



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$a, b, c: ab: 2^{15} 7^{11} \quad bc: 2^{17} 7^{18} \quad ac: 2^{23} 7^{39} \quad \min(abc)$$

Это значит, что мы можем

предположить ab, bc и ac корректно

$$ab = 2^{15} 7^{11} n \quad bc = 2^{17} 7^{18} m \quad ac = 2^{23} 7^{39} t$$

$$(abc)^2 = 2^{15+17+23} \cdot 7^{11+18+39} mnt =$$

$$= 2^{45} \cdot 7^{78} mnt \quad \text{используем}$$

$$abc = \sqrt{2^{45} \cdot 7^{78} mnt} = 7^{39} = (7^{39})^2$$

$$= 7^{39} \sqrt{2^{45} mnt} \quad \sqrt{2^{45}} = 2^{23}$$

так. мы можем минимизировать

m, n и t

примем $m=n=1$, а $t=2$, тогда

$$abc = 7^{39} \sqrt{2^{45} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1} = 7^{39} \cdot \sqrt{2^{46}} = 7^{39} \cdot 2^{23}$$

при таких m, n и t все условия соблюдены,

а $abc \rightarrow \min$

$$\text{Ответ: } 7^{39} \cdot 2^{23}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 12

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

$\max(m)$: сократим дроби.

$$(a;b)=1$$

Если дробь можно сократить на m , то
это значит, что $a+b:m$ и $a^2-7ab+b^2:m$

Заметим, что $a^2-7ab+b^2 = a^2+ab+b^2-8ab =$

$$= \underbrace{(a+b)^2}_{:m} - 8ab \Rightarrow \underbrace{(a+b)^2 - 8ab}_{:m} : m \Rightarrow 8ab : m$$

$8ab:m$ пусть $a = \alpha_1 \cdot \dots \cdot \alpha_n$, $ab = \beta_1 \cdot \dots \cdot \beta_m$

но так как a и b взаимнопросты $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ пусть $m = 2^x$. (это все возможные
множители a и b)

~~$$a \cdot m \cdot b$$~~

$$\frac{\alpha_1 \cdot \dots \cdot \alpha_n + \beta_1 \cdot \dots \cdot \beta_m}{\alpha_x \cdot \beta_y}$$

значит, a и b на делится и
набрав
множителей a и b

значит m не может быть больше
так как $m \leq 8$, так $8ab:m$

пусть $m=8$, тогда $a+b:m$ и $8ab:m$
существует, $m=8$

$$a=2 \text{ и } b=7$$

$$(2;7)=1 \quad 2+7=9; 8$$

Ответ: $m=8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

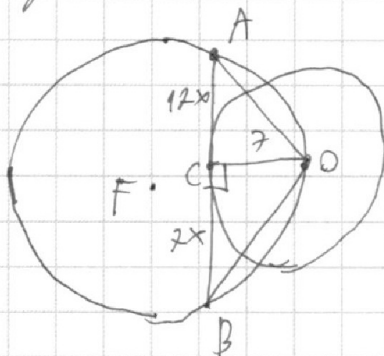
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 13



$$\frac{AB}{\sin \angle AOB} = 2 \cdot FO \quad (\text{по т. синусов})$$

т.е. $\triangle AOB$ вписан в окруж.

$$AB = 24x \quad FO = 13$$

$$\sin \angle AOB = \frac{24x}{26} = \frac{12x}{13}$$

$$S_{\triangle AOB} = 24x \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = 12x \cdot 7 = 84x$$

$$S_{\triangle AOB} = AO \cdot OB \cdot \sin \angle AOB \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \sqrt{(17x)^2 + 7^2} \cdot \sqrt{(7x)^2 + 7^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{12x}{13} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$\sqrt{((17x)^2 + 7^2)((7x)^2 + 7^2)} \cdot \frac{6x}{13} = 84x$$

$$\sqrt{((17x)^2 + 7^2)((7x)^2 + 7^2)} = \frac{84 \cdot 13}{6} = \frac{42 \cdot 13}{3} = 18 \cdot 13.$$

пусть $x^2 = t, t \geq 0$

$$\sqrt{(17^2 t + 7^2)} \cdot \sqrt{7^2 t + 7^2} = 18 \cdot 13.$$

$$\sqrt{t} \sqrt{17^2 t + 7^2} = \frac{18 \cdot 13}{7} \quad 7 \sqrt{17^2 t + 7^2} \cdot \sqrt{t+1} = 18 \cdot 13$$

$$(17^2 t + 7^2)(t+1) = \frac{18^2 \cdot 13^2}{7^2}$$

$$17t^2 + 17^2 t + 7^2 t + 7^2 = \left(\frac{18 \cdot 13}{7}\right)^2$$

$$17t^2 + t(17^2 + 7^2) + \frac{7^2 - (18 \cdot 13)^2}{7^2} = 0.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$t = \frac{\sqrt{(19^2 + 7^2)^2 - 4 \cdot \frac{7^4 - (16 \cdot 13)^2}{7^2}} + 19^2 + 7^2}{34}$$

$$x = \sqrt{t}$$

$$AB = 24x$$

$$\text{ответ: } 24\sqrt{t}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 20x^2 - x - 4 = 0 \\ -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \end{cases}$$

$$20x^2 - x - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} \times 20 \\ 20 \\ \hline 400 \\ 10 \\ \hline 320 \end{array}$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-4) \cdot 20 =$$

$$= 1 + 16 \cdot 20 = 321$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{321}}{40}$$

$$-6x^2 + 3x - 2 \geq 0$$

$$x \in \emptyset$$

$$-6x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6) = 9 + 8 \cdot (-6) < 0$$

