



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x , y , z удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA , AB , BC в точках D , E , F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: \overset{14}{3} \cdot \overset{13}{7}$$

$$bc: \overset{19}{3} \cdot \overset{17}{7}$$

$$ac: \overset{23}{3} \cdot \overset{42}{7}$$

$$abc: ac (=) \quad abc: \overset{23}{3} \cdot \overset{42}{7} \Rightarrow abc: \overset{23}{3} \cdot \overset{42}{7} \Rightarrow abc: \overset{42}{7}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac: \overset{14}{3} \cdot \overset{13}{7} \cdot \overset{19}{3} \cdot \overset{17}{7} \cdot \overset{23}{3} \cdot \overset{42}{7}$$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2: \overset{546}{3} \cdot \overset{72}{7} \Rightarrow abc: \overset{28}{3} \cdot \overset{36}{7} \Rightarrow abc: \overset{42}{7} = 1$$

$$a: \overset{8}{3}$$

$$b: \overset{16}{3} \cdot \overset{15}{7} \cdot \overset{14}{7}$$

$$c: \overset{14}{3} \cdot \overset{5}{7}$$

$$b: \overset{5}{3}$$

$$a: \overset{13}{3} \cdot \overset{29}{7}$$

$$c: \overset{29}{7}$$

$$b: \overset{7}{7}$$

$$\Rightarrow abc: \overset{28}{3} \cdot \overset{42}{7} \Rightarrow abc: \overset{28}{3} \cdot \overset{42}{7}$$

$$9+14+5=28$$

$$abc: \overset{28}{3}$$

$$29+13=42$$

$$abc: \overset{42}{7}$$

$$abc = \overset{28}{3} \cdot \overset{42}{7}$$

$$\text{Ответ: } abc = \overset{28}{3} \cdot \overset{42}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}$$

поиск (сократим на $m \Rightarrow a+b : m \Rightarrow a \equiv -b$
 m

$$a^2-9ab+b^2 : m$$

$$(a, b) = 1$$

$$a+b : m$$

если $a : m$, то $b : m \Rightarrow$

$$a+b : m \text{ не так}$$

$$\Rightarrow (a, b) = m = 1 \Rightarrow a : m$$

$$\begin{array}{r} 25+36-9 \cdot 30 \\ 270-25+36 \\ \hline = 219 \end{array}$$

$$a^2-9ab+b^2 : m$$

$$a^2-9ab+b^2 \equiv a^2+9ab+a^2 \equiv 11a^2 \equiv 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \max m = 11$$

пример $a=10 \quad b=1$

$$\frac{10+1}{10^2-90+1} = \frac{11}{11} : 11$$

$$\text{ответ: } 11$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2-5x+6} - \sqrt{3x^2+x+1} = 5-6x$$

$x \in (-\infty; +\infty)$

$$3x^2-5x+6=0 \quad 5 \pm \sqrt{25-72}$$

нет корней

$$3x^2+x+1=0 \quad 1 \pm \sqrt{1-12}$$

нет корней

$$\sqrt{3x^2+x+1} + 5-6x \geq 0$$

$$\sqrt{3x^2+x+1} \geq 6x-5$$

$$3x^2+x+1 \geq (6x-5)^2$$

$$\sqrt{3x^2-5x+6} = \sqrt{3x^2+x+1} + 5-6x$$

$$3x^2+x+1=y$$

$$3x^2-5x+6 = 3x^2+x+1 + 5-6x$$

$$5-6x=z$$

$$\sqrt{y+z} - \sqrt{y} = z$$

$$3x^2-5x+6$$

$$3x^2+x+1 \quad x = \frac{5}{6}$$

$$\frac{3 \cdot 25}{36} - \frac{25}{6} + 6 = \frac{3 \cdot 25}{36} + \frac{5}{6} + 1$$

$$\text{т.к. } x = \frac{5}{6} \oplus$$

$$\sqrt{3 \cdot \frac{5^2}{6} - 5 \cdot \frac{5}{6} + 6} - \sqrt{3 \cdot \frac{5^2}{6} + \frac{5}{6} + 1} = 0$$

$$\text{если } x > \frac{5}{6} \text{ то } \sqrt{3x^2-5x+6} - \sqrt{3x^2+x+1} = 5-6x$$

$$\text{если } x < \frac{5}{6} \text{ то } \sqrt{3x^2-5x+6} - \sqrt{3x^2+x+1} > 5-6x$$

$$\text{или } z \geq 0 \oplus \Rightarrow x = \frac{5}{6} \pm 0 \quad z \leq 1-7x \leq \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{y+z} - \sqrt{y} = z \Rightarrow y+z = z^2 + y + 2z\sqrt{y} \Rightarrow z - 1 + 2\sqrt{y} = 0 \Rightarrow 2\sqrt{y} = 1-z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x = 1+z-2z \Rightarrow 4 \cdot (3x^2+x+1) = 1 + 12x - 10 + 25 + 36x^2 - 60x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 24x^2 - 52x + 12 = 0 \Rightarrow 6x^2 - 13x + 3 = 0 \Rightarrow (6x-7)(x-1) \leq 0$$

$$\text{ответ: } \frac{5}{6}, \frac{13 - \sqrt{97}}{12}$$

$$\frac{7 \pm \sqrt{169-72}}{12}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

