



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть

$$Задача 1 \quad a = 2^{x_1} \cdot 7^{y_1} \cdot m$$

$m \in \mathbb{N}$, m не дел. на 2 и на 7

$$b = 2^{x_2} \cdot 7^{y_2} \cdot n$$

$k, m, n \in \mathbb{N}$

$$c = 2^{x_3} \cdot 7^{y_3} \cdot k$$

т.к. $ab = 2^{15} \cdot 7^{11}$, 2 и 11 взаимно просты, то:

$$x_1 + x_2 \geq 15$$

$$y_1 + y_2 \geq 11$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{18}$$

т.к.

$$x_2 + x_3 \geq 17$$

$$y_2 + y_3 \geq 18$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$x_3 + x_1 \geq 23$$

$$y_1 + y_3 \geq 39$$

тогда заменим, что

$$2(x_1 + x_2 + x_3) \geq 45$$

$$2(y_1 + y_2 + y_3) \geq 68$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 22,5$$

$$y_1 + y_2 + y_3 \geq 34$$

(т.к. $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$;

но у нас $y_1 + y_3 \geq 39 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 \geq 39$

то $x_1 + x_2 + x_3 \geq 28$)

$$\text{тогда } abc = 2^{x_1+x_2+x_3} \cdot 7^{y_1+y_2+y_3} \cdot k \cdot m \cdot n \geq 2^{28} \cdot 7^{39} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

приведем пример на $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$

(т.к. $k, m, n \in \mathbb{N}$)

$$a = 2^{11} \cdot 7^{19}$$

$$ab = 2^{16} \cdot 7^{19} : 2^{15} \cdot 7^{11} = abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

$$b = 2^5$$

$$bc = 2^{14} \cdot 7^{20} : 2^{14} \cdot 7^{18} = abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

$$\Rightarrow \text{отв. } 2^{28} \cdot 7^{39}$$

$$c = 2^{12} \cdot 7^{20}$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39} : 2^{23} \cdot 7^{39} = abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$$

$\frac{a}{b}$ - несокр.



$$\text{НОД}(a; b) = 1$$

Найдём m .

$$a+b : m$$

$$(a+b)^2 - 9ab : m$$



$$9ab : m$$

$$\text{Итого } ab : m \quad (m \geq 2, m \text{ к. } m=1 \text{ редукцием)}$$



$$a+b = mn$$

$$ab = mk$$

$$ab = mk \Rightarrow$$

$$a = \frac{mk}{b}$$

$$b = \frac{mk}{a}$$

$$\Rightarrow m \left(\frac{k}{a} + \frac{k}{b} \right) = mn$$

$$\frac{k}{a} + \frac{k}{b} = n$$

т.к. n - к.т., то $k : a$
и $k : b$

т.к. a и b - взаимнопросты,

то $k : ab$

$$k \geq ab \quad m \geq 2$$

$$mk \geq 2ab \Rightarrow ab \geq 2ab - \text{против.}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2 (продолж.)

⇓

ab не делится на m

⇓

$g \vdots m$, следовательно $m \leq g$

⇓

наиб $m = g$

Пример: $a = 17$
 $b = 1$

$$\frac{18}{(18)^2 - 9 \cdot 17} = \frac{2}{18^2 - 17} = \frac{2}{19}$$

Отв: $m = g$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



Задача 3 (прод.)

$$AD^2 = BX^2 = 17^2 x^4 + 49x^2 (\triangle BCX - \text{прям.})$$

$$AO_2^2 = 17^2 x^2 + 49 (\triangle AO_2C - \text{прям.})$$

$$DO_2^2 = 4 \cdot 13^2 = 26^2 \text{ (диаметр - это две радиуса)}$$



$$676 = 289x^4 + (289 + 49)x^2 + 49$$

$$289x^4 + 338x^2 - 627 = 0$$

$$x^2 = 1 \text{ подходит; т.к. } 289 + 338 = 627$$



$$(x^2 - 1)(289x^2 + 627) = 0$$

$$289x^2 + 627 \neq 0 \text{ всегда}$$



$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$\text{т.к. } x > 0, \text{ то } x = 1$$

