



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

Заметим, что если $ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$, то $\min ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$

Тогда $\times ab : 2^{15} \cdot 7^{18}$

$bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$ заметим, что 7 у нас хватает (в смысле $\min abc$ содержит 7^{39} , т.к. 7 можно разложить в a и c так, чтобы $ab : 2^{15} \cdot 7^{18}$, а $bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$)

А вот с 2 есть проблема т.к. ac содержит только 2^{23} "2", тогда $\times ab^2c : 2^{32} \cdot 7^{29}$, тогда $b^2 : 2^9 \Rightarrow \min b = 2^5$

Давайте поймём, что $abc = 2^{28} \cdot 7^{39} \min$, ну мы знаем, что ac меньше чем $2^{23} \cdot 7^{39}$ быть не может. Ну тогда допустим $ac > 2^{23} \cdot 7^{39}$ но $ac < 2^{28} \cdot 7^{39} \Rightarrow \Rightarrow a^2 b^2 c^2 : 2^{55} \cdot 7^{68} \Rightarrow abc : 2^{28} \Rightarrow$ мы нашли минимальное abc.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$, пусть E — существует m , такое что

$(a+b):m$ и $(a^2-7ab+b^2):m$, причём $m = \max$.

$$\begin{aligned} & \text{т.к. } a^2-7ab+b^2 = (a+b)^2 - 9ab, \text{ т.к. } a+b:m \Rightarrow \\ & \Rightarrow (a+b)^2:m \Rightarrow 9ab:m. \end{aligned}$$

Пусть $a+b=mk, k \in \mathbb{N}$, а $9ab=ms, s \in \mathbb{N}$

Тогда $9abk = a+b(a+b)s = a^2+ab+bs$

Ну, т.к. $9abk:a$, то $(a+b)s \equiv 0 \pmod{a}$, т.к. $as \equiv 0 \pmod{a}$, то $bs \equiv 0 \pmod{a}$, но $b \nmid a$, значит $\text{НОД}(b;a)=1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow s:a$

Аналогично $s:b \Rightarrow s:ab$

Пусть $s=abrt, r \in \mathbb{N}$

Тогда

$$9ab = mabrt$$

$$9 = mrt$$

$$m_1=1$$

$$r_1=9$$

$$m_2=3$$

$$r_2=3$$

$$m_3=9$$

$$r_3=1$$

(т.к. m и $r \in \mathbb{N}$)

Тогда $\max m=9$

Приведём пример: $a=4, b=5$ ($\text{НОД}(a;b)=1$)

$$\frac{4+5}{4^2+5^2-7 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{9}{-99} = -\frac{1}{11}$$

Ответ: $m=9$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{4} \sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

Заметим, что $3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 + 1 - 9x$

Тогда пусть $3x^2 + 3x + 1 = t$, а $1 - 9x = d$.

тогда:

$$\sqrt{t+d} - \sqrt{t} = d \quad | \cdot (\sqrt{t+d} + \sqrt{t}) \neq 0, \text{ т.к. } 0 \text{ достигается}$$

нигда

или $d=0$, но $\sqrt{t}$ не пос. '0)

тогда $t+d - t = d(\sqrt{t+d} + \sqrt{t})$
 $d = d(\sqrt{t+d} + \sqrt{t})$

1) $d=0 \Rightarrow 1-9x=0$
 $x = \frac{1}{9}$

2) $d \neq 0 \Rightarrow 1 = \sqrt{t+d} + \sqrt{t}$

$\sqrt{t}$ и $\sqrt{t+d}$ - всегда больше 0 $\Rightarrow \sqrt{t}$ достигает минимума, когда $\sqrt{t+d}$ достигает минимума
 или $x = x_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \min t = \frac{5}{4} \Rightarrow \sqrt{t} > 1$, а
 $\sqrt{t+d} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{t+d} + \sqrt{t} > 1 \Rightarrow$ уравнение $\sqrt{t+d} + \sqrt{t} = 1$
 не имеет корней.

