



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_8^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 1

По условию
 $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$ab \stackrel{7}{=} 2 \cdot 3 \cdot 5^{14}$$

$$bc \stackrel{13}{=} 2 \cdot 3^{15} \cdot 5^{10}$$

$$ac \stackrel{19}{=} 2 \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$$

$$\text{Перемножив получаем } (abc)^2 \stackrel{34}{=} 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75} \quad (1)$$

Отсюда можно взять корни получаем:

$$abc \stackrel{17}{=} 2^{17} \cdot 3^{\frac{43}{2}} \cdot 5^{\frac{75}{2}}$$

Поскольку мы получили дробные

степени невозможны, а значит их необходимо округлить в большую сторону

(иначе условие (1) не выполняется)

Итого получаем

$$abc \stackrel{17}{=} 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

Это и есть наибольшее возможное значение произведения, поскольку

при добавлении в качестве множителя еще простого числа значение увеличи-

ется, а при увеличении степени фактора, простого и непростого либо не

содержится условие (1) (при увеличении), либо оно увеличивается

(при увеличении)

$$\text{Ответ: } 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x \quad N3$$

или ограничение $0 \leq \arccos y \leq \pi$

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \quad 0 \leq 5 \arccos y \leq 5\pi$$

$$\cos(\arccos(\sin x)) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k$$

$$\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} = \pi - \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$n, k \in \mathbb{Z}$

$$3\pi + 2x = 5\pi - 10x + 20\pi k$$

$$3\pi + 2x = 10x - 5\pi + 20\pi n$$

$$12x = 2\pi + 20\pi k$$

$$6x = \pi + 10\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k$$

$$x = \pi - \frac{5}{2}\pi n$$

Свернуть ограничение

$$1) -\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k \leq \frac{7\pi}{2}$$

$$2) -\frac{3\pi}{2} \leq \pi - \frac{5}{2}\pi n \leq \frac{7\pi}{2}$$

$$-3 \leq 2 - 5n \leq 7$$

$$-5 \leq -5n \leq 5$$

$$-9 \leq 1 + 10k \leq 21$$

$$-10 \leq 10k \leq 20$$

$$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} k = -1 \\ k = 0 \\ k = 1 \\ k = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{3\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} \\ x = \frac{11\pi}{6} \\ x = \frac{7\pi}{2} \end{cases}$$

$$n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} n = -1 \\ n = 0 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{2} \\ x = \pi \\ x = -\frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

Итак, мы получили 5 корней из уравнения.

$$\text{Ответ: } -\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \pi, \frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



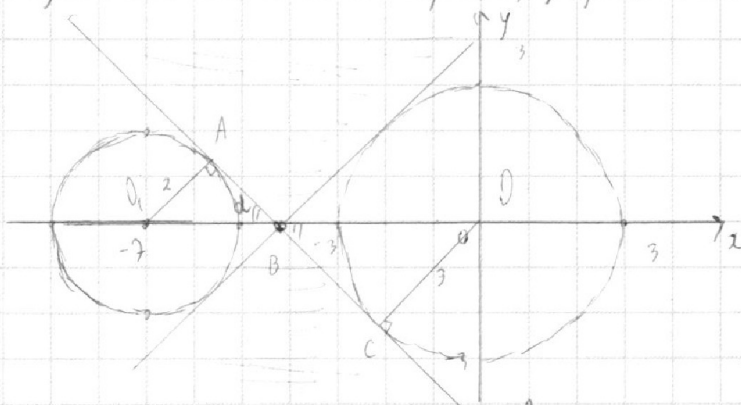
№ 4

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

Земли второе уравнение графически

$$\begin{cases} x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0 \\ x^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+7)^2 + y^2 = 2^2 & \text{Дкр } (1-7; 0); 2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 & \text{Дкр } (10; 0); 3 \end{cases}$$



Заметим, что две окружности имеют 4 решения необходимо и

достаточно, чтобы прямая $x + 3ay - 7b = 0$ пересекала обе окружности
равно в 2-х точках. Проведем 2 общие касательные, симметричные
относительно Ox

Для определения возможных значений a найдем $\tan(\alpha)$

1) Проведем радиусы O_1C и O_2A , перпендикулярные касательным

$$\angle O_1AB = \angle O_2CB = 90^\circ$$

2) $\angle O_1BA = \angle O_2AC$ как вертикальные

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) $\triangle OCB \sim \triangle O_1AB$ по 2-ым углам

а) $\angle O_1AB = \angle OCB$ пункт 1

б) $\angle O_1BA = \angle OBC$ п. 2.

