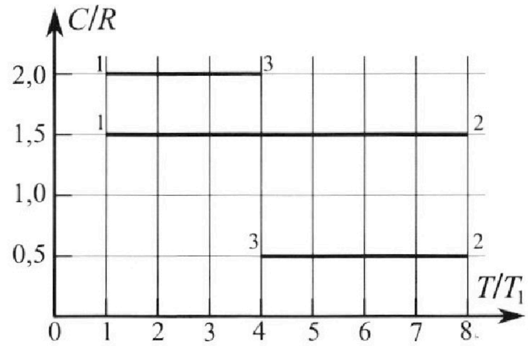
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

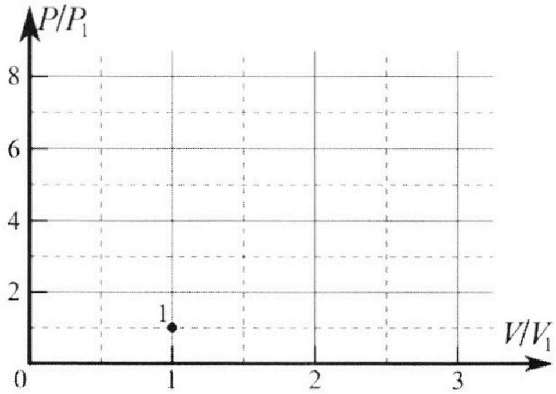
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1(см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К,
универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



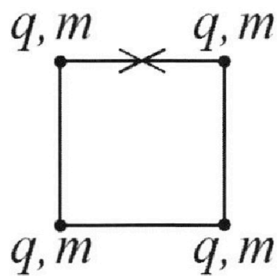
1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T.



1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На ка ком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная ε_0. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^0$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

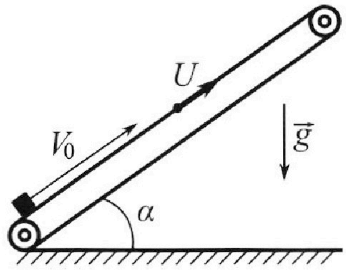
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3{,}6$ м.

2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$ (см. рис.).
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0{,}5$.
Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

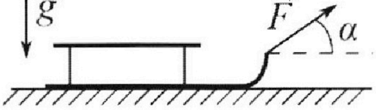
Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

2) Чере з какое время T_1 после старта скорость коробки *во втором опыте* будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль *во втором опыте*? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).



Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g. Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

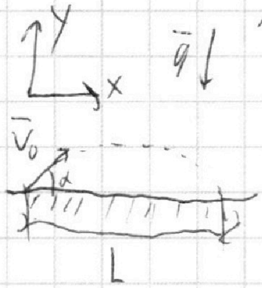
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

1) Дано: $\alpha = 45^0$, $L = 20$ м, $g = 10$ м/с²; V_0 - ?



ур-е равноускоренного движения:
$$\Delta\vec{r} = \vec{V}_0\Delta t + \frac{\vec{a}\Delta t^2}{2}$$

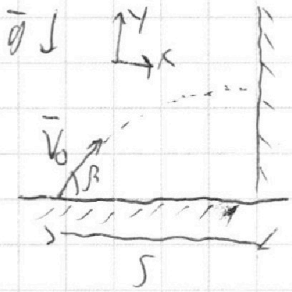
$$Ox: L = V_0\cos\alpha\,\Delta t \Leftrightarrow \Delta t = \frac{L}{V_0\cos\alpha} \quad (1)$$

$$Oy: 0 = V_0\sin\alpha\,\Delta t - \frac{g\Delta t^2}{2} \Leftrightarrow \frac{g\Delta t^2}{2} = V_0\sin\alpha\,\Delta t \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{g\Delta t}{2} = V_0\sin\alpha \Rightarrow$$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{g}{2}\frac{L}{V_0\cos\alpha} = V_0\sin\alpha \Leftrightarrow V_0^2 = \frac{gL}{\sin 2\alpha} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{10\frac{м}{с^2}\cdot 20м}{\sin 90^0}} = \frac{10\sqrt{2}\frac{м}{с}}{\sqrt{1}} = 10\sqrt{2}\frac{м}{с}$$

2) Дано: нач. скорость - V_0, $H = 3{,}6$ м - максимальная высота удара; S - ?



