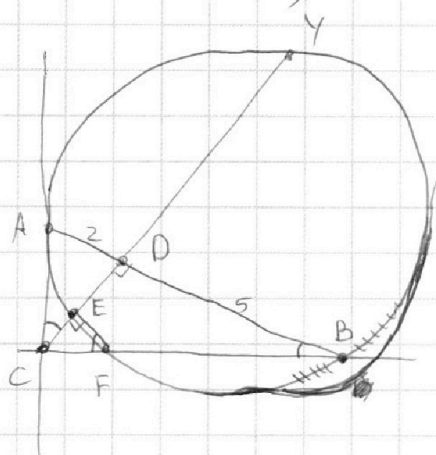
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

 $\sqrt{2}$ (радиус 1)

Обозначим длину AD как 2 у.е., тогда т.к. $\frac{AB}{BD} = \frac{7}{5} \Leftrightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{2}{5} \Rightarrow$ длина DB равна 5 у.е. Далее посчитаем длину и площадь. Будет произведение 10 у.е. и (у.е.)² соотв. и миллиметров. не упоминается у.е. не будет.

1) $\frac{AD}{CD} = \frac{DC}{BD} \Rightarrow DC^2 = AD \cdot BD = 10 \Rightarrow DC = \sqrt{10}$ (по теореме о сегментах в Δ)

$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{4 + 10} = \sqrt{14}$$

$$CB = \sqrt{CD^2 + DB^2} = \sqrt{25 + 10} = \sqrt{35}$$

(map map.)

2) Прогнули с Е го Второго пересел. У с оир-тью (АЕФ).

Then $\deg_D(D) = 2 \cdot 5 = AD \cdot BD = ED \cdot DY = (CD - CE) \cdot DY = (\sqrt{10} - CE) \cdot DY$

$$\text{deg}(C) = AC^2 = 14 = CE \cdot CY = CE(\sqrt{10} + PY) = CE(\sqrt{10} + PY)$$

$\Rightarrow$ найдем ант. $\begin{cases} 10 = (\sqrt{10} - CE) \cdot DY \\ 14 = CE (\sqrt{10} + DY) \end{cases}$

для удобства $CE=a$, $DY=b$

$$\begin{aligned} 10 &= \sqrt{10}b - ab \\ 14 &= ab + \sqrt{10}a \end{aligned} \Rightarrow 24 = \sqrt{10}(a+b) \Rightarrow b = \frac{24}{\sqrt{10}} - a > 0$$

$$\Rightarrow 14 = a \left(\frac{24}{\sqrt{10}} - a \right) + \sqrt{10} a = -a^2 + \left(\frac{24}{\sqrt{10}} + \sqrt{10} \right) a = -a^2 + \frac{34}{\sqrt{10}} a$$

$$\Rightarrow a^2 - \frac{34}{\sqrt{10}}a + 14 = 0$$

$$D_a = \frac{34^2}{10} - 4 \cdot 14 = \frac{1156 - 560}{10} = \frac{596}{10}$$

$$a = \frac{\frac{34}{\sqrt{10}} \pm \sqrt{10}}{2} = \frac{\frac{34 \pm \sqrt{90}}{\sqrt{10}}}{2} = \frac{17 \pm \sqrt{45}}{\sqrt{10}} \rightarrow \frac{17 + \sqrt{45}}{\sqrt{10}}, \frac{17 - \sqrt{45}}{\sqrt{10}}$$

$$\text{Für } a = \frac{17 + \sqrt{149}}{\sqrt{10}}, \text{ m.v. } a < \frac{24}{\sqrt{10}} \Rightarrow 17 + \sqrt{149} < 24 \Rightarrow \sqrt{149} < 7 \Rightarrow 149 < 49 \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2 (часть 2)

3) $\triangle ACD \sim \triangle CBD$ (CD - высота в $\triangle$)

