



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~1 Для минимизации abc как известно, то они состоят только из $2, 3, 5^{k_1, k_2, k_3}$

$$a = 2^{\alpha_1} 3^{\alpha_2} 5^{\alpha_3} \quad b = 2^{\beta_1} 3^{\beta_2} 5^{\beta_3} \quad c = 2^{\gamma_1} 3^{\gamma_2} 5^{\gamma_3} \quad (где \alpha_k, \beta_k, \gamma_k \in \mathbb{N}_0)$$

, тогда

$$ab: 2^9 3^{10} 5^{10} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 \geq 9 \\ \alpha_2 + \beta_2 \geq 10 \\ \alpha_3 + \beta_3 \geq 10 \end{cases} \text{ , аналогично попарно с } bc \text{ и } ac$$

$$\begin{cases} \beta_1 + \gamma_1 \geq 14 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 13 \\ \beta_3 + \gamma_3 \geq 13 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha_1 + \gamma_1 \geq 19 \\ \alpha_2 + \gamma_2 \geq 18 \\ \alpha_3 + \gamma_3 \geq 30 \end{cases} \Rightarrow \text{попытаем записать}$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 \geq 9 \\ \beta_1 + \gamma_1 \geq 14 \\ \alpha_1 + \gamma_1 \geq 19 \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} \alpha_2 + \beta_2 \geq 10 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 13 \\ \alpha_2 + \gamma_2 \geq 18 \end{cases} \quad \textcircled{3} \begin{cases} \alpha_3 + \beta_3 \geq 10 \\ \beta_3 + \gamma_3 \geq 13 \\ \alpha_3 + \gamma_3 \geq 30 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha_1 = 7, \beta_1 = 2, \gamma_1 = 12$$

минимум

$$\Downarrow$$

$$\alpha_2 \geq 7,5$$

$$\beta_2 \geq 1,5$$

$$\gamma_2 \geq 10,5$$

$$\alpha_2 = 8, \beta_2 = 3, \gamma_2 = 11$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha_3 \geq 16,5$$

$$\beta_3 \geq -3,5$$

$$\gamma_3 \geq 13,5$$

$$\alpha_3 = 14, \beta_3 = 17, \gamma_3 = 0, \text{ так как } \beta_3 = 0, \text{ то } \alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 = \alpha_3 + \beta_3 = 30$$

$$abc = 2^{\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1} \cdot 3^{\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2} \cdot 5^{\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3} = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

$$\textcircled{1} \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 21 \quad \textcircled{2} \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 20,5$$

$$\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 21 \text{ или}$$

$$\alpha_2 = 8, \beta_2 = 3, \gamma_2 = 10$$

$$\textcircled{3} \text{ м.к. } \beta_3 \geq 0, \text{ то } \alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 \geq 30$$

$$\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 = 30 \text{ или } \beta_3 = 0, \alpha_3 = 14, \gamma_3 = 16$$

$$\min abc = 2^{\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1} \cdot 3^{\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2} \cdot 5^{\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3} = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

$$\text{Ответ: } 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

☐☐☒☐☐☐☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \quad 5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5 \arccos(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$x + 5 \arccos(\cos x) = 2\pi, \text{ т.к.}$$

$$0 \leq 5 \arccos(\cos x) \leq 5\pi, \text{ то } x: -3\pi \leq x \leq 2\pi$$

$$1) \quad 0 \leq x \leq \pi: x + 5x = 2\pi; \quad x = \frac{\pi}{3}$$

$$2) \quad \pi < x \leq 2\pi: \arccos(\cos x) = 2\pi - x; \quad -4x = -8\pi \quad x = 2\pi$$

$$3) \quad -\pi \leq x < 0: \arccos(\cos x) = -x; \quad -4x = 2\pi; \quad x = -\frac{\pi}{2}$$

$$4) \quad -2\pi \leq x < -\pi: \arccos(\cos x) = 2\pi + x; \quad 6x = -8\pi; \quad x = -\frac{4\pi}{3}$$

$$5) \quad -3\pi \leq x < -2\pi: \arccos(\cos x) = -x - 2\pi; \quad -4x = 12\pi; \quad x = -3\pi$$

$$\text{Ответ: } \left\{ -3\pi; -\frac{4\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; 2\pi \right\}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