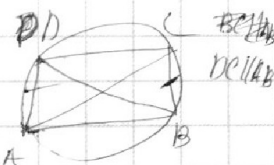


$$AB = AC + BC = 17x + 7x = 17 + 7 = 24$$

Отв.: 24

*

Докажем это



$$\angle ABD = \angle CDB$$

($\angle$ в $\triangle DC \parallel AB$)

$$\angle AD = \angle BC$$



$$AD = BC$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

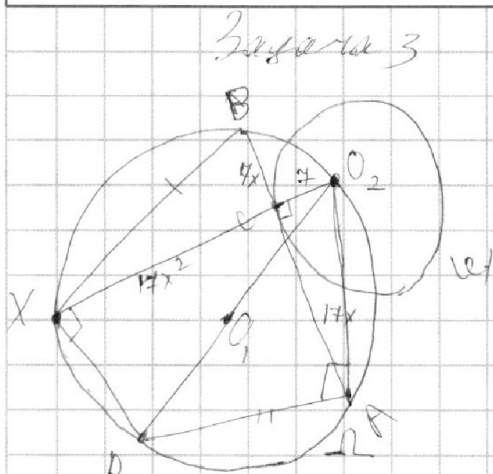
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть O_1 - центр Ω ; O_2 - центр ω

$O_2C \perp AB$ (AB - racam)

$$BC = 7x \quad AB = 17x$$

Продлим O_2C до второго пересечения с Ω в $X(O_2C)$, тоже продлим до пересечения с Ω в $T(D)$ O_2D - диаметр. $\Rightarrow \angle DXC_2 = 90^\circ = \angle C_2CA$

Заметим, что

$$XD \parallel AB \Rightarrow AD = BX$$
$$BC \cdot AC = \underline{Q_2} C \cdot XC \text{ (см. задача)}$$

$$XC = \frac{BC \cdot AC}{BC} = \frac{17 \cdot 7x^2}{2} = 17x^2$$

$\angle PAQ_2 = 90^\circ$ (отпр. на диам.) $\rightarrow AD^2 + AQ_2^2 = DQ_2^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 4 (прод.)

$$b=0 \quad \text{или} \quad b+2\sqrt{a}+1=0$$

$\Downarrow$

$$1-9x=0$$

$$x=\frac{1}{9}$$

$$9x+2\sqrt{3x^2+3x+1}+1=0$$

$$9x=2\sqrt{3x^2+3x+1}$$

$$81x^2=2$$

не подх., т.к. в этом случае

$$b+2\sqrt{a}=-1$$

$$a+\sqrt{a}=-1-\sqrt{a}<0$$

$\Downarrow$

против. ОДЗ ($b+\sqrt{a}\geq 0$)

Подставим в
изв. выражение

$$x=\frac{1}{9}$$

$$\sqrt{\frac{3}{81}-\frac{6}{9}+2}-\sqrt{\frac{3}{81}+\frac{3}{9}+1}=0$$

$$\sqrt{\frac{3}{81}+\frac{4}{3}}-\sqrt{\frac{3}{81}+\frac{4}{3}}=0$$

$$\sqrt{\frac{3}{81}+\frac{4}{3}}=\sqrt{\frac{3}{81}+\frac{4}{3}}$$

Оmb: $\frac{1}{9}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad 3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$P.f. y = 3x^2 - 6x + 2$$

$$P.f. y = 3x^2 + 3x + 1$$

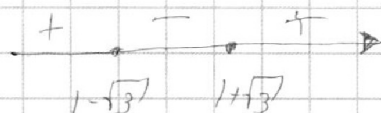
$$D = 36 - 6 \cdot 4 = 12$$

$$D = 9 - 4 \cdot 3 = -3$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = 1 \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$y = 3x^2 + 3x + 1 > 0$$

при любых x



$$x \in \left[1 - \frac{1}{\sqrt{3}}; 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right] \cup \left[1 + \frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$$