$\triangle CEF \sim \triangle CDB$ (EF || DB и лежат на одной прямой)

$\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle CFE \Rightarrow \frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = k^2_{подобия} = \frac{AD^2}{CE^2} =$

$$\frac{4}{\frac{(17 - \sqrt{149})^2}{10}} = \frac{40}{289 - 34\sqrt{149} + 149} = \frac{40}{438 - 34\sqrt{149}} = \frac{20}{219 - 17\sqrt{149}}$$

Ответ: $\frac{20}{219 - 17\sqrt{149}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



N3

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10} \Leftrightarrow 5\pi - 10x + 20\pi k = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 8x = 20\pi k - 4\pi \\ \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} -\frac{\pi}{2} + x + 2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10} \Leftrightarrow -5\pi + 10x + 20\pi k = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 12x = 14\pi - 20\pi k \\ -\frac{\pi}{2} + x + 2\pi k \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k$$

$$\begin{cases} x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} - \frac{5}{2}\pi k + \frac{\pi}{2} + 2\pi k \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \pi - \frac{\pi k}{5} \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k \\ -\frac{\pi}{2} + \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k + 2\pi k \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi k}{3} \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{k}{5} \in [0; 1], k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3} + \frac{k}{3} \in [0; 1], k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow k \in \{0, 1, -1, -2\}$$

$$x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2}, k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5\pi k}{3}, k \in \{2, 1, 0, 1\}$$

Ответ: $\begin{cases} x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}, k \in [0; 5] \\ x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}, k \in [2; 1] \end{cases}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

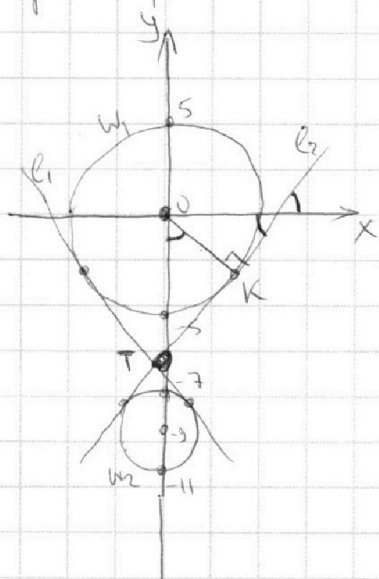
МФТИ

№4 (решить)

Второе ур-ние:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + y^2 + 18y + 81 = 81 - 77 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 \end{cases}$$

gbe sup-mu c y. (0;0) u r=5 u c y. (0;-9), r=2.



Если $a=0$, то первое ур-ние

~~Septimio~~ ~~Septimio~~ ~~Septimio~~
 Thorga $5x - b = 0 \Leftrightarrow x = \frac{b}{5}, b = 0$ ~~no solution~~
 (b=0 then 0)

Пусть $a \neq 0 \Rightarrow$ перв-
~~степенное~~ ~~уравнение~~ ~~линейное~~ ур-ние
представим в виде
 $6ax = b - 5x \Leftrightarrow y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$

Проведем 2 касат. ℓ_1 и ℓ_2 , которые внутр. образом касаются окр-тей, ℓ_1 имеет отриц. наклон, а ℓ_2 - положит. Они пересекут. в точке $T \in OY$ в силу симм. относит. OY .

1) O_1 - yenging sur-mu $W_1 \in y. (0; 0) \cup r = 5$,
 O_2 - yenging sur-mu $W_2 \in y. (0; -9) \cup r = 2$.
 2) $\frac{O_1 T}{O_2 T} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{5}{2} \Rightarrow O_1 T = \frac{5}{2} O_2 T$

$$\Rightarrow \begin{matrix} \text{maximize} & 0_1 T + 10_2 = 9 \Rightarrow \frac{7}{2} 0_2 T = 9 \Rightarrow 0_2 T = \frac{18}{7} \\ & \Rightarrow 0_1 T = 9 - \frac{18}{7} = \frac{63-18}{7} = \frac{45}{7} \Rightarrow T(0_1, \frac{45}{7}) \end{matrix}$$