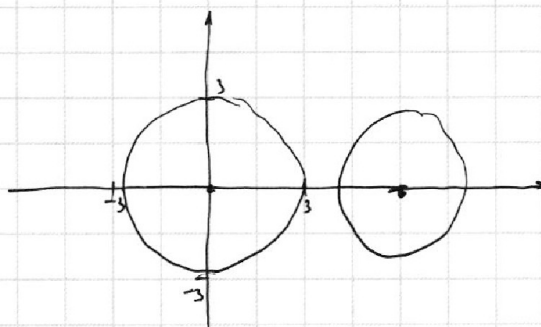
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sim 4 \quad \begin{cases} ax + cy - 3b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - (2x + 3z)) = 0 \end{cases}$$

Второе уравнение - две окружности $x^2 + y^2 = 9$ и $(x-1)^2 + y^2 = 4$



Первое уравнение - прямая, которую мы хотим найти $\uparrow$ $\downarrow$ касательная, если мы найдем a , при которых прямая будет касательной к двум окружностям по величине радиусов a и b , мы сможем получить 4 пересечения. Найдем эти две a (они будут противоположны), значит все a между ними будут подходить. $y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}b$. Радиусы

будет при $-\frac{a}{2} = \pm \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \pm \frac{3}{2} = \pm \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow a = \pm 3$, т.е. как подходит

$a \in (-3; 3)$, мы сможем получить 4 точки, т.к. касались между крайними, одну окружность мы пересекаем, тогда подберем b , как $b_1 \neq b_1 + \epsilon$, так, то будем пересекать и внутреннюю окружность

Ответ: $(-3; 3)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sim 5 \log_3^4 x + 6 \log_3^3 = \log_3 x^{243} - 8 \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_3^3 = \log_3 25y^2 - 8 \quad \begin{matrix} x > 0 & y > 0 \\ x \neq 1 & y \neq \frac{1}{5} \end{matrix}$$

$$\log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_3^3 - 8 = 0 \quad \log_3^4(5y) - \frac{7}{2} \log_3^3 - 8 = 0$$

$$\log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_3^3 = \log_3^4(5y) - \frac{7}{2} (\log_3^3)$$

$$\log_3^4 \frac{1}{x} - \frac{7}{2} \log_3^3 \frac{1}{x} \quad \text{Положим } f(s) = \log_3^4 s - \frac{7}{2} \log_3^3 \quad \log_3^5 = t, \text{ тогда}$$

$$\text{Положим } f(t) = \text{научаем } f(t) = t^4 - \frac{7}{2} t^3, \text{ возмем производную}$$

$$\text{и.к. } \log_3^5 \text{ возрастает, научаем } f'(t) = 4t^3 + \frac{7 \cdot 2t^2}{4} = 4t^3 + \frac{14}{4t^2}$$

$$\frac{4t^3 + 14}{4t^2} = 0 \quad 4t^3 = -\frac{14}{4} \neq 0 \quad t = -\sqrt[3]{\frac{14}{16}}, \text{ тогда мы научаем}$$

$$\text{равенств } p\text{-ий члены равны аргументов } \frac{1}{x} = 5y \quad xy = \frac{1}{5}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{1}{5} \right\}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~6

Если нам подходит точка (x, y_1) , то подходит ей $(x, y_1 + 33)$ и все точки, лежащие на прямой с $k = -3$ и проходящая через $(x_1, y_1 + 33)$. Будем двигаться от точки $(20, 0)$ влево, пока не найдем совпадение с точкой $(9, 0)$ до точки $(0, 0)$, всего по 14 точек (пар) (т.к. $42 \div 3 = 14$), т.е. $10 \cdot 14 = 140$ пар, также будет и у других 9 строк, т.е. всего пар $140 \cdot 43$. Каждая пара космита 1 раз, т.к. мы считали упорядоченные расположения относительно точки, тогда не должно хватать, когда 2 точки подсчитаны 2 раза, как одна пара прямой содержащей другую и наоборот.