Пусть $3x^2 + 3x + 1 = a$

$$1 - 9x = b \Rightarrow 3x^2 - 6x + 2 = a + b$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{a+b} = b + \sqrt{a}$$

$$a \geq 0$$

$$a+b = b^2 + a + 2\sqrt{a}b$$

$$a+b \geq 0$$

$$b + \sqrt{a} \geq 0$$

$$b^2 + 2(\sqrt{a} - 1)b = 0$$

$$b(b + 2\sqrt{a} - 1) = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

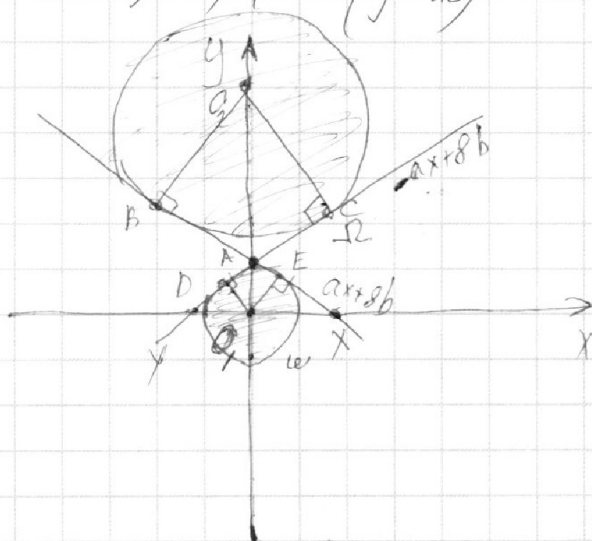


Задача 6

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

Построим ин-ство решений нер-ва

$$(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0$$



Окр. Ω
центр $O_2: (0; 12)$
радиус 4

Окр. W
центр $O_1: (0, 0)$
радиус 1

Первое уравнение - уравнение прямой

чтобы было ровно 2 точки, эта прямая
должна быть обш. касат. к W и Ω ; таких
касательных всего две

Картинка симметрична отн. оси $y \Rightarrow$

$\triangle O_1DAE$ и $\triangle O_2EAB$

Эти касат. $\neq$ у этих
пересекаются двух прямых
на оси y когда при
 x это a и $-a$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6 (прод. 1)

из симметрии

$$\triangle O_1EA \sim \triangle O_2BA$$

$$\frac{O_1E}{O_2B} = \frac{O_1A}{O_2A}$$

O_2B
 O_1E - радиусы

$$\frac{O_1A}{O_2A} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4O_1A = O_2A$$

$$O_1A + O_2B = AB = 12$$

$$O_1A + O_2A = O_1O_2 = 12$$

$$O_2B = 4O_1A \Rightarrow 5O_1A = 12$$

$$5O_1A = 12$$

$$O_1A = 2,4$$

$$O_1A = 2,4$$

$$O_1B = 9,6$$

$$O_2A = 9,6$$

~~O_1A~~

A имеет координ. $(0, 2, 4)$, а $8b = 2,4$

по т. Пифагора

$$b = \frac{2,4}{8} = \frac{1}{2} \cdot 0,3$$

$$AB = \sqrt{AO_2^2 - O_2B^2} = \sqrt{9,6^2 - 16} = \sqrt{76,16}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6 (прод. 2)

Условие.

$$\triangle O_2BA \sim \triangle XO_1A \quad \left(\begin{array}{l} \angle AO_1X - \text{прямой}, \\ \angle O_2AB = \angle XAO_1 \end{array} \right)$$

$$\frac{AB}{AO_1} = \frac{O_2B}{O_1X}$$

$$O_1X = \frac{O_2B \cdot AO_1}{AB} = \frac{2,4 \cdot 4}{\sqrt{76,16}} = \frac{9,6}{\sqrt{76,16}}$$