$$\Delta\vec{r} = \vec{V}_0\Delta t + \frac{\vec{a}\Delta t^2}{2}$$

$$Ox: V_0\cos\beta\,\Delta t = S \quad (2)$$

$$Oy: h = V_0\sin\beta\,\Delta t - \frac{g\Delta t^2}{2} \quad (3)$$

h - высота удара при некотором β - угле между $\vec{V}_0$ и Ox

$$(2) \Leftrightarrow \Delta t = \frac{S}{V_0\cos\beta} \qquad (3);(2): h = V_0\sin\beta\frac{S}{V_0\cos\beta} - \frac{g\left(\frac{S}{V_0\cos\beta}\right)^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h = S\,tg\beta - \frac{gS^2}{2V_0^2\cos^2\beta} \Leftrightarrow \left[\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1 \Leftrightarrow tg^2\beta + 1 = \frac{1}{\cos^2\beta} \Leftrightarrow \cos^2\beta = \frac{1}{tg^2\beta + 1}\right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h = S\,tg\beta - \frac{gS^2(tg^2\beta + 1)}{2V_0^2} \Leftrightarrow h = S\,tg\beta - \frac{gS^2 tg^2\beta}{2V_0^2} - \frac{gS^2}{2V_0^2} = -\frac{gS^2 tg^2\beta}{2V_0^2} + S\,tg\beta - \frac{gS^2}{2V_0^2}$$

h максимальна, если $tg\beta = \dfrac{-S}{-\frac{gS^2}{V_0^2}} = \dfrac{V_0^2}{gS}$

$$т.к.\ H = -\frac{gS^2\frac{V_0^4}{g^2S^2}}{2V_0^2} + S\frac{V_0^2}{gS} - \frac{gS^2}{2V_0^2} = -\frac{V_0^2}{2g} + \frac{V_0^2}{g} - \frac{gS^2}{2V_0^2} = \frac{V_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2V_0^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

т.о. $H = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2v_0^2} \Leftrightarrow \frac{gS^2}{2v_0^2} = \frac{v_0^2}{2g} - H \Leftrightarrow S^2 = \frac{v_0^4}{g^2} - \frac{2Hv_0^2}{g} \Rightarrow$

$\Rightarrow S = v_0\sqrt{\frac{v_0^2}{g^2} - \frac{2H}{g}} = 10\sqrt{2}\,\frac{м}{с}\sqrt{\frac{200\,\frac{м^2}{с^2}}{100\,\frac{м^2}{с^4}} - \frac{2\cdot 3,6\,м}{10\,\frac{м}{с^2}}} = 10\sqrt{2}\,\frac{м}{с}\sqrt{2\cdot с^2 - 0,72\,с^2} =$

$= 10\sqrt{2}\sqrt{1,28}\ м = 10\sqrt{2}\cdot 0,1\sqrt{128}\ м = \sqrt{2}\cdot\sqrt{128}\ м = \sqrt{256}\ м = 2^4\ м = 16\ м$

Ответ: $v_0 = 10\sqrt{2}\ \frac{м}{с}$; $S = 16\ м$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2.

Дано: $\sin\alpha = 0{,}6$

$V_0 = 6$ м/с; $\mu = 0{,}5$

1) $\tau = 1$ с; S – ?

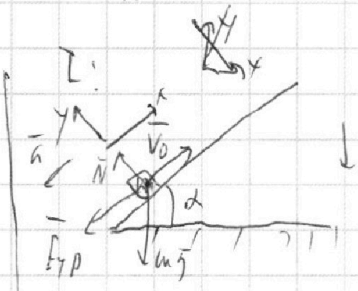
2) $u = 1$ м/с, $V_0 = 6$ м/с

$V_к = u$, τ_1 – ?

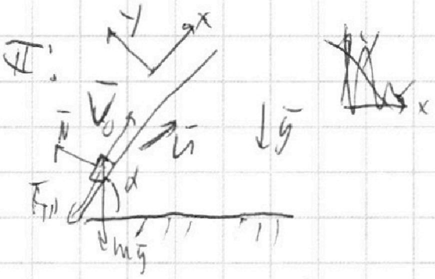
3) $V_к = 0$; L – ?

$g = 10$ м/с²

I:



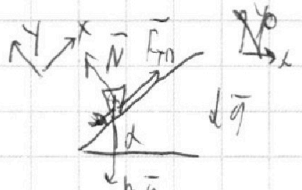
II:



Решение: $\sin\alpha = 0{,}6 \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5} = 0{,}8$

Рассмотрим коробку на неподвижной ленте.

