



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Давайте посмотрим на минимально возможные степени

3 и 7 в abc.

$$\begin{cases} ab: 3^{11} \cdot 7^{11} \\ bc: 3^{18} \cdot 7^{16} \\ ac: 3^{21} \cdot 7^{38} \end{cases} \Rightarrow (abc)^2: 3^{11+18+21} \cdot 7^{11+16+38} \Rightarrow (abc)^2: 3^{50} \cdot 7^{65} \text{ (на самом деле если } x^2: a, \text{ где } a \text{ не квадрат числа } \Rightarrow \Rightarrow x^2: a^2) \Rightarrow abc: 3^{25} \cdot 7^{33} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ мин степень у 3 = 25, но у 7 мин степень = 38, так как $ac: 7^{38}$

Пример таких чисел a, b, c :

$$\begin{cases} a = 3^7 \cdot 7^{11} \\ b = 3^{14} \cdot 7^{16} \\ c = 3^{14} \cdot 7^{27} \end{cases} \Rightarrow abc: 3^{25} \cdot 7^{38} \text{ (и это значит, что } abc = 3^{25} \cdot 7^{38})$$

Ответ: $3^{25} \cdot 7^{38}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

пример: $2^{11} + 11^{11}$

$$\frac{2+11}{1-2^{11} \cdot 8 + 121} = \frac{13}{125-166} = -\frac{13}{41} \text{ не сократима} \Rightarrow m=1.$$

Но если вопрос: возможно ли max m , то $a=3$ $b=4 \Rightarrow \frac{10}{-110} = -\frac{1}{11} \Rightarrow m=a+b$

близкие не берутся

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ОДЗ: нету, т.к. в обоих $\sqrt{\quad} \geq 0$.

~~если $x < \frac{1}{3}$, то при $\dots$ не $1-4x, 4x+1$~~

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x \quad (=)$$

$$(\Rightarrow) \sqrt{2x^2 - 3x + 4} = 1 - 4x + \sqrt{2x^2 + x + 3} \quad (=)$$

$$(\Rightarrow) 2x^2 - 3x + 4 = 1 - 8x + 1 + \sqrt{2x^2 + x + 3} + 2x^2 + x + 3 \quad (=)$$

$$(\Rightarrow) 16x^2 - 4x = \sqrt{2x^2 + x + 3} \quad (\neq) \quad \frac{4x-1}{4x} = \sqrt{2x^2 + x + 3} \quad x \neq \frac{1}{4}$$

$$(\Rightarrow) 2x = \pm \sqrt{2x^2 + x + 3} \quad (\text{взв. от знака } x) \quad (\Rightarrow) 2x^2 - x - 3 = 0 \quad (\Rightarrow) \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{оба}$$

невозможны из-за знака x . $\Rightarrow$ нет решений (кроме $\frac{1}{4}$, т.к. оно исключено)

$$x = \frac{1}{4}: \sqrt{2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{3}{4} + 4} - \sqrt{\frac{2}{16} + \frac{1}{4} + 3} = 0 \quad (\Rightarrow) \sqrt{\frac{1}{8} - \frac{3}{8} + 4} = \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + 3} = 0 \quad (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) \sqrt{4 - \frac{5}{8}} - \sqrt{3 + \frac{3}{8}} = 0 \quad (\Rightarrow) \sqrt{3\frac{3}{8}} - \sqrt{3\frac{2}{8}} = 0 \quad (\Rightarrow) \text{нет, } \Rightarrow \frac{1}{4} \text{ не р-е.}$$

Ответ: $\frac{1}{4}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z} \Leftrightarrow \frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{z} \Leftrightarrow z = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$\begin{cases} z = 3x+2y \\ z = \frac{2xy}{3y+x} \end{cases} \Rightarrow 3x+2y = \frac{2xy}{3y+x} \Leftrightarrow x^2 + 3xy + 2y^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3y \pm \sqrt{9y^2 - 2y^2}}{2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-3y \pm y}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y & 1) \\ x = -2y & 2) \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x = -y \\ z = -y \\ y = y \end{cases} \Rightarrow \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 - 6y^2} = \frac{-2y^2}{-5y^2} = \frac{2}{5}$$

$$2) \begin{cases} x = -2y \\ z = -4y \\ y = y \end{cases} \Rightarrow \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{12y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 - 6y^2} = \frac{-8y^2}{-2y^2} = 4.$$

$$4 > \frac{2}{5}$$

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



t_0 - время, за которое велосипедист проехал S , S - путь от А к В

$t_m - t$, за которое мотоциклист проехал S при v_m .