O_1X

Координаты т. X это $\left(\frac{9,6}{\sqrt{76,16}}; 0 \right)$

$O_1X + 2$

$$a \cdot \frac{9,6}{\sqrt{76,16}} + 2,4 = 0$$

$$a = - \frac{2,4 \cdot \sqrt{76,16}}{9,6}$$

а также

$$a = \frac{2,4 \cdot \sqrt{76,16}}{9,6}$$

$$\text{Отв: } a = \pm \frac{\sqrt{76,16}}{4}$$

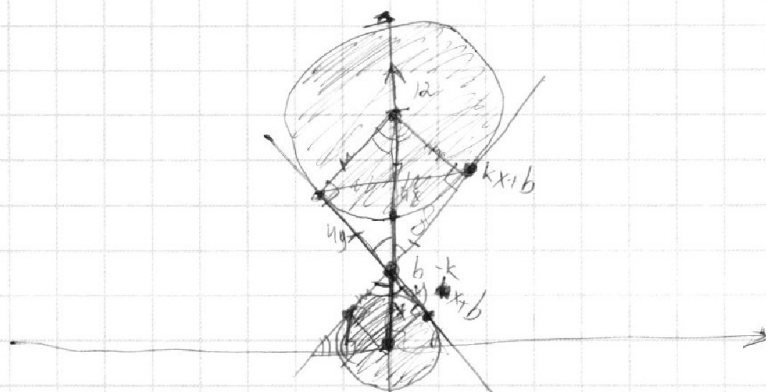
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ax + y - 8b = 0$$

$$y = -9x + 8b$$

$$(12 - b)(8 - b)$$

$$\left(\frac{12}{5}\right)^2$$

$$y = kx$$

$$k = \frac{y}{x}$$

$$12 = 5x$$

$$x = \frac{12}{5} = 2,4 = b$$

$$\frac{4 - 2,4}{2} =$$

$$\frac{4y}{1}$$

$$kx_1 + 2,4 = y_1$$

$$x_1^2 + (y_1 - 12)^2 = 16$$



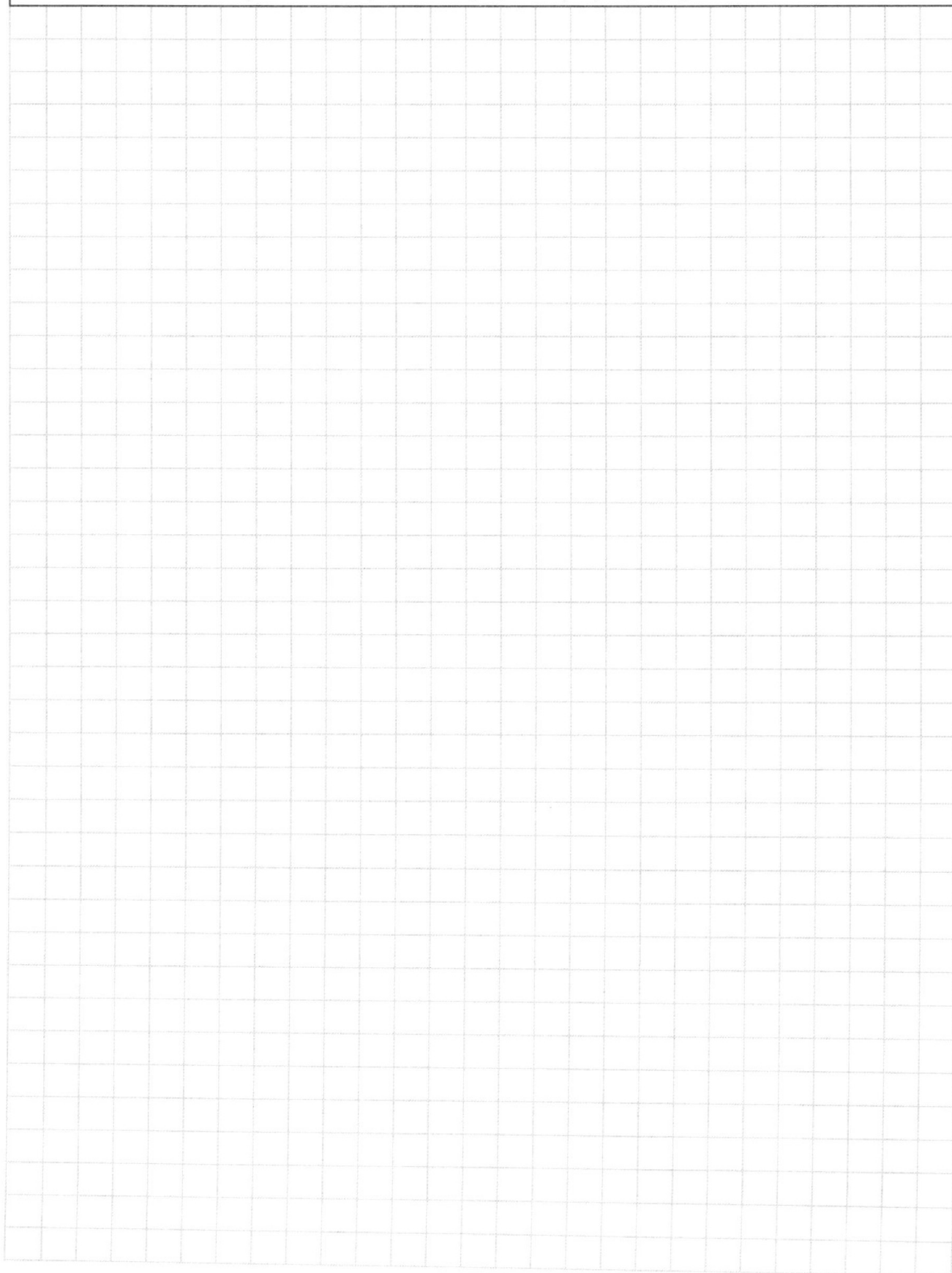
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