условие равновесия: $m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} = \vec{0}$



$Ox: F_{тр} - mg\sin\alpha = 0$ (1)

$Oy: N = mg\cos\alpha$

З-н Кулона-Амонтона: $F_{тр} \le \mu N \Rightarrow F_{тр} \le \mu mg\cos\alpha$

(1): $\mu mg\cos\alpha \ge mg\sin\alpha \Leftrightarrow \mu \ge tg\alpha \Leftrightarrow \mu \ge \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}} \Leftrightarrow 0{,}5 \ge \frac{0{,}6}{\sqrt{1-0{,}36}} \Leftrightarrow 0{,}5 \ge \frac{0{,}6}{\sqrt{0{,}64}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0{,}5 \ge \frac{0{,}6}{0{,}8} \Leftrightarrow 0{,}4 \ge 0{,}6$?! т.о. равновесия быть не может (для движущейся ленты аналогично)

т.о. $F_{тр} = \mu gm\cos\alpha$ в любой момент времени, если $\vec{V} \uparrow\uparrow \vec{Ox}$

I: II з-н Ньютона: $m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} = m\vec{a}$ $Ox: F_{тр} + mg\sin\alpha = ma$ (2)

$Oy: N = mg\cos\alpha \Rightarrow F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$

(2): $mg(\mu\cos\alpha + \sin\alpha) = am \Leftrightarrow a = g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)$ | ур-е движения: $\Delta\vec{V} = \vec{a}\Delta t$

~~через τ=1с~~: $Ox: V_{кx} - V_0 = -a\Delta t$ $\vec{F}_{тр}$ постоянна по направлению пока $\vec{V} \uparrow\uparrow \vec{Ox}$ сначала; при $V=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$V=0 \quad 0-V_0=-a\Delta t_1 \Rightarrow V_0=a\Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1=\dfrac{V_0}{g(\mu\cos\alpha+\sin\alpha)}=\dfrac{6\,м/с}{10\,м/с^2(0{,}5\cdot0{,}8+0{,}6)}=$

$=\dfrac{6\,м/с}{10\,м/с^2(0{,}4+0{,}6)}=\dfrac{6\,м/с}{10\,м/с^2}=0{,}6с<T=1с \quad$ т.е. $\Delta t_1=0{,}6с$

если $\vec{V}\downarrow\uparrow Ox$, то $\vec{F}_{тр}\uparrow\uparrow Ox$ тогда: Ox: $F_{тр}-mg\sin\alpha=-ma_2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \mu mg\cos\alpha-mg\sin\alpha=-ma_2 \Leftrightarrow a_2=g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)$

$S=S_1+S_2=V_0\Delta t_1-\dfrac{a_1\Delta t_1^2}{2}+\dfrac{a_2\Delta t_2^2}{2}=V_0-\dfrac{g(\mu\cos\alpha+\sin\alpha)\Delta t_1^2}{2}+\dfrac{g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)(T-\Delta t_1)^2}{2}=$

$=6\,\dfrac{м}{с}\cdot0{,}6с-\dfrac{10\,м/с^2(0{,}6+0{,}4)\cdot(0{,}6с)^2}{2}+\dfrac{10\,м/с^2(0{,}6-0{,}4)(0{,}4с)^2}{2}=$

$=3{,}6\,м-\dfrac{10\,м/с^2\cdot0{,}36с^2}{2}+\dfrac{10\,м/с^2\cdot0{,}2\cdot0{,}16с^2}{2}=3{,}6м-1{,}8м+0{,}16м=$

$=1{,}8м+0{,}16м=1{,}96\,м$

2) до момента, когда $V=U=1\,м/с$ $\quad V>U \Rightarrow \vec{F}_{тр}\downarrow\uparrow Ox \quad \vec{a}\downarrow\uparrow Ox$

т.е. Ox: $F_{тр}+mg\sin\alpha=ma \Leftrightarrow \mu mg\cos\alpha+mg\sin\alpha=ma \Leftrightarrow a=a_1=g(\mu\cos\alpha+\sin\alpha)$

$\Delta\vec{V}=\vec{a}\Delta T_1 \quad Ox$: $U-V_0=-a\Delta T_1 \Rightarrow \Delta T_1=\dfrac{V_0-U}{a}=\dfrac{6\,м/с-1\,м/с}{10\,м/с^2(0{,}4+0{,}6)}=$

$=0{,}5\,с$

после этого $\vec{F}_{тр}\uparrow\uparrow Ox$, значит: $F_{тр}-mg\sin\alpha=-ma \Leftrightarrow a=g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)=a_2$