Ответ: 140.43



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + 3,5 \log_3 x + 8 = 0$$

$$\log_3 x = t$$

$$t^4 + 3,5t + 8 = 0$$

$$t^5 + 8t + 3,5 = 0$$

$$2t^5 + 16t + 7 = 0$$

$$\log_3^5 x + 16 \log_3 x = 16 \log_3 5x - \log_3^5 5x$$

$$\log_3^4 x + \frac{3,5}{\log_3 x} = \log_3^4 5x - \frac{3,5}{\log_3 5x}$$

$$\log_3^4 5x - 3,5 \log_3 5x = 0$$

$$\log_3 5x = s$$

$$s^4 - 3,5s + 8 = 0$$

$$s^5 + 8s - 3,5 = 0$$

$$2s^5 + 16s - 7 = 0$$

$$\alpha_2 + \beta_2 = 10$$

$$\alpha_2 + \beta_2 = 13$$

$$\alpha_2 + \beta_2 = 13$$

$$\alpha_2 - \beta_2 = 5$$

$$\alpha_2 = 7,5$$

$$\beta_2 = 2,5$$

$$\alpha_2 = 10,5$$

$$\alpha_2 = 7,5$$

$$\beta_2 = 2,5$$

$$\frac{140}{172} = \frac{140}{172}$$

$$\beta + \frac{7}{2} = 1$$

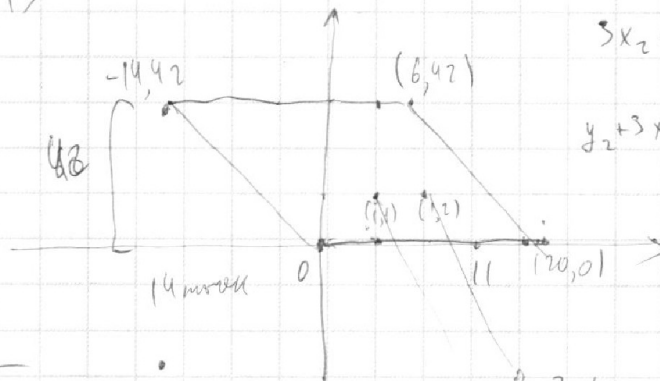
$$\beta_2 = 12$$

$$\beta_2 - \beta_2 = 18$$

$$2\alpha_2 = 121$$

$$\alpha_2 = 10,5$$

20-13



$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$$

$$y_2 + 3x_2 = y_1 + 3x_1 + 33$$

$$\alpha_3 + \beta_3 = 120$$

$$2\alpha_3 = 33$$

$$\alpha_3 = 16,5$$

$$\beta_3 = 13,5$$

$$\alpha_3 = 13,5$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 21$$

$$\alpha + \beta = 10$$

$$\beta + \gamma = 13$$

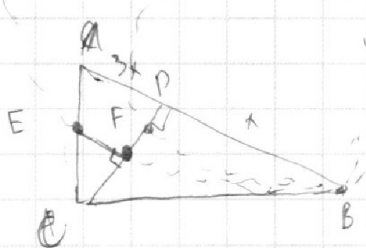
$$\alpha + \gamma = 18$$

$$\alpha - \beta = 8$$

$$2\alpha = 10,5$$

$$\alpha = 7,5$$

$$\beta = 2,5$$



$$\tan \alpha = -\frac{1}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = 3^2 \quad y = kx + b$$