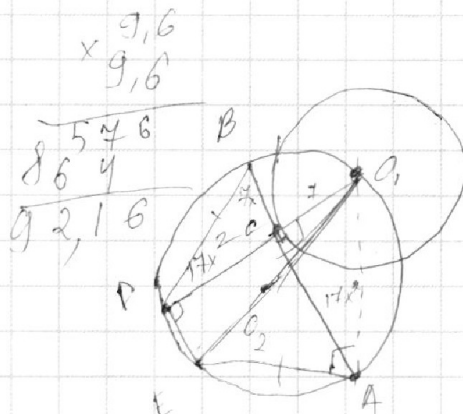
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$92,16 - 16 = 76,16$$

$$13^2 + 1^2 = 169 + 1 = 170$$

$$\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b} = b-a$$

$$b+2\sqrt{a} = -1$$

$$\begin{array}{r} 627 \overline{) 117} \\ - 51 \\ \hline 117 \end{array}$$

$$b+\sqrt{a} = -1 - \sqrt{a}$$

$$= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 + 4 \cdot 3 \cdot 3 = 81 + 36 = 117$$

$$0 = 4 + x \cdot 1 + \dots$$

$$289 + 338 - 627 =$$

$$= 0$$

$$4 + x + \dots = 18$$

$$(1 + x + \dots) 4 = 18$$

$$1 + x + \dots = 4,5$$

$$0 = 1 - \sqrt{b+2a}$$

$$0 = 1 - \sqrt{b+2a}$$

$$AE^2 = DB^2 = 17^2 + 49^2$$

$$AC^2 = 17^2 + 49^2$$

$$\begin{array}{r} \times 169 \\ 4 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$4 \cdot 17^2 = 289x^4 + 66x^2 + 49$$

$$289 + 49x^2 =$$

$$= 338$$

$$676 = 289x^4 + 338x^2 + 49$$

$$289x^4 + 338x^2 - 627 = 0$$

$$x=1$$

$$AB = 24\sqrt{}$$



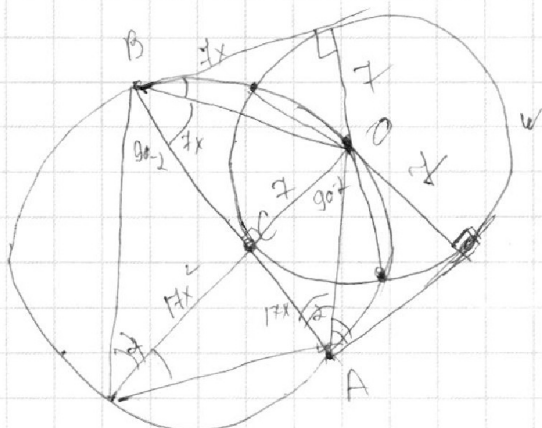
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