Ответ: $x = \frac{1}{9}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



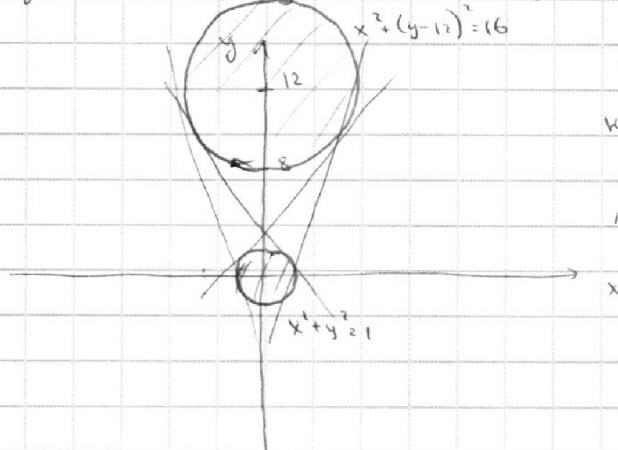
№6

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

схематично

Давайте изобразим второе неравенство графически:

графиками $x^2+y^2=1$ и $x^2+(y-12)^2=16$ являются окр.



Тогда решением
неравенства будет мно-
жество точек в окр, вк-
лючая границы

✗ $ax+y-8b=0$ - это прямая, тогда, чтобы было только
2 решения нужно, чтобы она касалась двух окр. одновр.
как показано на рис. Т.е. всего 4 прямых.

Тогда нам нужно решить систему:

$$\begin{cases} x^2+(8b-ax)^2=1 & (1) \\ x^2+(8b-ax-12)^2=16 & (2) \end{cases}$$

так, чтобы каждое уравнение имело
всего лишь 1 корень, т.е. $D=0$

$$(1) \quad x^2 + x^2(a^2+1) - 16abx + 64b^2 - 12 = 0$$

$$D = a^2 - 64b^2 + 1 = 0$$

$$(2) \quad (a^2+1)x^2 + ax(24-16b) + 64b^2 - 192b + 128 = 0$$

$$D = a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0$$

Получим новую систему:

$$\begin{cases} a^2 - 64b^2 + 1 = 0 \\ a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0 \end{cases}$$

$$-60b^2 - 12b + 9 = 0$$

$$60b^2 + 12b - 9 = 0$$

$$b_1 = -\frac{1}{2}(1)$$

$$b_2 = \frac{3}{10}(1/2)$$

$$(1) \quad a^2 - 64\left(\frac{1}{2}\right)^2 = -1$$

$$(2) \quad a^2 - 64\left(\frac{3}{10}\right)^2 = -1$$

$$a^2 = 15.27 \quad a = \pm\sqrt{15}$$

$$a^2 = \frac{169}{25} - 1 = \frac{119}{25}$$

$$a = \pm\frac{\sqrt{119}}{5}$$

$$\text{Ответ: } -\sqrt{15}, -\frac{\sqrt{119}}{5}, \frac{\sqrt{119}}{5}, \sqrt{15}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

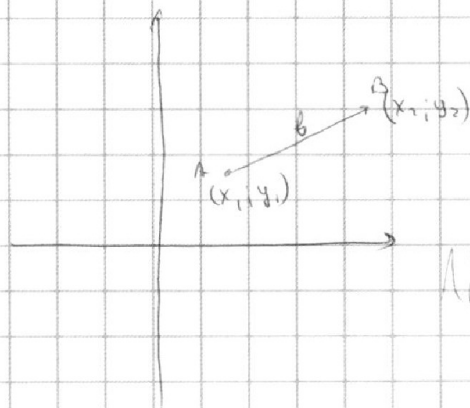
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