4) $OO_1 = 7$ Пусть $O_1B = x$ $OB = 7 - x$

5) Из подобия $\triangle$ п. 3:

$$\frac{O_1B}{OB} = \frac{O_1A}{OC} \quad \frac{x}{7-x} = \frac{2}{3}$$

$$3x = 14 - 2x$$

$$5x = 14$$

$$x = \frac{14}{5}$$

6) По теореме Пифагора в $\triangle O_1AB$:

$$O_1A^2 + AB^2 = O_1B^2$$

$$AB = \sqrt{\frac{196}{25} - \frac{100}{25}} \quad AB = \frac{4\sqrt{6}}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{O_1A}{AB} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{\frac{4\sqrt{6}}{5}} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{10}{4\sqrt{6}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

Рассмотрим прямую вида $y = kx + c$

Известно, что k - коэффициент наклона прямой, равный тангенсу угла.

Известно, что при $k \geq \operatorname{tg} \alpha$ и $k \leq -\operatorname{tg} \alpha$ прямая будет

расположена в закрашенной зоне (с различным значением c для $y_{\text{верх}}$ и $y_{\text{ниж}}$)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



для различных c). Таким образом она будет иметь (2-ая окружность)
суммарно не более 3-ех общих точек. Все остальные значимые
момента при различных значениях c могут иметь (околожности от 0
до 4-ех общих точек включительно (поскольку значений c бесконечно,
(Кроме $t_{y2} = 0$ где нет общих точек с 2-ой окр. сразу

В нашем случае прямая имеет вид:

$$x + 3ay - 7b = 0$$

$$3ay = -x + 7b$$

$$y = -\frac{1}{3a}x + \frac{7b}{3a}$$

при каком-то b

Вспомогательная для нахождения 4-ех корней необходимо и достаточно соблюдение

условий: (при $a \neq 0$, при которых условия не выполняются)

$$\begin{cases} -\frac{1}{3a} < \operatorname{tg} \alpha \\ -\frac{1}{3a} > -\operatorname{tg} \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{3a} < \frac{5}{2\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{3a} > -\frac{5}{2\sqrt{6}} \end{cases}$$

$$1) \quad 3a > 0$$

$$\begin{cases} \frac{15}{2\sqrt{6}} - a > -1 \\ -\frac{15}{2\sqrt{6}} - a < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -\frac{2\sqrt{6}}{15} \\ a > \frac{2\sqrt{6}}{15} \end{cases} \Rightarrow a > \frac{2\sqrt{6}}{15}$$

Объединение двух случаев
и есть ответ.

$$2) \quad 3a < 0$$

$$\begin{cases} \frac{15}{2\sqrt{6}} - a < -1 \\ -\frac{15}{2\sqrt{6}} - a > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < -\frac{2\sqrt{6}}{15} \\ a < \frac{2\sqrt{6}}{15} \end{cases} \Rightarrow a < -\frac{2\sqrt{6}}{15}$$

Ответ: $(-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup (\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_7(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4 \\ \log_7 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^5} (7^5) - 4 \end{cases} \quad \text{023} \begin{cases} x, y > 0 \\ x \neq \pm \frac{1}{6} \\ y \neq \pm 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7(6x) - 2 \cdot \frac{1}{\log_7 6x} - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{\log_7 6x} + 4 = 0 \\ \log_7 y + 6 \cdot \frac{1}{\log_7 y} - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{1}{\log_7 y} + 4 = 0 \end{cases}$$