Корней при $x^2 < 0 \Rightarrow$ корней нет
значит неравенство не имеет решений

Решением этой системы в $\mathbb{R}$ нет

$$\text{Ответ: } x = 1/9$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x \quad \text{Задача №4}$$

ОДЗ:

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad \text{и} \quad 3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad \left| \quad 3x^2 - 6x + 2 = 0 \quad D = 6^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 36 - 24 = 12 \right.$$

$$\frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

График: $+$ $-$ $+$
 $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$ $\frac{3+\sqrt{3}}{3}$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0 \quad \left| \quad 3x^2 + 3x + 1 = 0 \quad D = 9 - 4 \cdot 3 \cdot 1 < 0 \Rightarrow \text{нет } x \in \mathbb{R} \right.$$

т.к. коэффициент при x^2 больше 0, то парабола направлена вверх, значит ее корни больше или равны x , тогда решением неравенства является $\mathbb{R}$

$$x \in (-\infty, \frac{3-\sqrt{3}}{3}] \cup [\frac{3+\sqrt{3}}{3}, +\infty)$$

$$\text{Пусть } a = \sqrt{3x^2 - 6x + 2}, \quad b = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$a^2 = 3x^2 - 6x + 2 \quad b^2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$\text{Заметим, что } a^2 - b^2 = 3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x$$

$1 - 9x$ это левая часть уравнения, тогда

$$a - b = a^2 - b^2 \quad a^2 - a - b^2 + b = 0$$

Решим это уравнение относительно a

$$D = 1 - 4(-b^2 + b) = 9b^2 - 4b + 1 = (3b - 1)^2$$

$$\begin{cases} a = \frac{1 + (3b - 1)}{2} = b \\ a = \frac{1 - (3b - 1)}{2} = 1 - b \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) $a = b$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 3x + 1 = 3x^2 - 6x + 2 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 9x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{9}$$

2) $a = 1 - b$

$$a + b = 1$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 - 3x + 2 + \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 1$$

$$2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = -2 + 3x - 6x^2 \Leftrightarrow$$

$$(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1) = 9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2 =$$

$$= 9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2.$$

$$(3x - 6x^2 - 2)^2 = (3x - 6x^2 - 2)(3x - 6x^2 - 2) = 9x - 18x^3 - 6x - 18x^3 +$$

$$+ 36x^4 + 12x^2 - 6x + 12x^2 - 4 = 36x^4 - 36x^3 + 24x^2 - 3x - 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2) = 36x^4 - 36x^3 + 24x^2 - 3x - 4 \\ -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -36x^2 + 6 = 24x^2 - 3x - 4 \\ -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 60x^2 - 3x - 12 = 0 \quad | :3 \\ -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 20x^2 - x - 4 = 0 \\ -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



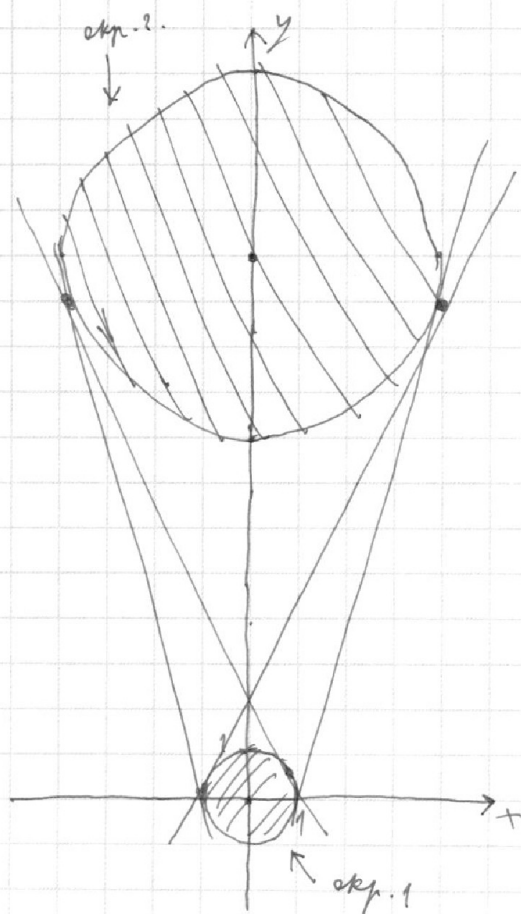
$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \rightarrow y = 8b - ax & (1) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 & (2) \end{cases}$$

Задача №6

уравнение (1) задаёт прямую на
плоскости
уравнение (2) $\Leftrightarrow$ совокупности

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 & \text{(как окружность, но "наизнанку" и покрывает почти всю плоскость)} \\ x^2 + (y - 12)^2 \leq 4^2 & \text{окр. с центром } (0; 12) \text{ и радиусом } 4 \\ \text{(как окр.)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \geq 4^2 \end{cases} \rightarrow \text{окр. с центром } (0; 0) \text{ и радиусом } 1$$



① будет давать 2
решения при касании
одних окружностей

прямая ① касательна окр. 1
при $y \geq 0$ в верхней
половинке окр., а с окр. 2
касается в нижней половине.

$$\begin{cases} \sqrt{1 - x^2} = 8b - ax \\ -\sqrt{16 - x^2} + 12 = 8b - ax \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1 - x^2} = -\sqrt{16 - x^2} + 12$$