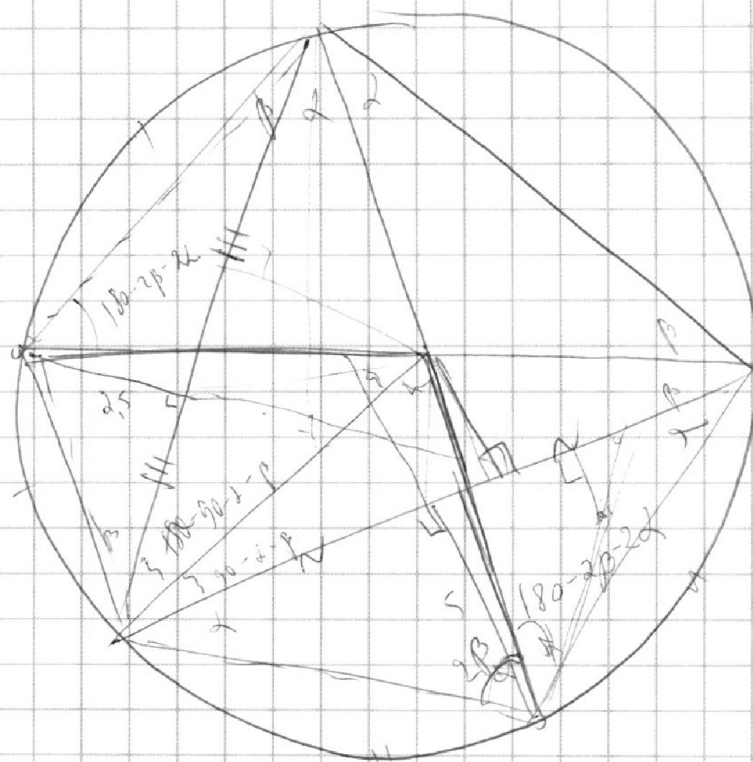
Д5. Давайте возьмем любой вектор с координатами $x_1(x_2-x_1); (y_2-y_1)$



$$AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

$$180 - 2\alpha - 2\beta$$

$$\frac{b}{\sin 2\alpha} = \frac{r}{\sin \beta}$$



$$\frac{R}{r} = \frac{b \sin \beta}{\sin 2\alpha} = \frac{r \sin \beta}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{2 \cos \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\sin \beta}{\sin \beta}$$

$$\frac{r}{\sin 2\alpha} = \frac{2.5}{\sin \beta}$$

$$(180 - 2\alpha - 2\beta)$$

$$\frac{2.5}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \beta} = 2 \cdot \frac{5 \cdot 2.5}{180 - 2\alpha - 2\beta}$$



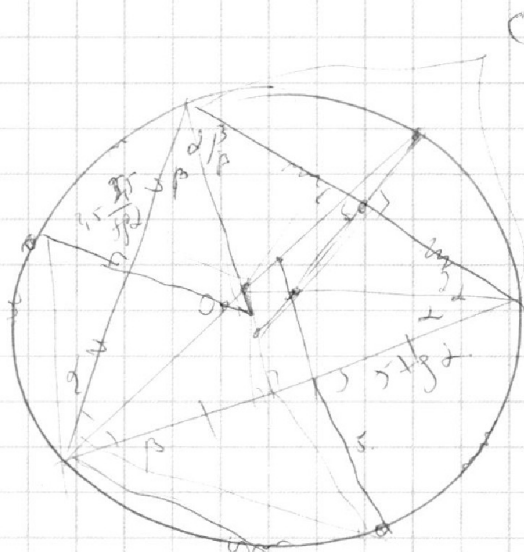
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{10}{\lg 3} \quad \frac{5}{\lg 2}$$