Рисунб ℓ_2 показат. w_1 б $K \Rightarrow \alpha K^2 + K T^2 = T O_1^2$ (мерс.
 Рисунб, $\angle OKT = 90^\circ$ б $\sin$ насаи.)

$$\Rightarrow T_k^2 = 0,7^2 - 0,1^2 = \frac{45^2}{49} - r_1^2 = \frac{45^2}{49} - 25 = \frac{45^2 - 35^2}{7^2} = \frac{10 \cdot 80}{49} = \frac{800}{49}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



№4 (часть 2)

Котр. наклон $\ell_2 = \pm g \angle (\ell_2, OX) = \pm g \angle \tau_{O,K}$

(в силу подобия Δ образ. высотой в Δ)

$$= \frac{TK}{OK} = \frac{\frac{20\sqrt{2}}{7}}{5} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

В силу симм. ℓ_1, ℓ_2 отн. OY , котр. наклон ℓ_1 - $-\frac{4\sqrt{2}}{7}$.

Вернемся к прямой ℓ ур-ния $y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$.

Пусть $-\frac{5}{6a} \in \left[\frac{4\sqrt{2}}{7}; \frac{4\sqrt{2}}{7}\right]$. Тогда проведем

прямую с данным наклоном через T

(сделать это можно, т.к. $-\frac{5}{6a}$ может быть любым мы можем провести функцию прямой с наклоном $-\frac{5}{6a}$ через любую точку на OX).

Тогда, в силу $-\frac{5}{6a} \in \left[\frac{4\sqrt{2}}{7}; \frac{4\sqrt{2}}{7}\right]$, прямая

ℓ ур-ния будет более пологой, чем касат., по отношению к OX , и не пересек. ни одну окр-ть, ~~или~~ или в точности совп. с

одной из касательных. Если пересек. 0,

тогда прямая срика. наклонной касат.,

мы не сможем пересечь W_2 и наоборот. мы

не сможем пересечь её с обеими окр-тами и

получить 4 пересек. (и 4 реш. сист.). Ина-

чежно с касательной: ~~или~~ при сдвиге вверх/

вниз, она моментально перестанет касат.-

ся одной из окр-т. Значит, $-\frac{5}{6a} \in \left(-\infty, -\frac{4\sqrt{2}}{7}\right) \cup \left(\frac{4\sqrt{2}}{7}, +\infty\right)$. В таком

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4 (капит 3)

сначала, проведем прямую Эулиера через T , она будет более резкой чем обе касат. и пересечет обе окр-ти причем по 2 раза, а значит такой пар. в можно будет подобрать.

~~Итого имеем:~~ Итого имеем:

$$\begin{cases} -\frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7}, a \neq 0 \\ -\frac{5}{6a} > \frac{4\sqrt{2}}{7}, a \neq 0 \\ a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} > \frac{4\sqrt{2}}{7} \cdot \frac{6}{5}, a \neq 0 \\ \frac{1}{a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7} \cdot \frac{6}{5}, a \neq 0 \\ a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{a} > \frac{24\sqrt{2}}{35}, a \neq 0 \\ \frac{1}{a} < -\frac{24\sqrt{2}}{35}, a \neq 0 \\ a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < \frac{35}{24\sqrt{2}} \\ 0 > a > -\frac{35}{24\sqrt{2}} \\ a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}} \right).$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}} \right).$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

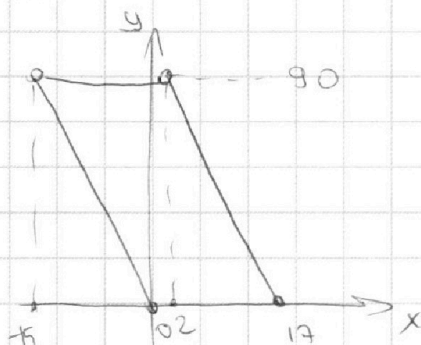
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N6



условие $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$

$\Rightarrow y_2 = (48 + y_1 + 6x_1) - 6x_2 -$

прямая с накл. -6

с пар. рами y_1, x_1 .
прямая пересек. в OX -
участке.