$$0) \sqrt{0} \cdot t_0 = \sqrt{m} \cdot t_m = S$$

$$1) t_m + 2 = t_0$$

$$2) \sqrt{0} \cdot t_m + 96 = \sqrt{m} \cdot t_0$$

$$3) \frac{S}{\sqrt{0}+6} = \frac{S}{\sqrt{m}+6} + 75$$

система ур. с 5 уравнениями и 5 переменными, ее можно решить.

$$\begin{cases} \sqrt{0} \cdot t_0 = \sqrt{m} \cdot t_m = S \\ t_m + 2 = t_0 \\ \sqrt{0} \cdot t_m + 96 = \sqrt{m} \cdot t_0 \\ \frac{S}{\sqrt{0}+6} = \frac{S}{\sqrt{m}+6} + 75 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{0} \cdot t_0 = \sqrt{m} \cdot t_m = S \\ t_m + 2 = t_0 \\ \sqrt{0} \cdot t_0 + 96 = \sqrt{m} \cdot t_0 \\ \frac{S}{\sqrt{0}+6} = \frac{S}{\sqrt{m}+6} + 75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{0} \cdot t_0 = \sqrt{m} \cdot t_m = S \\ t_m + 2 = t_0 \\ \sqrt{0} \cdot t_0 + 96 = \sqrt{m} \cdot t_0 \\ \frac{S}{\sqrt{0}+6} = \frac{S}{\sqrt{m}+6} + 75 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{0} \cdot t_0 = \sqrt{m} \cdot t_m = S \\ t_m + 2 = t_0 \\ S + 2\sqrt{0} + 96 = S + 2\sqrt{m} \\ \frac{S}{\sqrt{0}+6} = \frac{S}{\sqrt{m}+6} + 75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{0} \cdot t_0 = \sqrt{m} \cdot t_m = S \\ t_m + 2 = t_0 \\ S + 2\sqrt{0} + 96 = S + 2\sqrt{m} \\ \frac{S}{\sqrt{0}+6} = \frac{S}{\sqrt{m}+6} + 75 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{0} \cdot t_0 = \sqrt{m} \cdot t_m = S \\ t_m + 2 = t_0 \\ \sqrt{m} = 48 - \sqrt{0} \\ \frac{S}{\sqrt{0}+6} = \frac{S}{54-\sqrt{0}} + 75 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{0} \cdot t_0 = \sqrt{m} \cdot t_m = S \\ t_m + 2 = t_0 \\ \sqrt{m} = 48 - \sqrt{0} \\ 56 - \sqrt{0} = \sqrt{0} + 6 + 75 \frac{(\sqrt{0}+6)(56-\sqrt{0})}{S} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{0} \cdot t_0 = (48 - \sqrt{0})(t_0 - 2) = S \\ t_m + 2 = t_0 \\ \sqrt{m} = 48 - \sqrt{0} \\ 56 - \sqrt{0} = \sqrt{0} + 6 + 75 \frac{(\sqrt{0}+6)(56-\sqrt{0})}{S} \end{cases}$$

$$\sqrt{0} \cdot t_0 = 48t_0 - 96 - S - 2\sqrt{0} \Rightarrow 2S = 48t_0 - 96 - 2\sqrt{0} \Rightarrow S = 24t_0 - 48 - \sqrt{0} \Rightarrow$$

$$\sqrt{0} \cdot t_0 = 24(t_0 - 2) - \sqrt{0} \Rightarrow \sqrt{0} = 24 \frac{(t_0 - 2)}{t_0 - 1} \Rightarrow \sqrt{0} - 24t_0 = -(48 - \sqrt{0}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_0(24 - \sqrt{0}) = 48 - \sqrt{0} \Rightarrow t_0 = \frac{48 - \sqrt{0}}{24 - \sqrt{0}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x = 56 - \sqrt{8} - \sqrt{8} - 6 = \frac{45(\sqrt{8}+6)(56-\sqrt{8})}{5} \Rightarrow S = \frac{45(\sqrt{8}+6)(56-\sqrt{8})}{50-2\sqrt{8}}$$