$$\frac{2 \cdot \lg 2}{\lg 3}$$

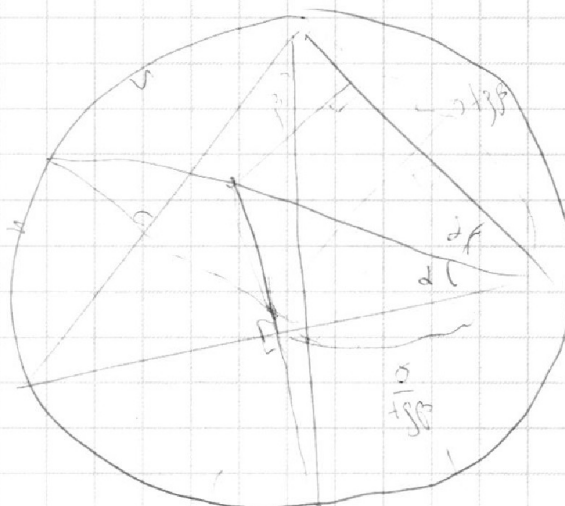
$$\lg 3$$

$$\frac{2 \cdot \lg 2}{\lg 3}$$

$$\lg 3 = 2 \lg 2 - 2 \lg 2$$

$$X = \frac{2 \lg 2 - \lg 3}{2 \lg 2}$$

$$X = \frac{\lg 3 - 2 \lg 2}{\lg 3 + 2 \lg 2}$$



$$\frac{\lg 3}{\lg 2} = \lg 2$$

$$X = \frac{5 \lg 2}{\lg 3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

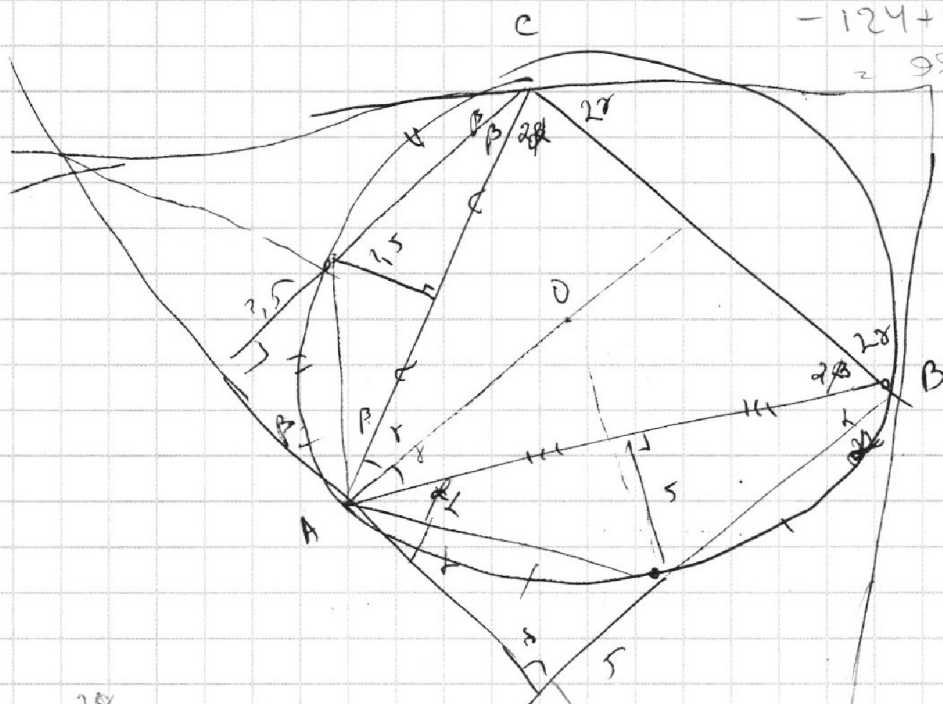
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$16 - 7 \cdot 4 + 25 = 140$$

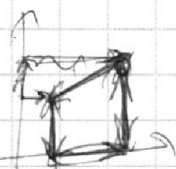
$$-124 + 25 = A_0 - ?$$

$$= 99$$



$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 17 \\ \hline + 156 \\ 28 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 12 \\ \hline + 98 \\ 14 \\ \hline 238 \end{array}$$



$$-14 = 0$$

$$(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) + z_2 - z_1 = 0$$

$$b + a = 14$$

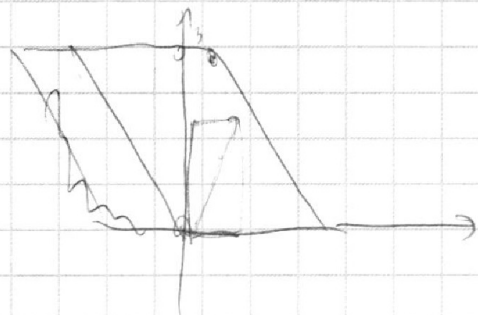
$$a^2 + c^2 = b^2$$

$$c^2 = (b-a) \cdot 14$$

$$c^2 = 14$$

$$c = \sqrt{14}$$

$$c = \sqrt{14}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

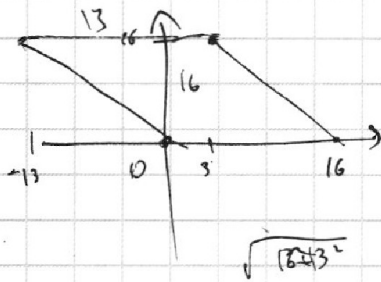
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