+ суммарно касание
одних сторон

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1-x^2} = -\sqrt{16-x^2} + 12.$$

$$1-x^2 + 16-x^2 + 2\sqrt{16-x^2-16x^2+x^4} = 144.$$

$$17-2x^2 + 2\sqrt{16-17x^2+x^4} = 144.$$

$$\sqrt{16-17x^2+x^4} = 127+2x^2.$$

$$4(16-17x^2+x^4) = 127^2 + 4 \cdot 127x^2 + 4x^4$$

$$64 - 68x^2 = 127^2 + 508x^2$$

$$64 - 127^2 = 576x^2 \rightarrow \text{нет решений в } \mathbb{R}$$

2) при касании "вход" экр. касание с осью
окружности будет в их второй
пересечение

$$\begin{cases} -\sqrt{1-x^2} = 8b-ax \\ 11-\sqrt{16-x^2} = 8b-ax \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 12-\sqrt{16-x^2} = -\sqrt{1-x^2}$$

$$\sqrt{16-x^2} - \sqrt{1-x^2} = 12. \quad 17-2x^2 - 2\sqrt{16-17x^2+x^4} = 144.$$

$$-2\sqrt{16-17x^2+x^4} = 127+2x^2 \quad x^2 = t$$

$$4(16-17t+t^2) = 127^2 + 4t^2 + 4 \cdot 127 \cdot 2$$

$$64 - 58t + 4t^2 = 127^2 + 4 \cdot 127 \cdot 2 + 4t^2$$

$$(4 \cdot 127 + 58)t = 64 - 127^2 < 0$$

нет решений в $\mathbb{R}$ т.к. $t \geq 0$

Ответ: $\emptyset$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{1-x^2} = 12 - \sqrt{4^2 - x^2}$$

$$\sqrt{1-x^2} + \sqrt{4^2 - x^2} = 12$$

$$1-x^2 + 4^2 - x^2 + 2\sqrt{(1-x^2)(16-x^2)} = 144$$

$$17 - 2x^2 + 2\sqrt{16 - x^2 - 16xx^2 + x^4} = 144$$

$$2\sqrt{16 - 17x^2 + x^4} = 2x^2 + 127$$

$$4(x^4 - 17x^2 + 16) = 4x^4 + 127 \cdot 4 \cdot x^2 + 127^2 - 4 \cdot 17x^2 + 64 = 127 \cdot 4 \cdot x^2 + 127^2$$

$$x^2(127 \cdot 4 + 17 \cdot 4) = 127^2 - 84 \cdot 64 - 127^2$$

или $x^2 \in \mathbb{R}$

2) ~~$\begin{cases} -\sqrt{1-x^2} = -ax+6b \\ \sqrt{4^2-x^2} + 12 = -ax+6b \end{cases}$~~

~~$\sqrt{4^2-x^2} + 12 = -\sqrt{1-x^2}$~~

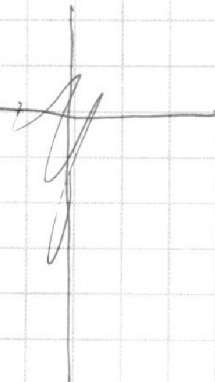
$$\begin{cases} -\sqrt{1-x^2} = -ax+6b \\ 12 - \sqrt{16-x^2} = -ax+6b \end{cases}$$

$$12 = \sqrt{4^2 - x^2} - \sqrt{1 - x^2}$$

$$16 - x^2 + 1 - x^2 - 2\sqrt{(16-x^2)(1-x^2)} = 144$$

$$17 - 2x^2 - 2\sqrt{16 - 16x^2 - x^4 + x^4} = 144$$

$$-2x^2 - 127 = 2\sqrt{16 - 16x^2 - x^4 + x^4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 & \textcircled{1} \end{cases}$$

$$(y - 12)^2 = 16 - x^2$$

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 & 1) \quad y \approx 4. \end{cases}$$

$$y = 8b - ax$$

$$12 - y = \sqrt{16 - x^2}$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{16 - x^2} - 12$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \geq 16 \\ x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \leq 4^2 \end{cases}$$

Каждая из систем задает
окружность, а $\textcircled{1}$ задает
прямую 2 примера
будут, или эта
прямая касается обе
окружности, это возможно
в двух случаях