т.о. $V=0\,м/с$ $\Delta\vec{V}=\vec{a}\Delta t \quad Ox$: $-U=-a_2\Delta t_3 \Leftrightarrow [\Delta t_3$ – время от $V=U$ до $V=0]$

$\Rightarrow \Delta t_3=\dfrac{U}{a_2}=\dfrac{U}{g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}=\dfrac{1\,м/с}{10\,м/с^2\cdot0{,}2}=\dfrac{1}{2}\,с=0{,}5с$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$L = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{от } V_0 \text{ до } u}}{S_{3}} - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{от } u \text{ до } 0}}{S_4} = V_0 T_1 - \frac{a_1 T_1^2}{2} - \frac{a_2 \Delta t_3^2}{2} = 6\,м/с \cdot 0{,}5\,с - \frac{10\,м/с^2 (0{,}5 \cdot 0{,}8 + 0{,}6) \cdot (0{,}5\,с)^2}{2} -$$

$$- \frac{10\,м/с^2 (0{,}6 - 0{,}8 \cdot 0{,}5) \cdot (0{,}5\,с)^2}{2} =$$

$$= 3\,м - \frac{10\,м/с^2 \cdot 0{,}25\,с^2}{2} - \frac{10\,м/с^2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}25\,с^2}{2} = 3\,м - 1{,}25\,м - 0{,}25\,м = 3\,м - 1{,}5\,м =$$

$$= 1{,}5\,м$$

заметим, что модуль V может быть равен u ещё раз, когда $\vec{v} \downarrow\uparrow \vec{u}$

$$\Delta \vec{V} = \vec{a}_1 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{от } u (\vec{v} \uparrow\uparrow \vec{u}) \text{ до } u (\vec{v} \downarrow\uparrow \vec{u})}}{t_4} \quad OY: -u - u = -a_2 \Delta t_4 \Leftrightarrow \Delta t_4 = \frac{2u}{a_2} = \frac{2u}{g(\mu\alpha - \sin\alpha)} = \frac{2 \cdot 1\,м/с}{10\,м/с^2 \cdot 0{,}2} =$$

$$= 1\,с$$

значит и T_1 может быть ещё одно значение $T_1(2) = T_1 + \Delta t_4 =$

$= 0{,}5\,с + 1\,с = 1{,}5\,с$

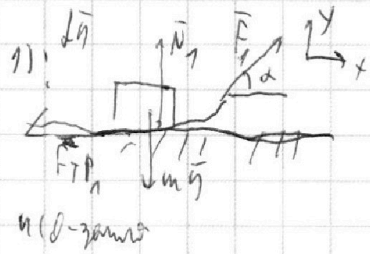
Ответ: $S = 1{,}96\,м$; $T_1 = 0{,}5\,с$ или $T_1 = 1{,}5\,с$; $L = 1{,}5\,м$

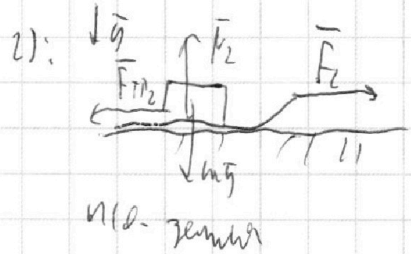
№3.

Дано: K; $S_1 = S_2$
α; $F_1 = F_2$
g, m

μ - ?

S (торможения) - ?





II з-н Ньютона:

$$\vec{F}_1 + \vec{N}_1 + m\vec{g} + \vec{F}_{тр_1} = m\vec{a}_1$$

OY: $N_1 + F_1 \sin\alpha - mg = 0 \Leftrightarrow N_1 = mg - F_1\sin\alpha$

з-н Кулона-~~Амонтона~~: $F_{тр} = \mu N$

$$F_{тр_1} = \mu N_1 = \mu(mg - F_1\sin\alpha) = \mu(mg - F\sin\alpha)$$

$(\forall F = F_1 = F_2)$

II з-н Ньютона:

$$\vec{F}_2 + \vec{N}_2 + m\vec{g} + \vec{F}_{тр_2}$$

OY: $N_2 = mg$

$F_{тр_2} = \mu N_2 = \mu mg$

~~В обоих случаях~~ т. об изменении E_k: $\Delta E_k = \sum_i A_i$

1): $K = \vec{R}_1 \cdot \vec{S}_1 = R_{1x} S_1 = R_{1x} S_1$ ~~$(\forall F = F_1 = F_2)$~~