К-Т. перпендикуляр из
I на OM

I - центр W

N - T. кас W

O - центр Ω MA - T. кас

$$AC=1 \quad AB=25$$

$$1+25 = AC+CB = AO+OB = 2AO \Rightarrow AO=OB=13=OI$$

$$AO=13 \quad AC=1 \Rightarrow CO=12$$

$\Rightarrow OI \perp AC$ - касат.

$$IO=13 \Rightarrow IC=5$$

$$OC=12$$

$$\begin{aligned} IN=5 \\ OM=12 \\ OI=13 \end{aligned} \Rightarrow OK=8$$

$$OI=13$$

$$\Rightarrow OK=8$$

$\triangle KOI$ - прямоугольный

$$\Rightarrow IK = \sqrt{169-64} = \sqrt{105}$$

$$\text{ответ: } MN = \sqrt{85} \times \sqrt{105}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 5x - y &= 3z \\
 \downarrow \\
 25x^2 &= y^2 + 9z^2 + 6yz \\
 \frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} &= \frac{8z^2 + 6yz}{y^2 + 3z^2} = \frac{25x^2 - y^2 - z^2}{25x^2 - 6z^2 - 6yz} = \frac{z \cdot (8z + 6y)}{y^2 + 3z^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{8}{x} + \frac{1}{y} &= \frac{15}{z} \Rightarrow \frac{15y}{yz} = \frac{x}{xy} + \frac{8z}{xz} \\
 \frac{8}{x} &= \frac{15y - z}{yz} \\
 \frac{5}{yz} - \frac{1}{xz} &= \frac{3}{xy} \Rightarrow \frac{5}{yz} = \frac{3}{xy} + \frac{1}{xz} \\
 \frac{8}{x} + \frac{1}{y} &= \frac{15}{z} \quad x = \frac{3z + y}{5} \\
 8yz \neq xz &= 15xy \\
 40yz + 3z^2 + yz &= 45zy + 15y^2 \\
 3z^2 - 4yz + 15y^2 &= 0 \Rightarrow 3z^2 - 4yz + 15y^2 = 0 \\
 y^2 - 6yz - 5z^2 &= 0 \quad 15y^2 - 40yz - 65z^2 = 0 \\
 68z^2 + 86yz &= 0 \\
 \frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} &= 9 \Rightarrow 25x^2 - y^2 - z^2 = 9 \cdot (y^2 + 3z^2) \\
 8z^2 + 6yz &= 9 \cdot (y^2 + 3z^2) \\
 x &= 1 \quad z = 3 \quad y = -4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 25x^2 &= y^2 + 9z^2 + 6yz \\
 \text{или } z < 0 \text{ и } (8z + 6y) > 0 \\
 \text{или } 8 \cdot \frac{15y - z}{yz} < 0 &\Rightarrow x < 0 \\
 5x - 3z + y > 0 &?! \\
 \text{или } z < 0, \text{ то } (8z + 6y) < 0 \\
 \text{или } (8z + 6y) < 0 \text{ и } z < 0 &\Rightarrow z \cdot (8z + 6y) > 0 \\
 3z^2 - 4yz + 15y^2 &= 0 \\
 8z^2 + 6yz &\leq 0 \\
 z \cdot (8z + 6y) &\leq 0 \\
 8z + 6y &\leq 0 \\
 y &= -\frac{4}{3}z \\
 5x &= \frac{5}{3}z \\
 z &= 3x \\
 y &= -4x
 \end{aligned}$$

Ответ: D

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



v - велос. ехал $x+14$

скорость v_B

M - мот. ехал x

скорость v_M

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ - путь

$$(x+1) \cdot v_B = 5$$

$$x \cdot v_M = 5$$

$$2 \cdot (v_M - v_B) = 49 \text{ км}$$

$$(x+1) \cdot v_M = x \cdot v_B + 49 \text{ км} \Rightarrow x \cdot v_M + 1 + 5 = 5 - v_B + 49 \text{ км}$$