$$4) \left\{ \begin{aligned} S &= \frac{45(\sqrt{8}+6)(56-\sqrt{8})}{50-2\sqrt{8}} \\ S &= \frac{\sqrt{8}(48-\sqrt{8})}{24-\sqrt{8}} \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{45(\sqrt{8}+6)(56-\sqrt{8})}{50-2\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{8}(48-\sqrt{8})}{24-\sqrt{8}} \Rightarrow$$

$$4) \frac{S}{\sqrt{8}+6} = \frac{S}{54-\sqrt{8}} + 45 \Rightarrow 54-\sqrt{8} = \sqrt{8}+6 + \frac{45(\sqrt{8}+6)(54-\sqrt{8})}{S}$$

$$\sqrt{8} \cdot t_2 = (48-\sqrt{8})/t_2 - 24 \Rightarrow t_2 = \frac{48-\sqrt{8}}{24-\sqrt{8}}$$

$$\frac{S}{\sqrt{8}+6} = \frac{S}{54-\sqrt{8}} + 45 \Rightarrow 54-\sqrt{8} = \sqrt{8}+6 + \frac{45(\sqrt{8}+6)(54-\sqrt{8})}{S} \Rightarrow S = \frac{45(\sqrt{8}+6)(54-\sqrt{8})}{48-2\sqrt{8}}$$

$$S = \frac{(48-\sqrt{8})\sqrt{8}}{24-\sqrt{8}} = \frac{45(\sqrt{8}+6)(54-\sqrt{8})}{48-2\sqrt{8}} \Rightarrow 2\sqrt{8}(48-\sqrt{8}) = 45(-\sqrt{8}^2 + 48\sqrt{8} + 324) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 96\sqrt{8} - 2\sqrt{8}^2 = -45\sqrt{8}^2 + 3600\sqrt{8} + 24300 \Rightarrow 43\sqrt{8}^2 - 3504\sqrt{8} - 24300 = 0 \Rightarrow$$

$$\sqrt{8} = \frac{3504 \pm \sqrt{5182416}}{746} \quad (+ \text{не подходит, так } \sqrt{8} \leq 24)$$

$$S = \frac{\sqrt{8}(48-\sqrt{8})}{24-\sqrt{8}} = \frac{3504 - \sqrt{5182416}}{746} \left(48 - \frac{3504 - \sqrt{5182416}}{746} \right)$$

$$24 = \frac{3504 - \sqrt{5182416}}{746}$$

Ответ:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☒

2
☐

3
☐

4
☒

5
☒

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 6 \\ 54 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\sqrt{g} \cdot t_m$$

$$\sqrt{g} \cdot (t_g - 2) = \sqrt{g} \cdot t_g - 2$$

$$75(\sqrt{g} + 6)$$

$$(75\sqrt{g} + 450)1$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 43 \\ \hline 472 \\ 28 \\ \hline 292 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24300 \\ 292 \\ \hline 48600 \\ 248400 \\ 48600 \\ \hline 7095600 \end{array}$$

$$350 \times 2000$$

$$t_m = t_g + 2$$

$$\sqrt{m} \quad \sqrt{g}$$

$$s_m = s_g$$

$$\begin{cases} \sqrt{g} \cdot t_g + 2\sqrt{g} = s = \sqrt{m} \cdot t_g + 2\sqrt{m} \\ \sqrt{g} \cdot t_m + 96 = \sqrt{m} \cdot t_g \\ \frac{s}{\sqrt{g} + 6} = \frac{s}{\sqrt{m} + 6} + 75 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ 48 \\ \hline 9300 \\ 3600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ 324 \\ \hline 309 \\ 150 \\ \hline 225 \\ 24300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3504 \\ 3504 \\ \hline 14016 \\ 17520 \\ 70512 \\ \hline 12248016 \\ 4095600 \\ \hline 5182416 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ 2 \\ \hline 746 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☒