Заменим $a = \log_7 6x$ $b = \log_7 y$ $a + b = \log_7(6xy)$
 $a, b \neq 0$ из 023

$$\begin{cases} a^4 - \frac{7}{2a} + 4 = 0 \\ b^4 + \frac{7}{2b} + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^5 + 4a - 7 = 0 & \textcircled{a} \\ b^5 + 4b + 7 = 0 & \textcircled{b} \end{cases}$$

① Заменим, что $a > 0$, иначе все слагаемые в выражении $\textcircled{a} < 0$, и их сумма не может равняться нулю. Аналогично докажем $b < 0$

Сложим уравнения

$$a^5 + b^5 + 4a + 4b - 7 + 7 = 0$$

$$(a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) + 4(a+b) = 0$$

$$(a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 4) = 0$$

Получим 2 случая

I $a + b = 0$

$$\log_7 6x + \log_7 y = 0$$

$$\log_7 6xy = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$bxy = 1$$

$$xy = \frac{1}{b}$$

$$\text{II} \quad a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 4 = 0$$

Применим утверждение ②. Получим:

$$a^4 > 0$$

$$-a^3b > 0$$

$$a^2b^2 > 0$$

$$-ab^3 > 0$$

$$b^4 > 0$$

$$4 > 0$$

$\Rightarrow$ и сумма таких слагаемых не $\Rightarrow$ не равна нулю. Значит
случай невозможен.

$$\text{Ответ: } \frac{1}{b}$$

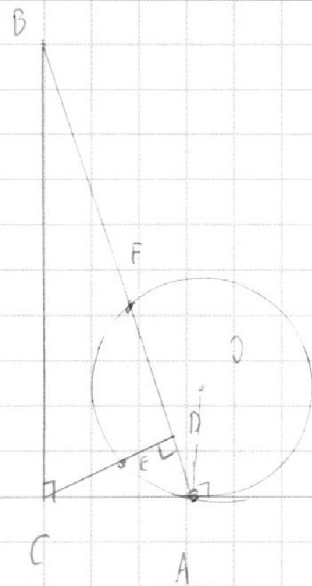
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

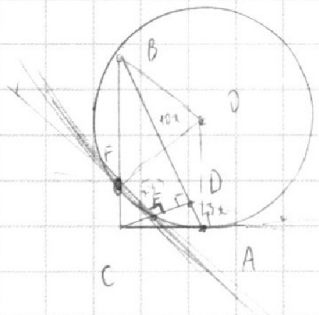
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

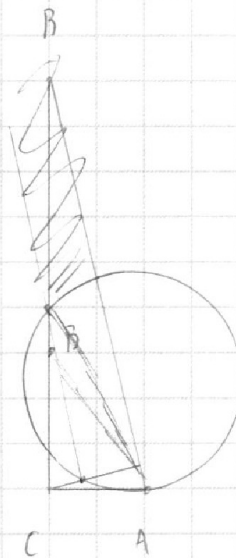
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = BD = \frac{13}{10} \quad AB \parallel EF$$



$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}}$$



Handwritten signature

Handwritten mark

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} ab &: 2^7 - 3^4 - 5^{14} \\ bc &: 2^{43} - 3^{15} - 5^{18} \\ ac &: 2^{14} - 3^{17} - 5^{43} \end{aligned} \quad \left| \right. = 7$$

$$\begin{aligned} \sim 1 \\ abc &: 2^{222} - 3^{34} - 5^{43} - 7^5 \\ abc &: 2^{17} - 3^{21\frac{1}{2}} - 5^{37\frac{1}{2}} \\ abc &= 2^{17} - 3^{22} - 5^{38} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } 2^{17} - 3^{22} - 5^{38}$$

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{2\pi}{5}$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{2\pi}{5}\right)$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{2\pi}{5}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\begin{cases} \frac{3\pi}{10} + \frac{2\pi}{5} = \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \\ \frac{3\pi}{10} + \frac{2\pi}{5} = x - \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{cases}$$

$$k \in \mathbb{Z} \quad \begin{cases} 3\pi + 2x = 5\pi - 10x + 20\pi k \\ 3\pi + 2x = 10x - 5\pi + 20\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x = 2\pi + 20\pi k \\ 8x = 8\pi - 20\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{3}k \\ x = \pi - \frac{5\pi}{2}k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \quad k \in [-1; 1]$$