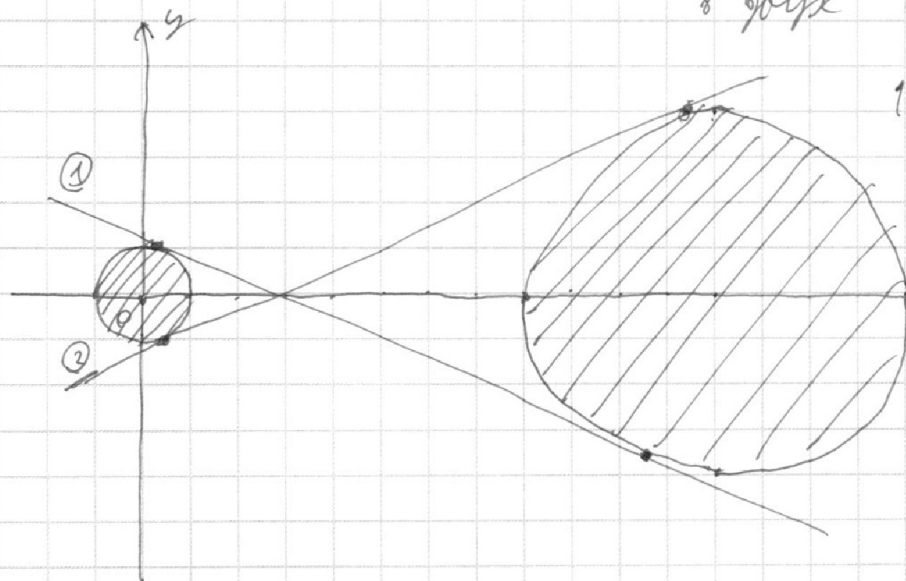
$$12 - \sqrt{16 - x^2} = y$$

$$12 = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{16 - x^2}$$

$$(y - 12)^2 = 16 - x^2$$

$$y = y = \sqrt{16 - x^2} + 12$$

$$y = \sqrt{16 - x^2}$$



1) Это касание прямая с окружностью
первой окружности 1-окр и второй окружности 2-окр
тогда

$$y = \sqrt{1 - x^2} \quad \text{и} \quad y = -\sqrt{4^2 - x^2} + 12. \quad \text{Исключаем переменную}$$

$$\begin{cases} \sqrt{1 - x^2} = 8b - ax \\ -\sqrt{4^2 - x^2} + 12 = 8b - ax \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{1 - x^2} = 12 - \sqrt{4^2 - x^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$a+b$
 $a^2 - 7ab + b^2$
 $a+b = mn$
 $a^2 + b^2 - 7ab = (a^2 + b^2 + 2ab) - 9ab = (a+b)^2 - 9ab$
 $a^2 - 7ab + b^2 : m^2$
 $a+b : m$
 $m \geq 3$
 $m=3$

$(a;b)=1$
 $(a+b)^2 - 9ab : m^2$
 $9ab : m^2$
 $3^2 ab : m^2$
 $m=4$
 $a=4$

$a+b : m^2$
 $a+b : m$
 $m=12$
 n

$a+b : 3$
 $a=7, b=2$
 $m=3$
 $a+b : m \Rightarrow (a;b)=1$
 $ab : m^2$
 $b+a = mn$
 $ab = m^2 k$
 $(a+b; a^2 - 7ab + b^2) = m$
 $(a+b; a^2 - a - b - 7ab + b^2) = m$
 $3^2 ab : m^2$
 $a \cdot b : m \cdot m$
 $a = m^2$
 $a+b$
 $a = m$
 $b = m$
 $a^2 - 7ab + b^2 = (a+b) P(x)$

$$\begin{array}{r|l} a^2 - 7ab + b^2 & a+b \\ a^2 + ab & a-b \\ \hline -6ab & \\ -6ab - 8b^2 & \\ \hline 8b^2 & \end{array}$$

$ab : m^2$
 $a^2 - a - 7ab + b^2 - b$
 $a+b : 3$
 $9b^2 : a+b$
 $m \leq 3$

$m=6=2 \cdot 3$
 $a+b : 6$
 $9ab : 6$
 $a=2$
 $b=24$
 $m=4$
 $m=21=7 \cdot 3$
 $a+b : 21$
 $9ab : 7$
 $a=7$
 $a=$
 $(3b)^2$
 $a+b = m$
 $a \neq nb$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b; m$$

$$a^2+2ab+b^2; m^2$$

$$21; 2$$

$$\boxed{a/m, b/m}$$

 ~~$a/m, b/m$~~

$$(a+b)^2 - 2ab = m^2$$

$$a+b; m$$

$$2ab; m^2$$

$$2ab; m^2$$

$$m=3$$

$$a = \alpha_1 \cdot \beta_1$$

$$b = \alpha_1 \cdot \alpha_2$$

$$\alpha_1 \cdot \beta_2$$

$$(a;b)=1$$

$$m = abk \quad k=1$$

$$m=ab$$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \quad \times$$

$$a+b; 9$$

$$(a;b)=9$$

$$7; 2$$

$$a = \alpha_1 \cdot \dots$$

$$b = \beta_1 \cdot \dots$$

$$a = \alpha_1 \cdot \dots \cdot \alpha_n$$

$$b = \beta_1 \cdot \dots \cdot \beta_n$$

$$m = \alpha_n \cdot \beta_n$$

$$\alpha_1 \cdot \dots \cdot \alpha_1$$

$$\beta_n$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$a + b - 2\sqrt{ab} = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$\sqrt{a} - a = \sqrt{b} - b$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$(x^{-1/2})' = -\frac{1}{2}x^{-3/2}$$

$$(x^{1/2})' = \frac{1}{2}x^{-1/2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x}} \geq 1$$

$$\frac{1}{2} \geq \sqrt{x}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x}} - 1 \geq 0$$