2): $K = \vec{R}_2 \cdot \vec{S}_2 = R_{2x} S_1$

$$R_{1x} = F_1\cos\alpha - F_{тр_1} = F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha) = F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg$$

$$R_{2x} = F_2 - F_{тр_2} = F - \mu mg$$

$K = R_{1x} S_1$
$K = R_{2x} S_1$ $\Rightarrow R_{1x} = R_{2x} \Rightarrow F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg = F - \mu mg \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos\alpha + \mu\sin\alpha = 1 \Leftrightarrow \mu\sin\alpha = 1 - \cos\alpha \Leftrightarrow \mu = \dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

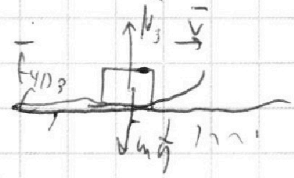
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

3) торможение (3 снаряд): $\Delta E_k = A_R \Leftrightarrow -K = \bar{R}_{зх} \cdot \bar{S} \Leftrightarrow -K = \cancel{R_x}\, R_x S \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -K = -F_{тр_3} S$

2-й з-н Ньютона Oy: $N_3 = mg \Rightarrow F_{тр_3} = \mu mg$



Т.к. $-K = -\mu mg S \Leftrightarrow S = \frac{K}{\mu mg} = \frac{K}{\left(\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)mg} = \frac{K\sin\alpha}{mg(1-\cos\alpha)}$

Ответ: $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $S = \frac{K\sin\alpha}{mg(1-\cos\alpha)}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Дано: / график $\frac{C}{R}\left(\frac{T}{T_1}\right)$ / $C = C_V$

$\nu = 1$ моль

газ - одноатом. ид.

$T_1 = 200K$; $R = 8{,}31 \frac{Дж}{К \cdot моль}$

A_{31} внеш - ?

η - ?; $\frac{p}{p_1}\left(\frac{V}{V_1}\right)$ - ?

газ-ид. => (ур-е Клапейрона-Менделеева): $pV = \nu RT$

I начало термодинамики: $\Delta U = A^{\nu} + Q^{\nu}$

1-2: $C_{V_{12}} = 3{,}5R$ $\quad U = \frac{i}{2}\nu RT$ =>

$\frac{T_2}{T_1} = 8 \Rightarrow T_2 = 8T_1$ $\quad$ => $\Delta U_{12} = \frac{i}{2}\nu R \Delta T_{12}$

$C_{V_{12}} = \frac{Q_{12}}{\Delta T_{12} \cdot \nu}$ => $Q_{12} = \Delta T_{12} \nu C_{V_{12}} = (8T_1 - T_1)\nu C_{V_{12}} = 7T_1 \nu C_{V_{12}}$

$\Leftarrow 0$

$Q_{12} - Q_H$

$\Delta U = A + Q \Leftrightarrow \frac{i}{2}\nu R \Delta T_{12} = A_{12} + 7T_1 \nu C_{V_{12}}$ ⇔

⇔ $\frac{i}{2}\nu R\, 7T_1 = A_{12} + 7T_1 \nu \cdot 3{,}5R \Leftrightarrow A_{12} = \nu R T_1\left(\frac{i}{2} \cdot 7 - 3{,}5 \cdot 7\right) =$

$= \nu R T_1 \left(\frac{3}{2} \cdot 7 - \frac{3}{2} \cdot 7\right) = 0$

т.о. $A_{12} = 0$; $Q_{12} = 7T_1 \nu \cdot 3{,}5R$ (часть Q_H) $= \cancel{\frac{3}{2} \cdot 200K \cdot 1моль \cdot 8{,}31 \frac{Дж}{К моль} = 8{,}31 Дж \cdot 24}$

2-3: $C_{V_{23}} = 0{,}5R$ $\quad T_2 = 8T_1$; $T_3 = 4T_1$

$Q_{23} = C_{V_{23}} \Delta T_{23} \nu = 0{,}5R\nu \cdot (T_3 - T_2) = 0{,}5R\nu(-4T_1) = -0{,}5R\nu 4T_1 = -2\nu RT_1$

$\Leftarrow 0$

Q_{23} не часть Q_H

$\Delta U = A + Q \Leftrightarrow \frac{i}{2}\nu R(-4T_1) = A_{23} - 2\nu RT_1 \Leftrightarrow$