$$\text{Ответ: } 1) -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{3}k \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-9 \leq 1 + 10k \leq 21$$

$$-10 \leq 10k \leq 20$$

$$-1 \leq k \leq 2$$

$$k = -1; 0; 1$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{3}k$$

$$k = -1; 0; 1$$

$$\pi - \frac{5\pi}{2}k$$

$$2) -\frac{3\pi}{2} \leq \pi - \frac{5\pi}{2}k \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$-7 \leq 5k - 2 \leq 3$$

$$-5 \leq 5k \leq 5$$

$$-1 \leq k \leq 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

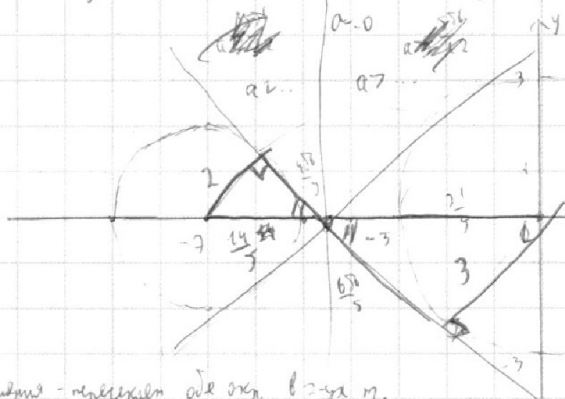
или более графически

$$D_{x^2}(14; 2; 2)$$

$$\begin{cases} x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0 \\ x^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 14x + 4y + y^2 = -4 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+7)^2 + y^2 = 2^2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \end{cases} D_{x^2}(0; 0; 3)$$



$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3-2}$$

$$4 - 2x = 2x - 3$$

$$5x = 14$$

$$x = \frac{14}{5}$$

$$a) y = \sqrt{-x^2 - 14x - 45}$$
$$b) y = -\sqrt{-x^2 - 14x - 45}$$

уражения

и

Чрезвычайно - переключен для всех в 2х м.

$$y = kx + c$$
$$y^2 = k^2x^2 + 2kcx + c^2$$

$$k^2x^2 + 2kcx + c^2 = -x^2 - 14x - 45$$

$$x^2 =$$

$$x + 3ay - 7b = 0$$

$$y = \frac{x - 7b}{3a}$$

$$y = \frac{7b}{3a} - \frac{x}{3a}$$

$$y = \frac{-2x - 14}{2\sqrt{-x^2 - 14x - 45}}$$

$$y = \frac{-2x}{2\sqrt{-x^2 - 14x - 45}}$$

$$y = \frac{1}{6}$$

$$\log_3 6x = \log_3 y$$

$$6x = y$$

$$y = \frac{1}{6}$$

и

$$\log_3 6x - 2 = \frac{1}{\log_3 6x} = \frac{1}{2} \cdot 3 \log_3 6x = \frac{1}{\log_3 6x} - 4$$

$$a^4 - \frac{7}{2a} + 4 = 0$$

$$a = \log_3 2$$

$$\log_3 y + \frac{1}{\log_3 y} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{1}{\log_3 y} - 4$$

$$b^4 + \frac{7}{2b} + 4 = 0$$

$$b = \log_3 y$$

$$2a^5 + 7a = 7$$

$$2a^5 + 7a - 7 = 0$$

$$2b^5 + 7b = 7$$

$$2b^5 + 7b - 7 = 0$$

$$2a^5 - 2b^5 + 7a - 7b = 0$$

$$a^7 - b^7 + 4a - 4b = 0$$

$$a^7 + b^7 + 4a + 4b = 7$$

и



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{-x-7}{\sqrt{-x^2-14x-49}} = \frac{-x}{\sqrt{9-x^2}}$$