$$x = 1$$

$$\frac{1}{2} - 1 < 0$$

$$ab : 2^{15} 7^{11}$$

$$abc \rightarrow \text{m.n.}$$

$$ab = 2^{15} 7^{11} n$$

$$abc = ?$$

$$bc : 2^{17} 7^{16}$$

$$bc = 2^{17} 7^{16} m$$

$$ac = 2^{23} 7^{29} t$$

$$\frac{b}{a} = \frac{ac}{bc} = 2^8 \cdot 7^{11} \frac{m}{t}$$

$$b = 2^8 \cdot 7^{11} \frac{m}{t} a$$

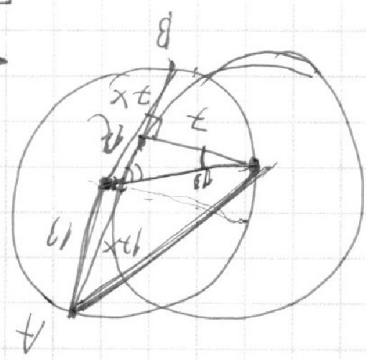
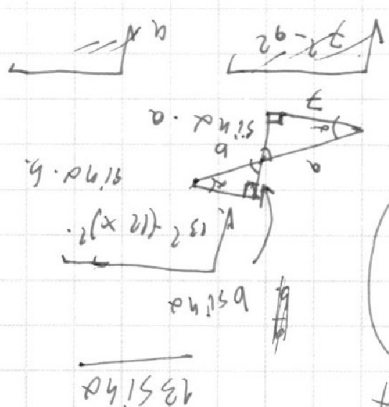
$$\frac{b}{c} = \frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^7 \frac{m}{n}$$

$$a = \frac{cn}{2^2 \cdot 7^2 m}$$

$$\frac{cn}{2^2 \cdot 7^2 m} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{m}{t} b$$

$$\frac{cn}{2^2 \cdot 7^2 m} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{m}{t} b$$

$$\sqrt{13^2 - (9 \times 2)^2} = 7500$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$\min(ab, c)$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot n$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot m$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot t$$

$$\frac{c}{b} = 2^6 \cdot 7^{18} \cdot \frac{m^2}{nt}$$

$$\frac{c}{b} = \cancel{2^6 \cdot 7^{18} \cdot \frac{m^2}{nt}} = \cancel{2^6 \cdot 7^{18}} \cdot \frac{m^2}{nt}$$

$$t^2 = m^2 \quad \underline{t = m}$$

Р

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^7 \cdot \frac{m}{n}$$

$$\frac{a}{b} = 2^2 \cdot 7^{11}$$

$$c = 2^2 \cdot 7^7 \cdot \frac{m}{n} \cdot a = 2^6 \cdot 7^{18} \cdot \frac{ma}{n}$$

$$\frac{c}{b} = 2^6 \cdot 7^{18} \cdot \frac{m}{n}$$

$$\underline{c = ab}$$

$$\underline{abc = c^2} = (2^{23} \cdot 7^{39})^2$$

$$c : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$b \cdot \frac{c}{b} = 2^6 \cdot 7^{28}$$

$$\frac{a}{b}$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot n$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot m$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot m$$

$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11}$$

$$a = 2^6 \cdot 7^{11} \cdot b$$

$$b^2 \cdot \cancel{2^6 \cdot 7^{11}} = 2^{15} \cdot \cancel{7^{11}} \cdot n$$

$$b^2 = 2^9 \cdot n$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \text{ н} \quad bc = 2^{12} \cdot 7^{16} \text{ м} \quad ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \text{ т}$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^6 \frac{\text{м}}{\text{н}} \quad \frac{c}{b} = 2^8 \cdot 7^{18} \frac{\text{т}}{\text{м}}$$

$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{\text{т}}{\text{м}}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{c} \cdot \frac{c}{b}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 7^{29} \frac{\text{т}^2}{\text{мн}}$$

$$\frac{t^2}{mn} = 2^9 \cdot 7^{10} \frac{\text{т}}{\text{н}}$$

$$\frac{t}{mn} = 2^9 \cdot 7^{10}$$

$$t = 2^9 \cdot 7^{10} \text{ мн}$$

$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11} \cdot \frac{2^9 \cdot 7^{10} \text{ мн}}{\text{н}} = 2^{15} \cdot 7^{21} \text{ н}$$

$$\frac{ac}{ba} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{\text{т}}{\text{м}} = 2^{15} \cdot 7^{21} \text{ м}$$

$$\frac{t}{m} = 2^9 \cdot 7^{10} \text{ н}$$

$$11 = 9 + 2 \cdot 2 \cdot 7$$

$$\frac{11}{2} = \frac{11}{2} \cdot 7$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{2^{15} \cdot 7^{21} \text{ н}}{2^9 \cdot 7^{10} \text{ н}} = 2^6 \cdot 7^{11} \text{ н}$$

$$\frac{m}{t} = 2^8 \cdot 7^{11} \frac{\text{т}}{\text{н}}$$

$$\frac{m}{t} = 2^8 \cdot 7^{11} \frac{\text{т}}{\text{н}}$$

$$\frac{m}{t} = 2^8 \cdot 7^{11} \frac{\text{т}}{\text{н}}$$

$$\left. \begin{aligned} 7^{68} \text{ т} \cdot 2 &= 7^{20} \\ 11^{91} \text{ т} \cdot 2 &= 7^{20} \\ 11^{11} \text{ т} \cdot 2 &= 7^{20} \end{aligned} \right\}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^{15} 7^{11} \quad bc: 2^{17} 7^{18} \quad ac: 2^{23} 7^{29} \quad \min(abc)$$

$$ab = 2^{15} 7^{11} h \quad bc = 2^{17} 7^{18} m \quad ac = 2^{23} 7^{29} t$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^7 \cdot \frac{m}{h} \quad \frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11} \cdot \frac{m}{t}$$

$$\frac{c}{b} = 2^8 \cdot 7^{18} \cdot \frac{t}{h} \quad \frac{c}{b} = 2^6 \cdot 7^{18} \cdot \frac{m^2}{ht}$$