$$y^2 = 3^2 - x^2 \quad y^2 = k^2 x^2 + 2kbx + b^2$$

$$x^2(k^2 + 1) + x(2kb) + b^2 - 9 = 0$$

$$D = 0 = 4b^2 k^2 - 4b^2 k^2 - 4b^2 + 4R^2 =$$

$$= 4R^2 - 4b^2 = 0$$

$$b = \pm R$$

$$y = \frac{3}{2}x + b$$

$$x^2 + \frac{9}{4}x^2 - 9 + 3bx + b^2 = 0$$

$$x^2(13) + x(3b) + b^2 - 9 = 0$$

$$D = 9b^2 - 13b^2 + 13 \cdot 9 =$$

$$= -4b^2 + 117 = 0$$

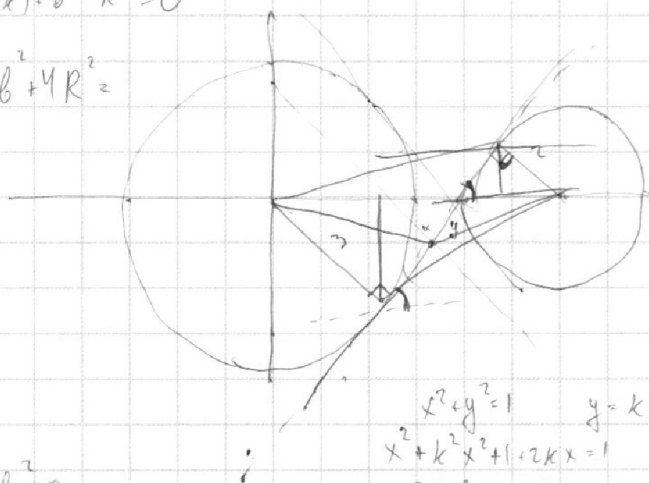
$$b = \frac{3\sqrt{13}}{2} > 3$$

$$\frac{3 \cdot 13}{4} = ?$$

$$D = 4x^2 b^2 - 4(k^2 + 1)(b^2 - 9) =$$

$$= -4b^2 + 36 + 36k^2 = 0$$

$$9k^2 - b^2 + 9 = 0$$



$$18k^2 - 2b^2 + 9 = 0$$

$$64k^2 + 24kb - 7 - 2b^2 = 0$$

$$46k^2 + 24kb - 16 = 0$$

$$23k^2 + 12kb - 8 = 0$$

$$3(3+x) = 2(2+y)$$

$$3x + 9 = 4 + 2y$$

$$3x = 2y - 5$$

$$x = -\frac{2y-5}{3}$$

$$y = \frac{3x+5}{2}$$

$$x^2 + y^2 = 1 \quad y = kx + 1 - \frac{3\sqrt{2}}{2} \leq \frac{3}{2}$$

$$x^2 + k^2 x^2 + 1 + 2kx = 1$$

$$x^2(k^2 + 1) + x(2k) = 0$$

$$4k^2 - 4k^2 - 4$$

$$(x-b)^2 + y^2 = 2^2$$

$$x^2 - 12x + 32 + k^2 x^2 + b^2 + 2kx + b = 0$$

$$x^2(k^2 + 1) + x(2kb - 12) + 32 + b^2 = 0$$

$$D = 4k^2 b^2 - 4(k^2 + 1)(32 + b^2) =$$

$$= -48kb + 144 - 128 - 4b^2 - 128k^2 = 0$$

$$-128k^2 - 48kb + 144 = 0$$

$$64k^2 + 24kb - 7 - 2b^2 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax+2y-3b=0 \\ (x^2+y^2-9)(x^2+y^2-12x+32)=0 \end{cases}$$

$$y=kx+b$$

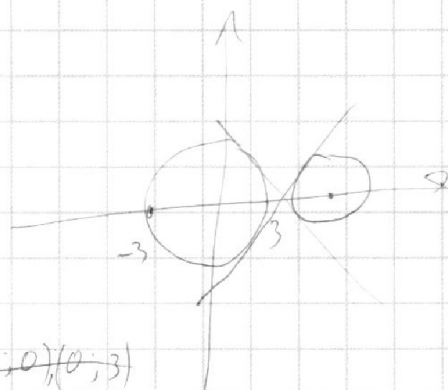
$$x^2+y^2=3^2$$

$$(x-6)^2+y^2=2^2$$

$$2y=3b-ax$$

$$y=\frac{3b}{2}-\frac{a}{2}x$$

$$\frac{3}{2}b=c \cdot \frac{a}{2}=k$$



$$x^2+y^2=1$$

$$y=x+k$$

$$(-3;0), (0;3)$$

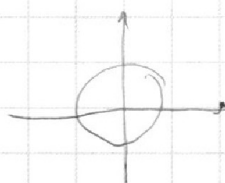
$$y^2=1-x^2$$

$$y^2=x^2+2kx+k^2$$

$$2x^2+2kx+k^2-1=0$$

$$D=4k^2-4k^2+4=0$$

$$x=\frac{-2k \pm 2}{2} = \frac{-k \pm 1}{2}$$



$$n=5$$

$$243=3^5$$

$$x>0 \quad y>0$$

$$x \neq 1 \quad y \neq \frac{1}{3}$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_3^3 x = \log_3^2 243 - 8$$