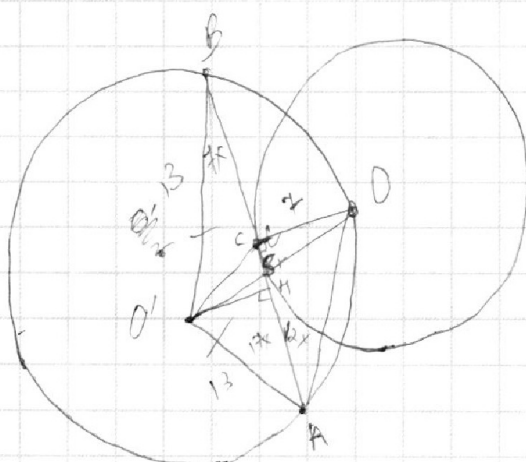
$$\Omega = 13$$
$$\omega = 7$$

$$\frac{17x^2}{4} =$$

$$BO^2 = 49 + 49x^2$$

$$17 \cdot 7x^2 = CO^2 - 13^2$$

$$49x^2$$



$$\begin{array}{r} \times 17 \\ 17 \\ \hline 119 \\ 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$289 - 169 = 120$$

$$289 - 49 = 240$$

$$7 \cdot 17x^2 = CO'^2 + 13^2$$

$$CO'^2 = 7 \cdot 17x^2 + 13^2 = 25x^2 + O'H^2$$
$$O'H^2 = 13^2 - 144x^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 4^{11} 2^{15}$$

$$bc: 2^{17} 7^{18}$$

$$ca: 2^{23} 7^{39}$$

$$a=17$$

$$b=1$$

$$\frac{18}{18^2 - 9 \cdot 17}$$

$$a = 2^{x_1} \cdot 7^{y_1} \cdot p$$

$$b = 2^{x_2} \cdot 7^{y_2} \cdot n$$

$$c = 2^{x_3} \cdot 7^{y_3} \cdot k$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + b$$

$$a+b = a + 2\sqrt{a}b + b^2$$

$$a = 14$$

$$b = 4$$

$$1 = 2\sqrt{a} + b$$

$$18^2$$

$$(18^2 - 9 \cdot 4 \cdot 14)$$

$$\frac{9}{(9^2 - 9)}$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 29$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 28$$

$$y_1 = 19$$

$$y_3 = 20$$

$$y_1 = 0$$

$$81$$

$$x_1 = 11$$

$$x_2 = 12$$

$$x_2 = 5$$

$$2(x_1 + x_2 + x_3) \geq 55 \quad 2(y_1 + y_2 + y_3) \geq 68$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 27.5$$

$$y_1 + y_2 + y_3 \geq 34$$

$$28$$

$$abc = 2^{28} \cdot 5^{39}$$

$$x_1 = 14$$

$$x_2 = 1$$

$$x_3 = 9$$

$$\frac{17}{33} = \frac{26 \cdot 6}{156}$$

$$9x = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$81x^2 = 12x^2 + 12x + 1$$

$$-69x^2 + 12x + 1 = 0$$

$$D = 1396 \cdot 2 \cdot 16 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 13 =$$

$$= 16 \cdot 6 \cdot 26 = 16 \cdot 156$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{156}}{-69} = \frac{-6 \pm \sqrt{39}}{-69}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

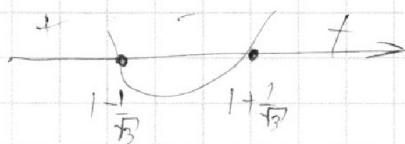
$$x = \frac{-6 \pm 2\sqrt{156}}{-69}$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

~~3x^2~~

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0$$

$$D = 36 - 3 \cdot 2 \cdot 4 = 12$$
$$x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3} = 1 \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$



$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$\frac{-6 - 2\sqrt{156}}{-69} = \frac{6 + 2\sqrt{156}}{69}$$

$$a+b = \cancel{a^2} + b^2 + 2\sqrt{a}b \cdot \frac{30}{69} \leq \frac{6+2\sqrt{156}}{69} \leq \frac{32}{69} \leq 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$1 = b + 2\sqrt{a}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{3} \leq \frac{30}{69}$$

$$1 - b = 2\sqrt{a}$$

$$9 < 90$$



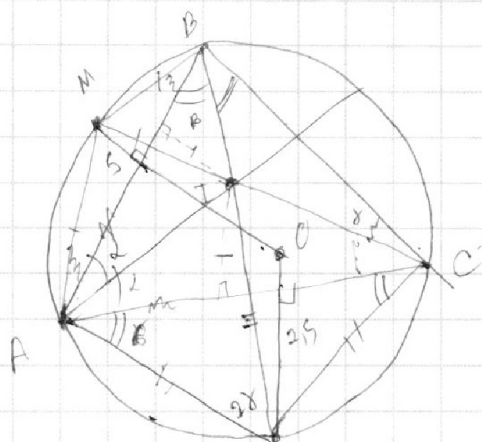
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