$$\frac{t}{h} = \frac{m^2}{ht} \quad \underline{t = m} \quad \frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11}$$

$$\frac{c}{b} = 2^8 \cdot 7^{18} \cdot \frac{m}{h}$$

$$\frac{c^2}{ab} = 2^{10} \cdot 7^{35} \cdot \frac{m^2}{h^2}$$

$$\frac{m}{h} = \frac{c}{b} \cdot \frac{1}{2^6 \cdot 7^{11}}$$

$$\left(\frac{m}{h}\right)^2 = \frac{c^2}{b^2} \cdot \frac{1}{2^{12} \cdot 7^{22}}$$

$$\frac{c^2}{ab} = 2^{10} \cdot 7^{35} \cdot \frac{c^2}{b^2} \cdot \frac{1}{2^{12} \cdot 7^{22}}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a} \quad \frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a}$$

$$\frac{b}{a} =$$

$$4 = m$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a} \quad \frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a} \quad \frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a} \quad \frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a} \quad \frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a} \quad \frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a} \quad \frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a} \quad \frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a} \quad \frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a} \quad \frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2 = \frac{9}{a}$$

$$2^2 \cdot 7^2 = \frac{4}{t} \cdot 2^2 \cdot 7^2$$

$$2 = \frac{4}{t}$$

$$2 = \frac{4}{t}$$

$$2 = \frac{4}{t}$$

$$2 = \frac{4}{t}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(a, b) = 1.$$

$$\frac{a+b}{a^2+b^2}$$

$$\text{mim}(m): a+b \vdots m \text{ и } a^2 - 2ab + b^2 \vdots m$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 0$$

$$D = 4ab^2 - 4b^2 = 4b^2$$

$$2b \pm 8b\sqrt{2}$$

$$a+b = mn$$

$$\frac{mh}{(mh)^2 + m^2k} = \frac{h}{mn^2 + k}$$

$$a+b = mn$$

$$2ab = mk$$

$$k = \frac{nk}{9b}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2}$$

$$a^2 - b^2 = 1 - 9x$$

$$a-b = a^2 - b^2$$

$$a+b \vdots m$$

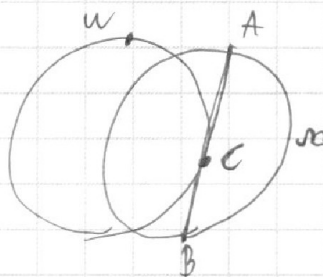
$$a^2 + 2ab + b^2 - 9ab$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab}$$

$$a+b \vdots m \Rightarrow 9ab \vdots m$$

$$(a, b) = 1$$

$$m \vdots 9$$



$$\frac{AC}{CB} = \frac{12}{7}$$

$$AB - ?$$

$$(a, b) = 1$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2}$$

$$a+b = mn$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = mk$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - 9ab$$

$$(a+b)^2 - 9ab \vdots m^2$$

$$9ab \vdots m^2$$

$$a+b \vdots m$$

$$(a, b) = 1$$

$$a^2 - a - b^2 + b = 0$$

$$D = 1 - 4(-b^2 + b) =$$

$$= 4b^2 - 4b + 1 = (2b-1)^2$$

$$\frac{1 \pm (2b-1)}{2} = a$$

$$9ab \vdots m^2$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = m^2 k^2$$

$$9ab \vdots m^2$$

$$a+b \vdots m$$

$$9ab = m^2 k$$

$$a+b = mk$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\underbrace{\sqrt{3x^2 - 6x + 2}}_a - \underbrace{\sqrt{3x^2 + 3x + 1}}_b = 1 - 9x$$

$$a^2 = 3x^2 - 6x + 2 \quad 3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x$$

$$b^2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a^2 - a = b^2 + b = 0$$

$$D = 1 - 4(b - b') = 4b^2 - 4b + 1 = (2b - 1)^2$$

$$\frac{1 \pm (2b - 1)}{2} = \begin{cases} b \\ 1 - b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b \\ 1 - b = a \end{cases} \quad \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 1$$

$$3x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)} = 1$$

$$2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)} = 3x - 6x^2 - 2$$

$$2\sqrt{(9x^4 - 18x^3 + 6x^2 + 9x^3 - 18x^2 + 6x + 3x^2 - 6x + 2)} = 3x - 6x^2 - 2$$

$$4(9x^4 - 6x^3 - 9x^2 + 2) = (-6x^2 + 3x - 2)(-6x^2 + 3x - 2)$$

$$36x^4 - 18x^3 + 12x^2 - 18x^3 + 9x - 6x + 12x^2 - 6x + 4$$

$$36x^4 - 36x^3 + 24x^2 - 3x + 4 =$$

$$= 36x^4 - 24x^3 - 36x^2 + 8 \quad - 12 \cdot 8 - 60 \cdot 4 + 6 + 4$$

$$12x^3 - 60x^2 - 3x + 4 = 0.$$

$$12 \cdot 8 - 60 \cdot 4 - 3 + 4$$



Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} + \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 1$$

$$3x^2 + 3x + 1 + 3x^2 - 6x + 2 + 2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)} = 1$$

$$6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{9x^4 - 18x^3 + 6x^2 + 9x^3 - 18x^2 + 6x + 3x^2 - 3x + 2} = 1$$

$$2\sqrt{9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2} = 3x - 2 - 6x^2.$$