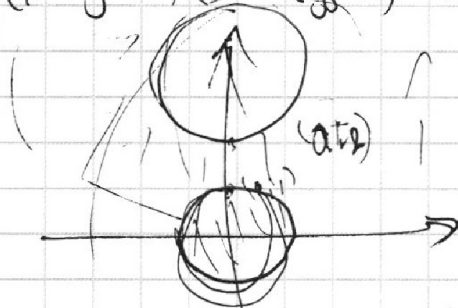
$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(y_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$$

$$(x_2, y_2) - (x_1, y_1) + x_2 + y_2 = 14$$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$$



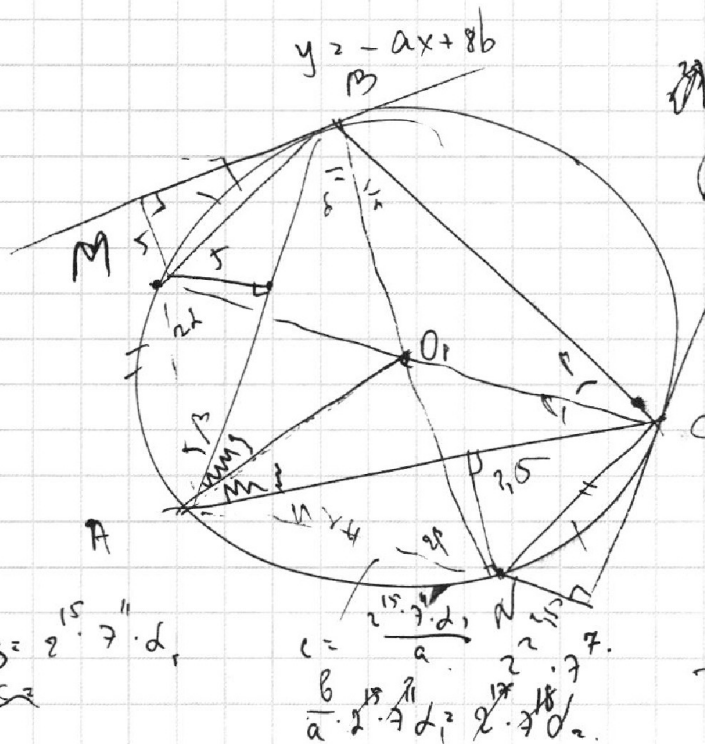
$$1) x^2 + y^2 \leq 1$$

$$x^2 + (y - 12)^2 - 16 \geq 0$$

$$x^2 + (y - 1)^2 = 1$$

$$a = \frac{2^{15} \cdot 7^{11} \cdot 2}{b}$$

$$\frac{c}{b} = \frac{2^8 \cdot 7^{28}}{2^1}$$



$$ab^3c : 2 \cdot 7$$

$$ab^3c : 2$$

$$b^2 : 2$$

$$b : 2$$

$$ab : 2 \cdot 7$$

$$bc : 2 \cdot 7$$

$$ac : 2 \cdot 7$$

$$bd_1 : 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot a$$

$$ac :$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot 5$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot 2$$

$$c = \frac{b}{a \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2} = 2^{28} \cdot 7^{39}$$



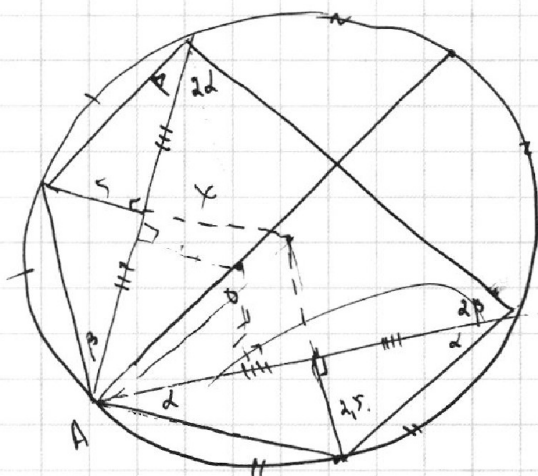
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