Точки и прямые n -линии имеют наклон -6 :

$y = -6x, y = 102 - 6x$. ~~scribbles~~

~~scribbles~~

Имеем, что точки, ^{кон.}удовл. условию y_1 ,
это по просту точки, лежащие на
отрезках вида $y = k - 6x, k \in \mathbb{Z}, y \in [0; 90]$. ~~scribbles~~

~~scribbles~~ Остаточное посчитать можно упрощенно.
Точки на каждом из 91 такого отрезка, и
задача решена.

Заметим, что при $k_1 \equiv k_2$ на отрезках
 $y = k_1 - 6x, y = k_2 - 6x$ ($y \in [0; 90]$) будет одина-
ковое количество точек, т.е. эти точки
были сдвинуты на вектор $(1; 0)$ и упростились.
точек не менял.

Всего 16 отр. с $k \equiv 0$, ~~scribbles~~ и по 15 отр.
всех ост. k .

На отрезке ~~scribbles~~ вида $k \equiv 0$ столько же, сколько
и на отр. $y = -6x$ ($y \in [0; 90]$). Подберём такой $x \in \mathbb{Z}$
и $0 \leq -6x \leq 90$ и никакой группой x . Всего 16 точек.
Аналогично рассуждая имеем для отр. $k \equiv 1$
и ост. по 15 точек. ~~scribbles~~

~~scribbles~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



по часте
Остаток только почитает можно
точек будет подходить y, x для каждого
 $k = 48 + y + 6x, \in [0, 90]$. Положив x_1 ,
мы сразу определим $y_1 = 48 + k - 6x_1$ однозначно,
т.е. каждый k предств.

узнаю кан-во ~~способов~~ способов предств,
и кан $48 + y + 6x$, ~~мы~~ мы укажем
каждое такое число 16 (при $k \equiv 0$)
и 15 (при $k \not\equiv 0$), сложим, и получим
ответ.

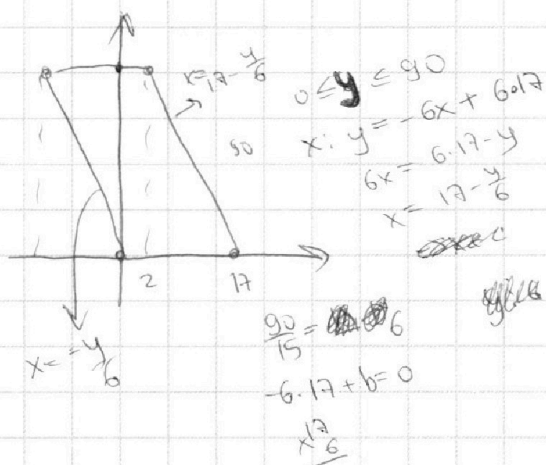
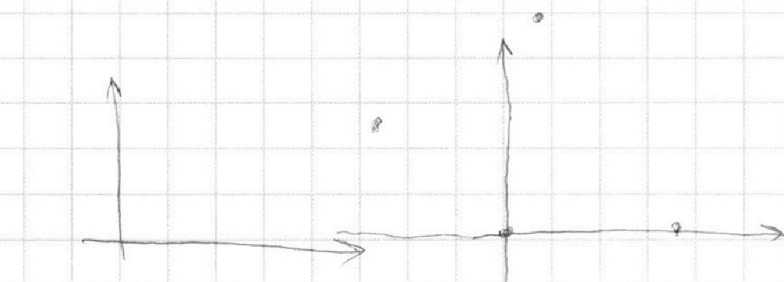
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