$$(-6x^2 + 3x - 2)(-6x^2 + 3x - 2) = 36x^4 - 18x^3 + 12x^2 - 18x^3 + 9x - 6x + 12x^2 - 6x + 4$$

$$\cancel{30x^4} - \cancel{30x^3} + 29x^2 - 12x + 4 = \cancel{30x^4} - \cancel{30x^3} - 36x^2 + 8$$

$$60x^2 - 12x - 4 = 0$$

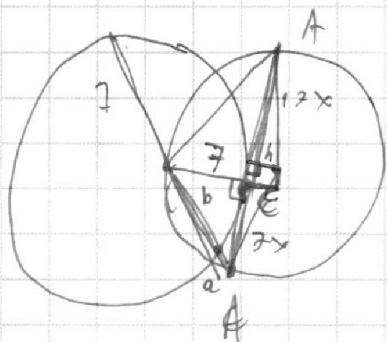
$$15x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$(7+h)^2 + y^2 = 13^2$$

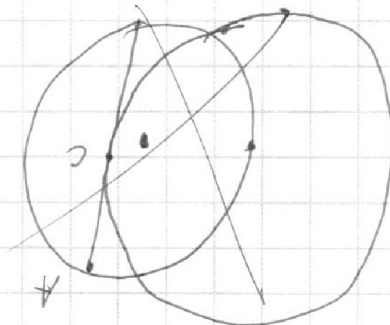
$$\sqrt{(7x)^2 + 7} = a + b \quad a^2 - 4(\cdot)$$
$$(7x)^2 = a(a + b + 7), \quad a^2 + 2b + 18.$$

$$b^2 + ab - 7a - 7 = 0$$



$$\sqrt{a^2 + ab + 7a + 7} = a + b$$

$$\cancel{a^2} + ab + 7a + 7 = \cancel{a^2} + 2ab + b^2$$



$$b^2 + 9b - 7a - 7 = 0$$

$$a^2 + 18a + 4 \cdot 7$$

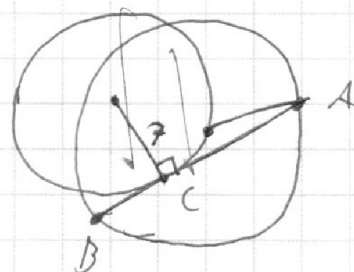
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AC}{CB} = \frac{17}{7}$$

$$AB = ?$$

$$AC = 12x$$

$$CB = 2x$$

$$AB = 24x$$

$$a+b = \sqrt{(2x)^2 + 7^2}$$

$$\frac{1}{2} < 2 \quad (2x)^2 = (a+b+2) \cdot a$$

$$OH = \sqrt{13^2 - (12x)^2} = 6$$

$$OH = 13$$

$$OH = 8$$

$$13^2 - (12x)^2 = 36$$

$$12x$$

$$169 - 144x^2 = 36$$

$$127 = 144x^2$$

$$\sqrt{(2x)^2 + 7^2} = a+b$$

$$b = (2x)^2$$

$$(b+2) \begin{cases} (a+b+2) \cdot a = (2x)^2 & a^2 + ab + 2a = (2x)^2 \\ \sqrt{(2x)^2 + 7^2} = a+b & b^2 - b(a+b^2) \end{cases}$$

$$(2x)^2 + 7^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$b^2 + ab - 2a - 7^2 = 0$$

$$a^2 + ab + 2a + 7^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

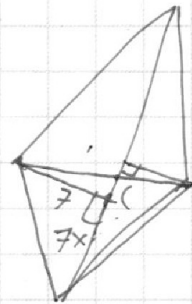
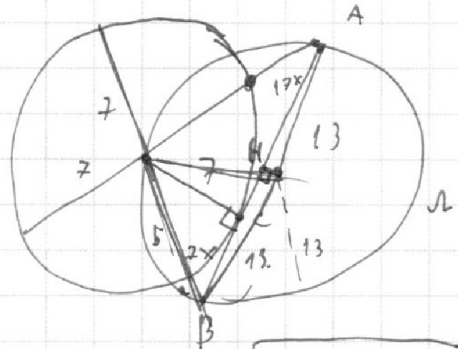
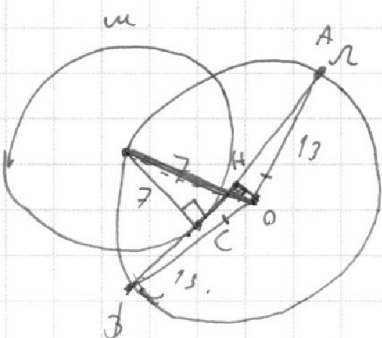
$$a^2 + 28a + 4 \cdot 7^2$$

$$7a + 7^2 + b^2 + ab$$

$$= a^2 + 2 \cdot 14a + (14)^2$$

$$-a + a + 14 = b$$

$$= (a+14)^2$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 \geq 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \geq 16 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 1$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \leq 16 \end{cases} \quad \frac{12a}{5} + 8b = 0$$

$$ax + 8b = \max x = \frac{17}{5}$$

$$a + b = 12$$

$$8b = -\frac{12a}{5}$$

$$ax + 8b$$

$$\frac{b}{a} = 4$$

$$a + b = 12$$

$$b = 4a$$

$$5a = 12$$

$$a = \frac{12}{5}$$

$$x^2 + (y - 12)^2 = 16$$

$$y - 12 = \sqrt{16 - x^2}$$

$$y = \sqrt{16 - x^2} + 12$$

$$\begin{cases} \sqrt{1 - x^2} = ax - 8b \\ -\sqrt{16 - x^2} + 12 = ax - 8b \end{cases} \quad 1 - x^2 = (ax)^2 + (8b)^2 - 16ab$$