$$\log_3^4 (5y) + 2 \log_3^3 3 = \log_3^2 25y^2 (3'') - 8$$

$$\frac{5}{2} \log_3^3 x$$

$$\log_3^4 x + 3,5 \log_3^3 x - 8 = 0$$

$$\log_3^4 (5y) + 2 \log_3^3 3 = \frac{11}{2} \log_3^3 3 - 8$$

$$t = \log_3^4 x \quad t^4 + \frac{7}{2}t - 8 = 0$$

$$\log_3^5 y - \frac{7}{2} \log_3^4 3 = 0$$

$$2t^4 + 7t - 16 = 0 \quad \frac{2}{t^4} + 7t - 16 = 0$$

$$16t^4 + 7t^5 + 2 = 0$$

$$\log_3^4 x + 3,5 \log_3^3 x = \log_3^4 5y - 3,5 \log_3^3 3$$

$$2 + 2 \cdot 7 + 2 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \quad bc: 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \quad ac: 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30} \quad \min abc$$

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 5^{\alpha_3} \quad b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3} \quad c = 2^{\gamma_1} \cdot 3^{\gamma_2} \cdot 5^{\gamma_3}$$

$$\begin{aligned} \alpha_1 + \beta_1 &= 9 & \alpha_1 - \beta_1 &= 10 & \gamma_1 &= 12 & \beta_1 &= 7 & \alpha_1 &= 7 \\ \alpha_1 + \gamma_1 &= 19 & \alpha_1 + \beta_1 &= 14 \\ \alpha_1 + \beta_1 &= 14 \end{aligned}$$

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = \frac{42}{2} = 21 \quad 13 + 10 + 18 = \frac{41}{2} = 21$$

$$30 + 13 + 10 = \frac{53}{2} = 27 \quad 2^4 \cdot 3^{21} \cdot 5^{27}$$

$$n \quad 5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2} \quad \#$$

$$5 \left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x) \right)$$

$$\frac{5\pi}{2} - x = x + \frac{\pi}{2}$$

$$x = \pi$$

$$x + 5 \arccos(\cos x) = 2\pi$$

$$\begin{aligned} 0 \leq 5 \arccos(\cos x) &\leq 5\pi \\ -3\pi &\leq x \leq 2\pi \end{aligned}$$

$$0 \leq \arccos \leq \pi$$

$$x + \arccos(\cos x) = 2\pi \quad \pi \leq x \leq 2\pi$$

$$x = 2\pi \quad \left[x + x = 2\pi, 0 \leq x \leq \pi \right]$$

$$\begin{aligned} \beta_3 - \beta_3 &= 20 \\ \beta_3 + \beta_3 &= 13 \\ 2\beta_3 &= 33 \\ \beta_3 &= 16,5 \\ \beta_3 &= -3,5 \end{aligned}$$

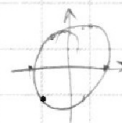
$$1) \quad 0 \leq x \leq \pi \quad 6x = 2\pi \quad x = \frac{\pi}{3} \quad \checkmark$$

$$2) \quad \pi \leq x \leq 2\pi \quad -4x = 2\pi \quad x = -\frac{\pi}{2} \quad \#$$

$$3) \quad -\pi \leq x \leq 0 \quad -4x = 2\pi \quad x = -\frac{\pi}{2} \quad \checkmark$$

$$4) \quad -2\pi \leq x \leq -\pi \quad \arccos(\cos x) = x + 2\pi \quad 6x + 10\pi = 2\pi \quad x = -\frac{8\pi}{6} \quad \checkmark$$

$$5) \quad -3\pi \leq x \leq -2\pi \quad 6x \arccos(\cos x) = -\pi - 2\pi \quad -4x - 10\pi = 2\pi \quad x = -3\pi \quad \checkmark$$