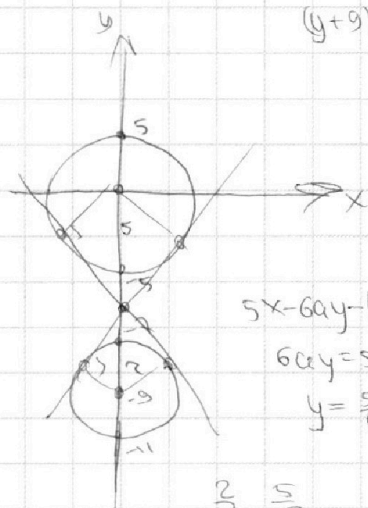


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y_2 - y_1 = 6$$

$$(y+9)^2 + x^2 = 81 - 77 = 4$$



$$a \neq 0$$

$$5x - 6ay - b = 0$$

$$6ay = 5x - b$$

$$y = \frac{5}{6a}x - \frac{b}{6a}$$

$$\begin{array}{r} \frac{2}{7} \quad \frac{5}{7} \\ 5 + \frac{4}{7} \\ 2 + \frac{10}{7} \end{array} \Bigg| \cdot 5$$

$$\frac{8}{7} + \frac{25}{7} = \frac{33}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^6 3^{13} 5^{11}$$

$$bc: 2^{14} 3^{21} 5^{13}$$

$$ac: 2^{16} 3^{25} 5^{28}$$

$$abc \rightarrow \min$$

~~1. a+b+c=18~~

$$a+b=6 \quad ? \quad a+b+c=18$$

$$b+c=14 \quad c=12$$

$$a+c=16 \quad a=4 \quad b=2$$

$$a+b \geq 13$$

$$2(a+b+c)=59$$

$$3: b+c \geq 21$$

$$a+c \geq 25$$

$$a+b=11$$

$$b+c=13$$

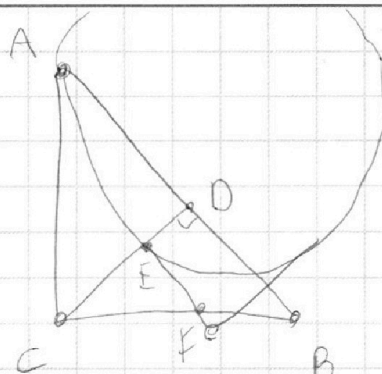
$$a+c=28$$

$$a+b+c=52=26$$

$$b=2$$

$$c=15$$

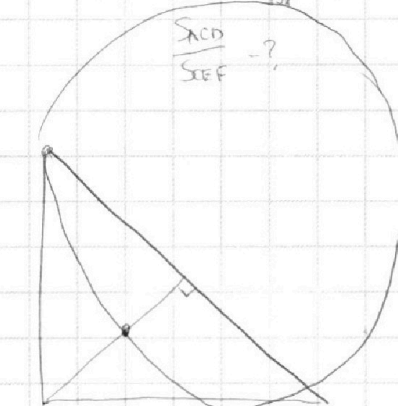
$$a=13$$



$$AB \parallel EF$$

$$\frac{AB}{BE} = \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{EF}} = ?$$



$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$\forall x \in [0; \pi]$$

$$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) =$$

$$= \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k$$

$$-\frac{\pi}{2} + x + 2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$-\frac{\pi}{2} + x + 2\pi k$$

$$-5\pi + 10x + 20\pi k = 9\pi - 2x$$

$$\frac{\pi}{2} - x + 2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$12x = 14\pi - 20\pi k$$

$$5\pi + 20\pi k - 10x + 2x - 9\pi = 0$$

$$-\frac{\pi}{2} + \frac{7}{6}\pi + 2\pi k = \frac{5}{3}\pi$$

$$8x = -4\pi + 20\pi k$$

$$\frac{2}{3}\pi + \frac{\pi k}{3} \in [0; \pi]$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5}{2}\pi k$$