$$\frac{x^2+14x+49}{-x^2-14x-49} = \frac{x^2}{9-x^2}$$

$$9x^2 + 126x + 441 - x^4 - 14x^3 - 49x^2 = -x^4 - 14x^3 - 45x^2$$

$$126x^2 + 126x + 441 = 0$$

$$5x^2 + 126x + 441 = 0$$

$$D = 126^2 - 5 \cdot 441 = 3969 - 2205 = 1764 = 42^2$$

$$x = \frac{-126 \pm 42}{5}$$

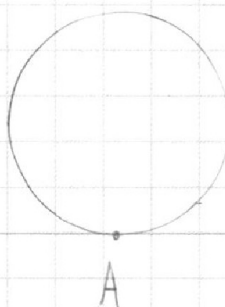
$$x = \frac{-126 + 42}{5}$$

$$x = -21$$

$$x = -\frac{21}{5}$$

$$\frac{-x-7}{\sqrt{-x^2-14x-49}} = k = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} = \frac{\sqrt{9-x^2}}{9-x^2} =$$

$$\frac{x}{\sqrt{9-x^2}} = \frac{x\sqrt{9-x^2}}{9-x^2}$$



$$= \frac{18-2x^2-x}{2\sqrt{9-x^2}(9-x^2)}$$

$$= \frac{18-2x^2-x}{2\sqrt{9-x^2}(9-x^2)}$$

$$4x^2 + x - 18 = 0$$

$$D = 1 + 144 = 145$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a^4 - \frac{2}{a} = \frac{3}{2}a - 4$$

$$b^4 + \frac{6}{b} = \frac{5}{2b} - 4$$

$$a^4 + 4 - \frac{7}{2a} = 0$$

$$b^4 + 4 + \frac{7}{2a} = 0$$

$$2a^5 + 8a - 7 = 0$$

$$2b^5 + 2b + 7 = 0$$

$$a^5 + b^5 + 4(a+b) = 0$$

$$a+b = \log_2 6x + \log_2 y$$

$$= \log_2 6xy < 1$$

$$(a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 4) = 0$$

$$\begin{matrix} a > 0 \\ b < 0 \end{matrix} \quad \text{логарифмическое уравнение}$$

$$a+b=0$$

$$\log_2 6x + \log_2 y = 0$$

$$\log_2 6xy = 0$$

$$6xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{6} \quad \text{Видно?}$$

$$a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 4 = 0$$

$$\log_2^4 6x - \log_2^3 6x \cdot \log_2 y + \log_2^2 6x \cdot \log_2^2 y - \log_2 6x \cdot \log_2^3 y + \log_2^4 y + 4 = 0$$

$$(\log_2^3 6x)(\log_2 6x - \log_2 y) - \log_2^3 y(\log_2 6x - \log_2 y) + \log_2^2 y \cdot \log_2^2 6x + 4 = 0$$

$$\log_2^3 \left(\frac{6x}{y}\right) \cdot (\log_2 6x - \log_2 y) + (\log_2 y \cdot \log_2^2 6x)^2 + 4 = 0$$

$$\left(\log_2 \left(\frac{6x}{y}\right) - \log_2 \left(\frac{6x}{y}\right)\right) \cdot (\log_2^2 6x + \log_2 6x \cdot \log_2 y + \log_2^2 y) + \log_2^2 y \cdot \log_2^2 6x + \log_2^4 y = 0$$

$$\frac{196}{25}$$

$$\frac{14}{25} = 196$$

$$\frac{441}{225}$$

$$a = \frac{4\sqrt{6}}{25}$$

$$a = \frac{-2\sqrt{6}}{12}$$

$$\frac{3}{216}$$

$$\frac{196}{25} - \frac{100}{25} = \frac{96}{25} = \frac{4\sqrt{6}}{5}$$

$$b = 2 \cdot \frac{4\sqrt{6}}{5} = \frac{8\sqrt{6}}{5}$$

$$\frac{16}{4\sqrt{6}} = \frac{5}{2\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{12}$$

$$\frac{441}{25} - \frac{225}{25} =$$

$$= 216$$

$$a = -\frac{2\sqrt{6}}{15}$$

$$b = \frac{6\sqrt{6}}{5} = \frac{15}{2\sqrt{6}} = \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$-\frac{1}{2a} = \frac{5\sqrt{6}}{12} \quad 3a = -\frac{12}{5\sqrt{6}}$$

$$a = -\frac{2\sqrt{6}}{15}$$