#

(cos alpha sin beta) = 2.5 * 7.28

2.23 * 7.28

$R = 5 + x$

5 tg beta

$\sqrt{(5 \sin \beta)^2 - 2.5^2} = \frac{2.5 - 2.5 \sin^2 \beta}{\sin^2 \beta}$

$\frac{5}{\sin \beta} = \frac{5}{\sin^2 \beta}$

$x = \frac{5}{\sin \beta}$

5 tg alpha

$\frac{10}{\sin \beta}$

$\frac{5}{\sin \beta}$

$\frac{5}{\sin \beta} \sin \alpha = \frac{10 \cdot 2}{\sin \beta}$

$2 \sin \alpha \sin \beta = \sin \alpha$

$2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$

$5(x + 5 + x) = 5$

$5(2x + 5) = \frac{2.5}{\sin^2 \beta}$

$5(2.5 + x + x + 5) = \frac{2.5}{\sin^2 \beta}$

$2.5 + 2x = \frac{2.5}{\sin^2 \beta}$

$2x + 5 = \frac{5}{\sin^2 \beta}$

$2.5 = \frac{2.5}{\sin^2 \beta} - \frac{5}{\sin^2 \beta}$

$\frac{1}{\sin^2 \beta} + 1$

$1 = \frac{1}{\sin^2 \beta} - \frac{2}{\sin^2 \beta}$

$\frac{1}{\sin^2 \beta} = \frac{2}{\sin^2 \beta} + 1$

$\frac{1}{\sin^2 \beta} = \frac{2}{\sin^2 \beta} + 1$

$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$

$\frac{2.5}{\sin^2 \beta}$

$\frac{6.25}{\sin^2 \beta}$

$\frac{6.25}{\sin^2 \beta}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 + (8b - ax)^2 = 1$$

$$x^2 + 64b^2 + a^2x^2 - 2 \cdot 8 \cdot ab \cdot x = 1$$

$$x^2(a^2 + 1) - 16abx + 64b^2 - 1 = 0$$

$$D = 256a^2b^2 - 4(64b^2 - 1)(a^2 + 1) = 256a^2b^2 - 256a^2b^2 - 256b^2 + 4a^2 + 4 = 4a^2 - 256b^2 + 4 = 0$$

$$x^2 + (8b - ax - 12)^2 = 16$$

$$x^2 + (8b - ax)^2 - 2(8b - ax) \cdot 12 + 144 = 16$$

$$x^2 + 64b^2 + a^2x^2 - 16abx - 192b + 24ax + 128 = 0$$

$$x^2(a^2 + 1) + ax(24 - 16b) + 64b^2 - 192b + 128 = 0$$

$$D = a^2(24 - 16b)^2 - 4(64b^2 - 192b + 128)(a^2 + 1) =$$

$$= 144a^2 - 24 \cdot 8a^2b + 64a^2b^2 - 64a^2b^2 - 64b^2 + 192a^2b + 192b - 128a^2 - 128 = 16a^2 - 64b^2 + 192b - 128 = 0$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{cases} a^2 - 8b^2 + 12b - 8 = 0 \\ a^2 - 64b^2 + 1 = 0 \end{cases}$$