$$\frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \in [0; \pi] \Rightarrow \frac{5}{2}\pi k + 2\pi k \in [0; \pi]$$

$$\frac{45}{10} = \frac{9}{2}$$

$$(45-35)/(45+35)$$

$$= 10 \cdot 80$$

$$\frac{45}{10} - 25^2 =$$

$$T(-5 - \frac{10}{2})$$

$$= -\frac{45}{2}$$

$$\frac{63}{13} = \frac{63}{13}$$

$$0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1$$

$$\frac{6\pi k - 5\pi}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



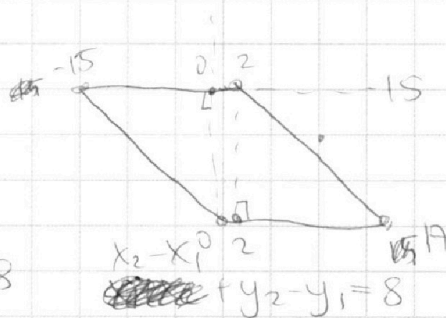
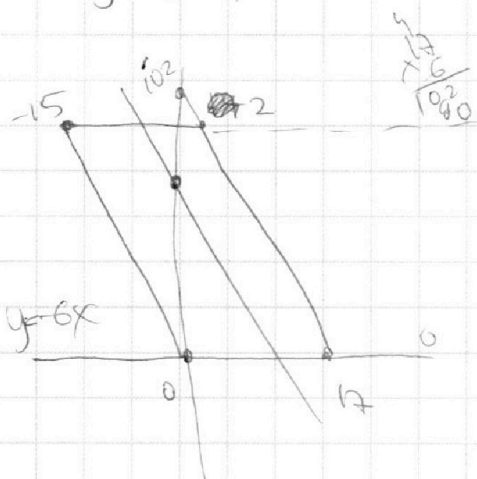
$$\log_{x^3}(11^{-2}) = -\frac{2}{3} \log_x(11) = \frac{-\frac{2}{3}}{\log_{11} x}$$

$$0,54 \rightarrow a$$

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 - \log_{x^3} \frac{1}{121} = \log_{11}^4 (a) + \log_a 11 - \log_{a^3} 11^{-3}$$

$$-5 = \log_n^4 x - \frac{6}{\log_n x} + \frac{2/3}{\log_n x} = \log_n^4 a + \frac{1}{\log_n a} + \frac{13/3}{\log_n a}$$

$$\log_4(xa)$$



~~$\phi(\phi) = 0 = \phi$~~ 91.

$$x_2 - x_1 \in [-32, 32]$$

$$y_2 - y_1 = 48 - 6(x_2 - x_1) \quad 6 \in [90', 90]$$

$$48 - 6(x_2 - x_1) \geq -90$$

$$6(x_2 - x_1) \leq 138$$

$$X_2 - X_1 \leq 23$$

$$48 - 6(x_2 - x_1) \leq 90$$

$$-42 \frac{1}{6}(x_2 - x_1)$$

$$x_2 - x_1 \sqrt{4-2}$$

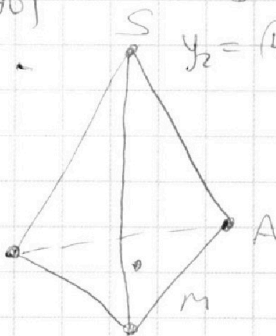
$$x_2 - x_1 \in [7, 23]$$

$$6(a_2 - a_1)$$

Q. (0, 2)

$$y_2 - y_1 = 48 - 6(x_2 - x_1)$$

$$y_2 = (48 + y_1 + 6x_1) - 6x_2$$



$y = \text{---} - 6x$
- 16 тис. грн у місяць

$$y = k - 6x$$
$$k \in [0; 102]$$

$$x = \frac{k}{G}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!