время при $x \cdot v_B = 1 \text{ км}$ больше

$$(v_B + 7) \cdot t = 5$$

$$(v_M + 7) \cdot (t - \frac{6}{10}) = 5$$

$$39 \text{ км} = \frac{39}{60} \cdot 4 = \frac{13}{20} \cdot 4 = 2.6$$

$$(x+1) \cdot (v_B = 5)$$

$$\Rightarrow v_B \cdot x + v_B = v_B \cdot x + 49 \cdot x \Rightarrow x \cdot v_B = \frac{49 \cdot x}{1}$$

$$x \cdot (v_B + 49) = 5$$

$$(x+1) \cdot 49 = 5$$

$$(v_B + 7) \cdot t = 9$$

$$x \cdot (49x + 49) = 5$$

$$(v_B + 56) \cdot (t - \frac{6}{10}) = 5$$

$$(49x + 7) \cdot t = 9$$

$$(49x + 56) \cdot (t - \frac{6}{10}) = 5$$

$$\Rightarrow 49x \cdot t + 7t = 49x \cdot t + 49x \cdot \frac{13}{20} + 56t - 56 \cdot \frac{13}{20}$$

$$49x \cdot t + 7t = 49x \cdot t + 49 \cdot 0.6x + 56t - 56 \cdot 0.6$$

$$56 \cdot 0.6 - 49t = 49 \cdot 0.6x$$

$$8 \cdot 0.6 - 7t = 7 \cdot 0.6x \Rightarrow t = \frac{48}{70} + \frac{6}{10}x$$

$$(x+1) \cdot 49x = (49x + 7) \cdot (\frac{48}{70} + \frac{6}{10}x)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+1) \cdot 49x = S$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 49 \cdot 8 \\ \hline 392 \\ 49 \cdot 5 \\ \hline 245 \\ 49 \cdot 4 \\ \hline 196 \\ 49 \cdot 3 \\ \hline 147 \\ 49 \cdot 2 \\ \hline 98 \\ 49 \cdot 1 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$(x+1) \cdot 49x = (49x+7) \cdot \left(\frac{48}{70} + \frac{6}{10}x\right)$$

$$49x^2 + 49x = \frac{49 \cdot 48}{70} \cdot x + \frac{48}{10} + \frac{49 \cdot 6x^2}{10} + \frac{42}{10} \cdot x$$

$$x^2 \cdot \left(\frac{392}{5}\right) + x \cdot \left(49 - \frac{7 \cdot 24}{5} - \frac{21}{5}\right) - \frac{48}{10} = 0$$

$$x^2 \cdot 392 + x \cdot 198 - 24 = 0$$

$$x^2 \cdot 98 + x \cdot 49 - 12 = 0$$

получен отрицательный корень, так как $x > 0$

$$x = \frac{-49 \pm \sqrt{7^2 + 48 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 8} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 192}}{8}$$

$$245 - 189 = 56$$

$$x^2 \cdot \left(49 - \frac{49 \cdot 3}{5}\right) + x \cdot \left(49 - \frac{7 \cdot 24}{5} - \frac{21}{5}\right) - \frac{48}{10} = 0$$

$$x^2 \cdot 98 + x \cdot (245 - 168 - 21) - 24 = 0$$

$$x^2 \cdot 98 + x \cdot (561 - 24) = 0$$

$$x^2 \cdot 49 + x \cdot 28 - 12 = 0$$

получен отрицательный корень, так как $x > 0$

$$x = \frac{-28 + \sqrt{7^2 \cdot 4^2 + 7^2 \cdot 4 \cdot 3}}{7^2 \cdot 2} = \frac{-2 + 2 \cdot \sqrt{4}}{7} = \frac{2}{7}$$

$$S = \left(\frac{2}{7} + 1\right) \cdot \frac{2}{7} \cdot 49 = 19 + 4 = 18 \text{ км}$$

$$\text{ответ: } S = 18 \text{ км}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{EX}{\sin 45^\circ} = \frac{XY}{\sin \angle EXY}$
 $\angle AED = 90 - \frac{x}{2}$
 $\angle EFB = \angle CFB = 45^\circ$
 $\angle EFD = 45 + \frac{x}{2} \Rightarrow \angle EDF = 45^\circ$