$$56b^2 + 12b - 10 = 0$$

$$28b^2 + 6b - 5 = 0$$

$$D = 36 + 560 = 596 = 4 \cdot 149 = (2\sqrt{149})^2$$

$$b = \frac{-6 \pm 2\sqrt{149}}{28} = \frac{-3 \pm \sqrt{149}}{14}$$

$$D = 36 + 600 = 636$$

$$30b^2 + 20b + 4b - 3 = 0$$

$$D = 16 + 400 = 416 = 16 \cdot 26 = 4\sqrt{26}$$

$$b = \frac{-4 \pm 4\sqrt{26}}{40} = \frac{-1 \pm \sqrt{26}}{10}$$



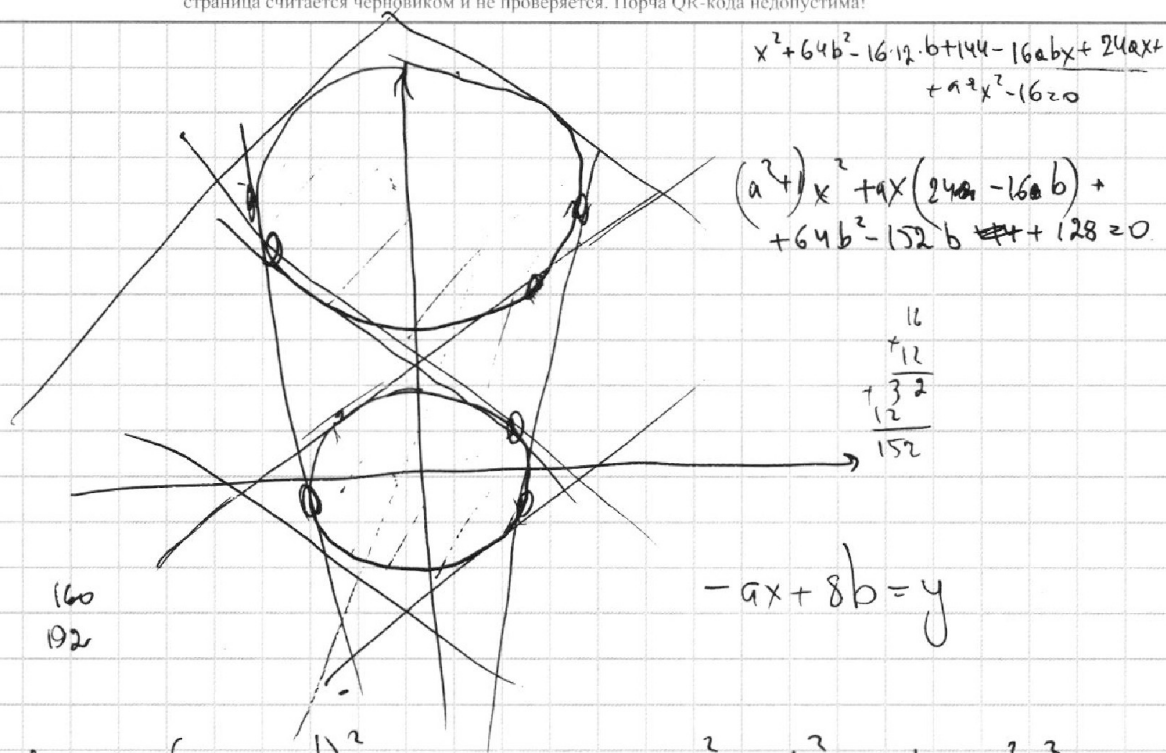
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x^2 + (-ax + 8b)^2 = 1 \\ x^2 + (-ax + 8b - 12)^2 = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 64b^2 - 16abx + a^2x^2 = 1 \\ x^2 + (8b - 12)^2 - 2a(8b - 12)x + a^2x^2 = 16 \end{cases}$$

$$D = a^2(24 - 16b)^2 - 4(a^2 + 1)(64b^2 - 152b + 128) = 0$$

$$144a^2 - 24 \cdot 8a^2b + 64a^2b^2 - 64a^2b^2 + 152a^2b - 128a^2 - 64b^2 + 152b - 128 = 0$$

$$16a^2 - 40a^2b - 64b^2 + 152b - 128 = 0$$

$$16a^2 - 40a^2b - 64b^2 + 152b - 128 = 0$$

$$ax - 8b + 6 = \frac{5}{8} + 6$$

$$-ax + 8b = \frac{43}{8}$$

$$(a^2 + 1)x^2 - x(16 - 16abx + 64b^2 - 120) = 0$$

$$D = 64a^2b^2 - 4(a^2 + 1)(64b^2 - 120) = 0$$

$$64a^2b^2 - 4 \cdot 64a^2b^2 + 4a^2 - 4 \cdot 64b^2 + 480 = 0$$

$$-3 \cdot 64a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0$$

$$-48a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0$$

$$\begin{cases} 2a^2 - 5a^2b - 8b^2 + 19b - 16 = 0 \\ -48a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1 - 9x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$1 - 9x = 1$$

$$3x^2 + 3x + 1 = d$$

$$\sqrt{1+d} - \sqrt{d} = 1 \quad | \cdot (\sqrt{1+d} + \sqrt{d})$$

$$1+d+d-2\sqrt{1+d} = 1$$

$$1+d-d-1 = 2\sqrt{1+d}$$

$$\sqrt{1+d} = \sqrt{1+d}$$

$$\sqrt{1+d} = \sqrt{1+d}$$

$$gabk = s(a+b)$$

$$gab = ms$$

$$s:ab$$

$$s=abv$$

$$gab = mabr$$

$$g = mv$$

$$m \geq 1 \quad v \geq 1$$

$$m \geq 3 \quad v \geq 3$$

$$(m \geq 3) \quad v \geq 1$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x_0 = \frac{-3 \pm \sqrt{9-12}}{6} = \frac{-3 \pm \sqrt{-3}}{6}$$