$$y = ax - 8b$$

$$(a^2 + 1)x^2 + (8b)^2 - 16ab = 1$$

$$12 + 8b - ax = \sqrt{16 - x^2}$$

$$12 - \frac{12a}{5} - ax = \sqrt{16 - x^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 2^{15} 7^{11} n \quad bc = 2^{17} 7^{16} m \quad ac = 2^{23} 7^{29} t \quad \min(abc)$$
$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^8 \frac{m}{n} \quad \frac{c}{b} = 2^8 \cdot 7^{28} \frac{t}{n} \quad \frac{b}{a} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{t}{m}$$

$$\frac{c^2}{a^2} = 2^{16} \cdot 7^{48} \frac{m^2}{n^2}$$
$$\frac{c}{a} = \frac{t}{n} \cdot 2^6$$
$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{t}{m}$$
$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{t^2}{m^2} \cdot \frac{a}{b} = \frac{t}{m}$$

$$ab = 2^{15} 7^{11} n \quad bc = 2^{17} 7^{16} m \quad ac = 2^{23} 7^{29} t$$
$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^8 \frac{m}{n} \quad \frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{t}{m} \quad \frac{c}{b} = 2^8 \cdot 7^{28} \frac{t}{n}$$

$$\frac{c}{b} \cdot \frac{b}{a} = 2^2 \cdot 7^{17} \frac{n}{m}$$

$$\frac{c^2}{a^2} = 2^4 \cdot 7^{24}$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^{12} \quad \frac{m}{n} = 7^4$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^{12}$$



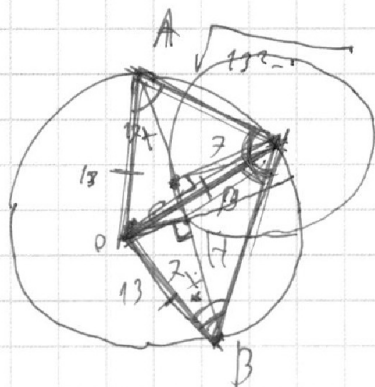
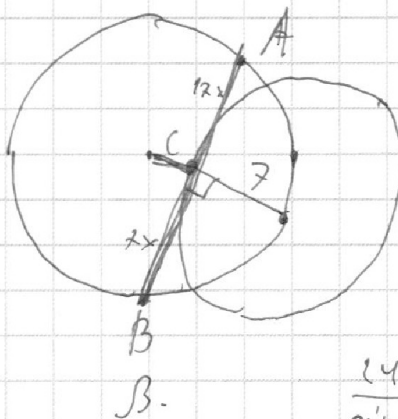
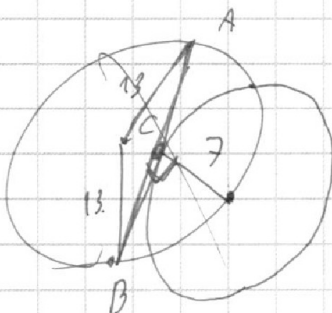
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{24x}{\sin B} = 26.$$

$$\sqrt{13^2 - (7x)^2}$$

$$\frac{7 \cdot 24x}{2} = \sqrt{\dots} \cdot \sqrt{\dots} \cdot \frac{\sin B}{2}.$$

$$\frac{OH \cdot 24x + 7 \cdot 24x}{2} = S.$$

$$S = 12x$$

$$OH = \sin \alpha \cdot 13.$$

$$\frac{24x}{\sin B} = 26.$$

$$\sin B = \frac{24x}{26} = \frac{12x}{13}.$$

$$\sqrt{7 + (17x)^2} \cdot \sqrt{7 + (7x)^2} \cdot \frac{12x}{13} \cdot \frac{1}{2} = 7 \cdot 24x$$

$$\sqrt{(7 + (17x)^2)(7 + (7x)^2)} = \frac{7 \cdot 24 \cdot 2 \cdot 13}{46} = 28 \cdot 13.$$

$$49 + 7^2 x^2 + 7 \cdot 17^2 x^2 + (17 \cdot 7)^2 x^4 = (28 \cdot 13)^2.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a b = 2^{15} \cdot 7^{11} n \quad b c = 2^{17} \cdot 7^{18} m \quad a c = 2^{23} \cdot 7^{39} t$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7 \frac{m}{n}$$

$$\frac{a}{b} = 2^{-6} \cdot 7^{11} \frac{t}{m}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{1}{2^6} \cdot \frac{1}{7^{18}} \frac{n}{t}$$

$$\frac{a}{b}$$

$$7^{\frac{18+39+11}{60}}$$

$$\frac{a b c}{a b c} = 2^{15+17+23} \cdot 7^{11+18+39} \cdot \frac{m}{m} \cdot \frac{n}{n} \cdot \frac{t}{t}$$

$$(a b c)^2 = 2^{45} \cdot 7^{78} m n t$$

$$a b c = \sqrt{2^{45} \cdot 7^{78} m n t} = \sqrt{7^{78}} \cdot \sqrt{2^{45} m n t}$$

$$\text{ищем } m, n, t \quad m, n = 1, d t = ?$$

$$a b c = 7^{39} \cdot 2^{23}$$