$\angle AED = \angle FDE$
 $\angle ADE = \angle FDE$
 $\angle EAD = \angle EDF$
 $\Rightarrow \triangle AED \sim \triangle FED$
 $\Rightarrow \frac{AD}{DE} = \frac{ED}{FD}$
 $\Rightarrow \frac{AD}{DE} = \frac{ED}{FD}$
 $\angle FCD = 45^\circ$
 $\angle EFD = 45^\circ$
 $\angle EFC = 90^\circ$
 $\angle BFE = 45^\circ$
 $\angle FXD = \angle EFD = 90 - \frac{x}{2}$
 $\angle EDF = \angle FDE = 45^\circ \Rightarrow \angle FXD = 45 + \frac{x}{2}$
 $\angle ADE = \angle FDE = 90 - \frac{x}{2}$
 $\angle FDE = 45^\circ$
 $\angle FDE = x$
 $\Rightarrow \angle XDY = 90^\circ$

$EX^2 = ED^2 + XD^2$
 $XY^2 = ED^2 + DY^2$
 $2XY^2 = ED^2 + XD^2$
 $XY^2 = XD^2 + DY^2$
 $ED^2 = XD^2 + 2DY^2$
 $\frac{ED}{DY} = 1 + 2 \frac{DY}{ED}$
 $\frac{ED}{DY} = 2 = \frac{AD}{DC}$
 $\Rightarrow \frac{AD}{DC} = 2$
 $AD = 2DC$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$y^2 + 3z^2$

$$5x - 7 = 3z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$$

$$\Rightarrow 8yz + xz = 15xy \Rightarrow 8yz + \frac{(3z+7) \cdot z}{5} = 3 \cdot (3z+7) \cdot y \Rightarrow$$

$25x^2 - y^2 - z^2$ всё в квадраты, потому пусть $x, y, z > 0$

$$y^2 + 3z^2$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$$

$$9z^2 + 6zy + y^2 - y^2 - z^2$$

$$8z^2 + 6zy$$

$$8yz + xz = 15xyz$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$6yz = \frac{3}{4}xz + \frac{45}{4}xy$$

$$2) 40xz + \frac{(3z+7) \cdot z}{5} = 3 \cdot (3z+7) \cdot y$$

$$40xz + 3z^2 + 7z = 9z + 21y$$

$$32xz = 3x^2 - 3z^2$$

$$3z^2 - 815y^2 = 4z \Rightarrow 6zy = \frac{9}{2}z^2 + \frac{45}{2}y^2$$

$$8z^2 + \frac{9}{2}z^2 - \frac{45}{2}y^2$$

$$\frac{27z^2 - 45y^2}{24^2 + 6z^2}$$

$$2; 1; 3$$

$$10 - x = 9$$

$$4 + 7 = 5$$

$$\frac{100 - 1 - 9}{28} = \frac{90}{28} = \frac{45}{14}$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{25x^2 - y^2 - z^2}{25x^2 - 6yz}$$

$$25x^2 - y^2 - z^2 = y^2 + 3z^2$$

$$6yz = 3xz + 40yz + 3z^2 + yz$$

$$25x^2 = 2x^2 + 4z^2 \quad 5z^2 = 0$$

$$x^2 - 6yz = 3z^2 + 4z^2$$

$$y^2 - 6yz - 5z^2 = 0$$

$$3z^2 - 15y - 4z$$

$$y^2 - 6yz - 5z^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten solution for a geometry problem involving a square and a circle. The diagram shows a square ABCD with a circle inscribed within it. Points E, F, and G are marked on the circle and the square's sides. Various angles and lengths are labeled, and several geometric relationships are derived.

Handwritten notes and equations:

- $AE = AD$
- $DC = FC$
- $EB = BF$
- $\angle ADE = \angle YOC = 1$
- $\angle PAD = X \Rightarrow \angle ACB = 90 - X \Rightarrow \angle PCX = X = \angle EAD$
- $\Rightarrow \triangle AED \sim \triangle DYC$
- $EX = \sqrt{2} \cdot XY$
- $\frac{EX}{XY} = \sqrt{2}$
- $\triangle AED \sim \triangle DYC \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{ED}{CY}$
- $\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{FC}$
- $5X - \sqrt{3} = 3\sqrt{5}$
- $X = \frac{3\sqrt{5} + \sqrt{3}}{5}$
- $\angle CEF = 90 - \frac{X}{2}$
- $\angle YEF = 45 + \frac{X}{2} = 1$
- $\Rightarrow \angle F.YD = 45$
- $EX^2 = XY^2 + YE^2 - 2 \cdot YE \cdot XY \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $EX^2 = \frac{1}{2} EX^2 + YE^2 - 2 YE \cdot EX$
- $\frac{1}{2} EX^2 = YE^2 - 2 YE \cdot EX$
- $YE = EX + \sqrt{2} EX^2$

Diagram labels:

- Points: A, B, C, D, E, F, G, X, Y, Z.
- Angles: 45° , 30° , 90° , 45° , 30° , 45° , 90° .
- Lengths: EX , XY , YE , AD , DC , EB , BF .