$2\pi - x$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порука QR-кода недопустима!

$$\log_3^4 x + 6 \log_3^3 x = \log_3^4 x^{\frac{64}{3}} - 8$$

$$\log_3^4 (5y) - 2 \log_3^3 = \log_3^4 25y^2 - 3^{11}$$

$$\log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_3^3 x + 8 = 0$$

$$\log_3^4 (5y) + \frac{7}{2} \log_3^3 5y + 8 = 0$$

$$\left(\log_3^4 x - \log_3^4 (5y) \right) = \frac{7}{2} \left(\log_3^3 x + \log_3^3 5y \right)$$

$$\frac{1}{\log_3^4 x} + \frac{1}{\log_3^4 5y}$$

$$\log_3^4 \frac{1}{x} = \frac{7}{2} \log_3^3 \frac{1}{x} + 8 = 0$$

$$\log_3^4 5y = \frac{7}{2} \log_3^3 5y + 8 = 0$$

$$(t^4 - s^4) = \frac{7}{2} \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{s} \right)$$

$$\frac{s+t}{ts}$$

$$(t^2 - s^2)(t^2 + s^2) = (t - s)(t + s)(t^2 + s^2)$$

$$f(t) = \log_3^4 t - \frac{7}{2} \log_3^3 t - \frac{t^4 - 7}{2t}$$

$$f'(t) = \frac{4 \log_3^3 t}{t \ln 3} - \frac{7}{2 \ln t 3} = 0$$

$$(t^2 + s^2)(t - s) = \frac{7}{2ts}$$

$$8 \log_3^4 t - 7 = 0$$

$$\log_3^4 t = \frac{7}{8}$$

$$t = 3^{\frac{7}{8}}$$

$$t^3 - t^2 s + t s^2 - s^3 = \frac{7}{2ts}$$

$$\frac{1}{x} = 5y$$

$$xy = \frac{1}{5}$$

$$\frac{4 \log_3^3 t}{t \ln 3} - \frac{7}{6 \ln t}$$

4

$$t^4 - 7 \cdot 2t^{-1}$$

$$4t^3 + \frac{14}{t^2}$$

$$4t^5 + 14$$

$$\frac{1}{t^4} - \frac{7t}{2}$$

$$t = -\frac{14}{4}$$

$$t^{-4} - \frac{7}{2}t$$

$$-\frac{4}{t^5} - \frac{7}{2} = 0$$

$$-\frac{1}{2}t^5 - 4 \quad t^5 = -\frac{\sqrt{5}}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

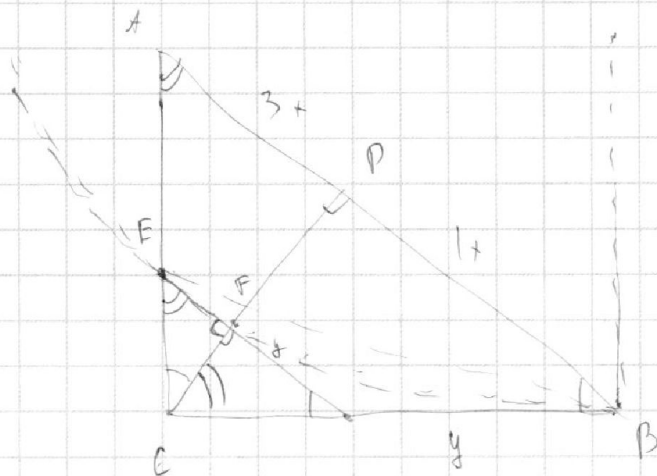
5
☐

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} t^4 - \frac{1}{2t} &= 0 \\ \frac{1}{2t} - t^4 &= 0 \\ 1 - 2t^5 &= 0 \\ \frac{1 - 2t^5}{2} &= 0 \\ -\frac{1}{2} - 4t^3 &= 0 \\ \frac{-1}{2t^2} &= 0 \\ 4t &= 0 \end{aligned}$$