2
☐

3
☐

4
☒

5
☒

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x \Leftrightarrow \sqrt{2x^2-3x+4} = 1-4x + \sqrt{2x^2+x+3} \quad (-4)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2-3x+4 = 1-8x+16x^2+2(1-4x)\sqrt{2x^2+x+3}+2x^2+x+3 \quad (9+12=21)$$

$$\Leftrightarrow 16x^2-4x = 2(4x-1)\sqrt{2x^2+x+3} \Leftrightarrow \frac{4x(4x-1)}{4x-1} = 2\sqrt{2x^2+x+3} \quad (-3+9=6)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \sqrt{2x^2+x+3} \Leftrightarrow 4x^2 = 2x^2+x+3 \Leftrightarrow 2x^2-x-3=0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{4} = \frac{1 \pm 5}{4} = \left[\frac{3}{2}, -1 \right]$$

$$2x^2-3x+4 - 2\sqrt{2x^2-3x+4}\sqrt{2x^2+x+3} + 2x^2+x+3 = 1-8x+16x^2 \quad (-3)$$

$$\Leftrightarrow 4x^2-16x^2-4x^2-8x+2x+7-1 = -2\sqrt{2x^2-3x+4}\sqrt{2x^2+x+3} \quad (-1)$$

$[-1, \frac{3}{2}]$

$$\Leftrightarrow 12x^2-6x-6 = -2\sqrt{2x^2-3x+4}\sqrt{2x^2+x+3} \quad (-1)$$

$$\Leftrightarrow -6x^2+3x+3 = \sqrt{4x^4+2x^3+6x^2-6x^3-3x^2-9x+2x^2+4x+12}$$

$$\sqrt{4x^4-4x^3+11x^2-5x+12}$$

$$(-6x^2+3x+3)(-6x^2+3x+3) = 36x^4-18x^3-18x^2-18x^3+9x^2+9x-18x^2+9x+9$$

$$\begin{array}{r} 36x^4 \\ -36x^3 \\ \hline 4-18x+9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ -16 \\ \hline 176 \end{array}$$

$$36x^4-36x^3-27x^2+18x+9$$

$\downarrow$

$$32x^4-32x^3-38x^2+23x-3=0$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 54-176 \\ \hline 2 \\ 62 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 176 \\ -176 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$32x^2(x^2-x) - 23(x^2-x) - 15x^2-3=0$$

$$(x^2-x)(32x^2-23) - 15x^2-3$$

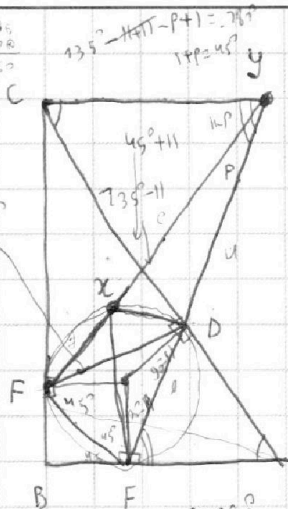
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☒	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$E X = 2\sqrt{2} X Y$$

$$\sqrt{2} X^2$$

$$2X^2 - 3X + 4 \geq 2X^2 + X + 3 \Leftrightarrow$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{BD}{DE} = \frac{BX}{FX}$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{BD}{DE} = \frac{BX}{FX}$$

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-10ab}$$

$$\frac{a+b}{a(a-4b)+b(b-4a)}$$

$$\frac{a+b}{a(a+b)+b(b+a)}$$

$$\sqrt{\frac{a}{2}+1} = 3$$

$$\sqrt{\frac{a}{2}-24} = M_2$$

$$2 - \sqrt{\frac{a}{2}+1} = 3$$

$$2-3=-1$$

Минимум abc при $a+b+c=30$

$$abc \geq 3^{25} \cdot 4^{33}$$



$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

$$DC = 7+24 = 25$$

$$\sqrt{2x^2-3x+4} = 1-4x + \sqrt{2x^2+x+3}$$

$$\sqrt{2+3+4} = 3$$

$$2-2=-5 \times 3$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ \cdot 2 \\ \hline 166 \\ - 125 \\ \hline 41 \end{array}$$

$$2x^2-3x+4 = 1-8x+16x^2 + (2-8x)\sqrt{2x^2+x+3} + 2x^2+x+3$$

$$\Leftrightarrow 16x^2-4x+1 = 2(8x-2)\sqrt{2x^2+x+3} \Leftrightarrow \text{или } \frac{8x-2}{4x-1} = \sqrt{2x^2+x+3}$$

$$\Leftrightarrow 8x^2-2x = -(4x-1)\sqrt{2x^2+x+3}$$

$$\frac{2x(4x-1)}{4x-1} = -\sqrt{2x^2+x+3} \Leftrightarrow 2x = -\sqrt{2x^2+x+3} \Leftrightarrow 4x^2 = 2x^2+x+3$$

$$\Leftrightarrow 2x^2-x-3=0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm 5}{4} = \left[\frac{3}{2} \right]$$