$A_{23} = \nu RT_1\left(-\frac{i}{2} \cdot 4 + 2\right) = \nu RT_1(2 - 2i)$

т.о. $A_{23} = \nu RT_1(2-2i)$; Q_{23} - не Q_H $\quad A_{23} = \nu RT_1(2-2i) = \nu RT_1(-4)$

$= 1 моль \cdot 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot 200K\,(2 - 2 \cdot 3) = \cancel{16{,}62}\ 1662\,(-4)$ Дж $= -6648$ Дж

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

3-1: $C_{V_{31}} = 2R$

$Q_{31} = \nu C_{V_{31}} \Delta T_{31} = \nu 2R \cdot (-3T_1) = -6\nu R T_1 < 0 \Rightarrow Q_{31}$ - не входит Q_H

$\Delta U = A + Q \Leftrightarrow \Delta U_{31} = A_{31} + Q_{31} \Leftrightarrow A_{31} = \frac{i}{2}\nu R \Delta T - Q_{31} = \frac{i}{2}\nu R(-3T_1) + 6\nu R T_1 =$

$= \nu R T_1 (6 - \frac{3i}{2})$

т.е. $A_{31} = \nu R T_1 (6 - \frac{3i}{2})$; Q_{31} - не Q_H | $A_{31} = \nu R T_1 (6 - \frac{3i}{2}) = 1$ моль $\cdot 200$ К $\cdot 8{,}31 \frac{Дж}{К \cdot моль} \cdot (6 - \frac{3 \cdot 3}{2}) =$

~~$\eta = \frac{A}{Q_H} = A$~~

$= 1662$ Дж $(6 - \frac{9}{2}) = 1662$ Дж $\cdot \frac{3}{2} = 831 \cdot 3$ Дж $= 2493$ Дж

$\eta = \frac{A^{\uparrow}}{Q_H} = \frac{-A^{\downarrow}}{Q_H} = \frac{-(A_{12} + A_{23} + A_{31})}{Q_{12}} = \frac{-(0 - 4\nu R T_1 + \frac{3}{2}\nu R T_1)}{\frac{21}{2}\nu R T_1} =$

$= \frac{4\nu R T_1 - \frac{3}{2}\nu R T_1}{\frac{21}{2}\nu R T_1} = \frac{4 - \frac{3}{2}}{\frac{21}{2}} = \frac{8-3}{21} = \frac{5}{21}$

~~при $\Delta V = 0$~~

$\delta A = p\,dV$

1-2: $\delta A = 0 \Rightarrow p\,dV = 0 \Rightarrow dV = 0$

$pV = \nu R T \Rightarrow \begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_2 V_2 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_2 V_1 = \nu R\, 8T_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = 8$; $\frac{V_2}{V_1} = 1$

2-3: ~~$\delta A = \nu R$~~ $dU = \delta Q + \delta A \Rightarrow \delta A = dU - \delta Q = \frac{i}{2}\nu R\,dT - \frac{1}{2}\nu R\,dT = \nu R\,dT(\frac{i}{2} - \frac{1}{2})$

$p\,dV = \nu R(\frac{i}{2} - \frac{1}{2})dT$

$pV = \nu R T \Rightarrow p\,dV + V\,dp = \nu R\,dT$ | $\Rightarrow p\,dV = \underbrace{(\frac{i}{2} - \frac{1}{2})}_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1}(p\,dV + V\,dp) \Rightarrow p\,dV = p\,dV + V\,dp \Rightarrow$

$\Rightarrow V\,dp = 0 \Rightarrow dp = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Т.к. 2-3 изобар. $\begin{cases} p_2V_2 = \nu RT_2 \\ p_3V_3 = \nu RT_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_2V_2 = \nu RT_2 \\ p_2V_3 = \nu RT_3 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{4T_1}{8T_1} = \frac{1}{2}$

$V_2 = V_1 \Rightarrow \frac{V_3}{V_1} = \frac{1}{2}$; $p_3 = p_2 = 8p_1 \Rightarrow \frac{p_3}{p_1} = 8$

3-1: $\delta A = p\,dV$

$dU = \delta A + \delta Q \Rightarrow \delta A = dU - \delta Q = \frac{3}{2}\nu R\,dT - \nu C_{\nu_{31}}\,dT = dT\left(\frac{3}{2}\nu R - \nu 2R\right) =$