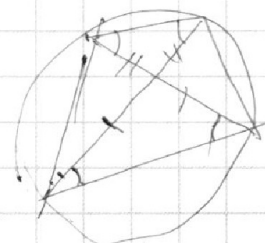
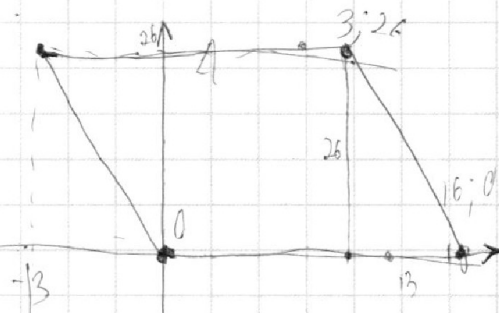
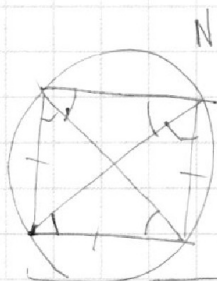
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle MAN = \angle MIN = 22 + \beta + \gamma = 90^\circ - \alpha$$

$$\angle BON = 13/33$$



$$g:m$$

$$m=g$$

$$2(x_2) - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 0$$

$$\begin{aligned} x_2 &= 16 & y_2 &= 0 \\ x_1 &= 3 & y_1 &= 26 \end{aligned}$$

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{a^2+2ab+b^2-9ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$$

$$a+b = mn$$

$$ab = mk$$

$$k:a, k:b \quad k \neq ab$$

$$mk \geq 2ab$$

$$\begin{aligned} a+b &: mn \\ ab &: m \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{aligned} a &: m \\ b &: m \end{aligned}$$

$$a:m \Rightarrow b:m$$

$$x \cdot 26$$

$$a = \frac{mk}{b}$$

$$b = \frac{mk}{a}$$

$$\frac{k}{b} + \frac{k}{a} = n \quad \begin{aligned} a+b &\equiv n \cdot a \\ ab &\equiv n \cdot a \end{aligned}$$

$$a \equiv -b$$

$$ab \equiv -b^2 \equiv 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$(3x^2)/x$$

$$D = 36 - 3 \cdot 8 = 12$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{a+1-9x}$$

$$\sqrt{a+1-9x} - \sqrt{a} = 1-9x$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$a+b = a+b+2\sqrt{ab}$$

$$2\sqrt{ab} = 0$$



$$a=0 \text{ или } b=0$$



$$3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$D = 9 - 12$$



к.р.м. м.р.м.

$$1-9x=0$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$\text{проб. } \sqrt{\frac{3}{81} - \frac{6}{9} + 2} - \sqrt{\frac{3}{81} + \frac{3}{9} + 1} = 0$$

$$\sqrt{\frac{1}{27} + \frac{4}{3}} - \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{4}{3}} = 0 \checkmark$$

$$12 + 5 + 6 = 33/9$$

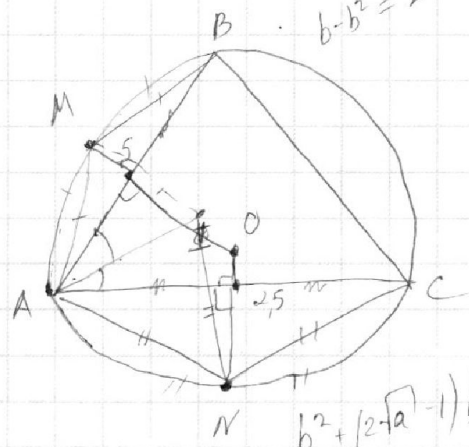
$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + b$$

$$2\sqrt{ab}$$

$$a+b = a + 2\sqrt{ab} + b^2$$

$$b-b^2 = 2\sqrt{ab}$$



$$b^2 + (2\sqrt{a}-1)b = 0$$

$$b(b+2\sqrt{a}-1) = 0$$