$= \nu R\,dT\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\nu R}{2}dT$

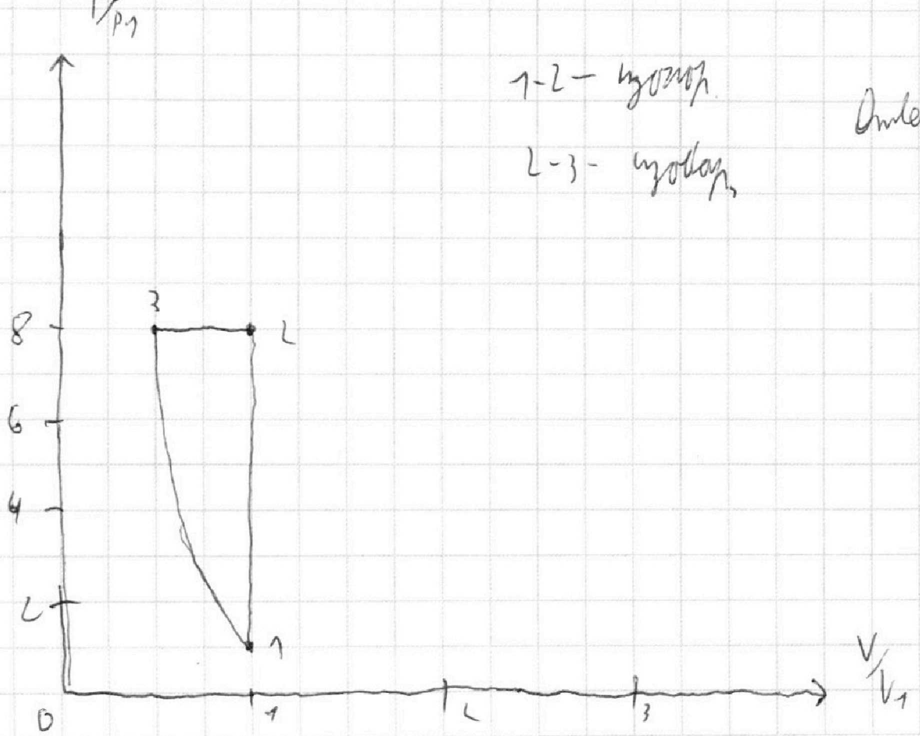
$p\,dV = \delta A = -\frac{\nu R}{2}dT$

$pV = \nu RT \Rightarrow \nu R\,dT = p\,dV + V\,dp$

$\Rightarrow p\,dV = -\frac{\nu R}{2}\frac{p\,dV + V\,dp}{\nu R} \Rightarrow$

$\Rightarrow p\,dV = -\frac{p\,dV}{2} - \frac{V\,dp}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}p\,dV = -\frac{V\,dp}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dp}{dV} = -3\frac{p}{V} \Rightarrow \frac{1}{p}dp = -3\frac{1}{V}dV \Rightarrow \int_{p_3}^{p}\frac{1}{p}dp = -3\int_{V_3}^{V}\frac{1}{V}dV \Rightarrow$ ~~$\ln p - \ln p_3 = -3(\ln V - \ln V_3)$~~



1-2 – изохор.

2-3 – изобар.

Ответ: $A_{31} = 2493$ Дж

$\eta = \frac{5}{21}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

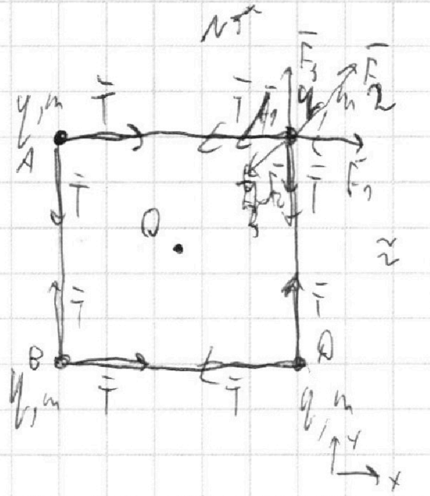
№5

Дано: a, T, ε_0

$|q|$ - ?

K - ?

d - ?

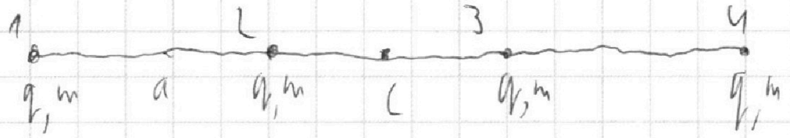


$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} \approx \text{[т.к. в воздухе]} \approx \frac{q_1 q_2}{\varepsilon_0 r^2}$$

Ⅱ правый верхний шарик.

II з-н Ньютона:

$$\vec{F}_3 + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$$



квадрат $\Rightarrow F_1 = F_3 = \frac{q^2}{\varepsilon_0 a^2}$

$$F_2 = \frac{q^2}{\varepsilon_0 (a\sqrt{2})^2} = \frac{q^2}{\varepsilon_0 a^2 2}$$

$$OX:\ F_1 + \frac{F_2}{\sqrt{2}} = T \Leftrightarrow \frac{q^2}{\varepsilon_0 a^2} + \frac{q^2}{\varepsilon_0 a^2 2\sqrt{2}} = T \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{q^2}{\varepsilon_0 a^2}\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = T \Leftrightarrow q^2 = \frac{T\varepsilon_0 a^2}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}} \Rightarrow |q| = \sqrt{\frac{T\varepsilon_0 a^2}{1+\frac{1}{2\sqrt{2}}}} =$$

$$= a\sqrt{\frac{T\varepsilon_0}{1+\frac{1}{2\sqrt{2}}}}$$

~~по т. о движении центра масс: центр масс не дв~~

З(?): $\Delta E_k + \Delta E_п = 0 \Leftrightarrow$ [кин. энергии шариков 1и4, 2и3 равны в силу симметрии] $\Leftrightarrow 2E_{k_1} + 2E_{k_2} + (E_{п_I} - E_{п_{II}}) = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 2E_{k_1} + 2E_{k_2} + \left(3\frac{2q^2}{\varepsilon a} + 2\cdot\frac{2q^2}{\varepsilon 2a} + \frac{2q^2}{\varepsilon 3a} - 4\frac{2q^2}{\varepsilon_0 a} - 2\frac{2q^2}{\varepsilon_0 a\sqrt{2}}\right) = 0 \Leftrightarrow$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

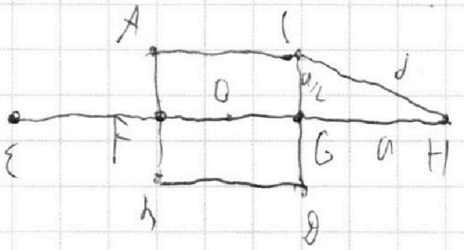
$\Leftrightarrow$ [когда все в линию, шарики (2) двигаются вверх $\cdot\vec{v}_2$, шарики 1 и 4 — вниз $(\vec{v}_1)$; из т. о движении центра масс: $\frac{2m v_{2x} + 2m v_{1x}}{4m} = 0 \Leftrightarrow v_{2x} = -v_{1x} \Rightarrow$

$\Rightarrow v_2 = v_1$ по модулю $\Rightarrow E_{K_1} = E_{K_2}$] $\Leftrightarrow 4E_k + \frac{q^2}{\varepsilon_0 a}\left(+6 + 2 - \frac{2}{3} - 8 - \frac{4}{\sqrt{2}}\right) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4E_k = \frac{q^2}{\varepsilon_0 a}\left(8 + \frac{4}{\sqrt{2}} - 8 - \frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow 4E_k = \frac{q^2}{\varepsilon_0 a}\left(\frac{4}{\sqrt{2}} - \frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow 4E_k = \frac{T\varepsilon_0 a^2}{\varepsilon_0 a\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}\left(\frac{4}{\sqrt{2}} - \frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4E_k = \frac{Ta}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}\left(\frac{4}{\sqrt{2}} - \frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow E_k = \frac{Ta}{1 + \frac{1}{4\sqrt{2}}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{6}\right) \Leftrightarrow K = \frac{Ta\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{6}\right)}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}} =$

$= \frac{Ta\left(1 - \frac{1}{3\sqrt{2}}\right)}{\sqrt{2} + \frac{1}{2}} = \frac{Ta\left(2 - \frac{\sqrt{2}}{3}\right)}{2\sqrt{2} + 1}$



по т. о движении центра масс: $O_x = \text{const}$

$d = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{1 + \frac{1}{4}} = a\frac{\sqrt{5}}{2}$

Ответ: $|q| = a\sqrt{\frac{T\varepsilon_0}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}} = a\sqrt{\frac{T\varepsilon_0 2\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + 1}} = a\sqrt{\frac{T\varepsilon_0 \cdot 4}{4 + \sqrt{2}}}$

$K = \frac{Ta\left(2 - \frac{\sqrt{2}}{3}\right)}{2\sqrt{2} + 1} = \frac{Ta\left(2\sqrt{2} - \frac{2}{3}\right)}{4 + \sqrt{2}}$

$d = a\frac{\sqrt{5}}{2}$