$$y_0 = 3 \cdot \frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + 1 = \frac{3-6+4}{4} = \frac{1}{4}$$

$$1+d+d+2\sqrt{1+d} = 1$$

$$1+d-1 = -2\sqrt{1+d}$$

$$(1+d-1)(1+d-1) = d^2 + 2d - 1 + 2d + 4d^2 - 2d - 1 - 2d + 1 =$$

$$2d^2 + 4d^2 + 1 + 4d - 2d - 4d = 4d^2 + 4d^2$$

$$69x^2 + 12x - 4 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 69 \cdot 4 =$$

$$16(8+69) = 16 \cdot 77$$

$$t^2 - 2(t+2d) + 1 = 0$$

$$D = (t+2d)^2 - 4$$

$$d^2 - 2t - 4d + 1 = 0$$

$$D = 4 + 16d - 4 = 16d = (4\sqrt{d})^2$$

$$t = \frac{2 \pm 4\sqrt{d}}{2} = 1 \pm 2\sqrt{d}$$

$$1 - 9x = 1 + 2\sqrt{3x^2 - 3x + 1}$$

$$-9x = 2\sqrt{3x^2 - 3x + 1}$$

$$1 - 9x = 1 - 2\sqrt{3x^2 - 3x + 1}$$

$$9x = 2\sqrt{3x^2 - 3x + 1}$$

$$81x^2 = 12x^2 - 12x + 4$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0$$

$$D = 36 - 24 = 12$$

$$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$D = 9 - 12 < 0 \Rightarrow \text{всегда}$$

$$x \in (-\infty, \frac{3-\sqrt{3}}{3}] \cup [\frac{3+\sqrt{3}}{3}, \infty)$$

$$\text{орегенно } t \geq 0$$

$$x_1 = \frac{1}{9}$$

$$3 \cdot \frac{1}{27} - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2 =$$

$$= \frac{1}{9} - \frac{2}{3} + 2 = \frac{1-6+18}{9} = \frac{13}{9}$$

$$3 \cdot \frac{1}{27} + 3 \cdot \frac{1}{9} + 1 = \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{1+3+9}{9} = \frac{13}{9}$$

$$3 \cdot \frac{1}{27} - 3 \cdot \frac{1}{9} + 1 = \frac{1}{9} - \frac{1}{3} + 1 = \frac{1-3+9}{9} = \frac{7}{9}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc: 2 \cdot 7$$

$$ac : 2 \cdot 7$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{\overbrace{15+17+23}^{11+18+39}} = 2^{45} \cdot 7^{68}$$

abc : $\begin{pmatrix} 34 & 29 & 23 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$

39. $9a^2b^2k = 5a^2b^2$
 $P: \frac{9a^2b^2k}{a^2b^2} = \frac{5a^2b^2}{a^2b^2}$
 68
 $uym S: a$
 $S: b$
 $S: a^2b^2$
 $169. y = 289x^2 + 238x + 49$

$169 = 17^2 + 7$
 $13 \cdot 2 = 17x^2 + 7$
 $26 - 7 = 17x^2$
 $\sqrt{19}$
 $\sqrt{17} \quad k2.$

$$\begin{array}{r} a+b \overline{) a^2 - 7ab + b^2} \end{array}$$

и тогда $a > b$.

$$\frac{a}{b} +$$

~~546~~

$$a^2 - 2ab + b^2$$

дизель $a > b$.
Тогда b не
можно
называть.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\begin{array}{l} g \underline{ab} : m. \\ a + b : m \end{array}$$

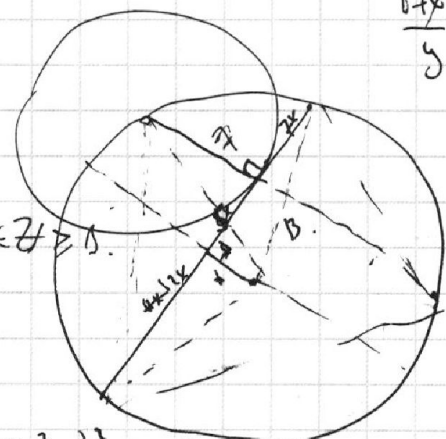
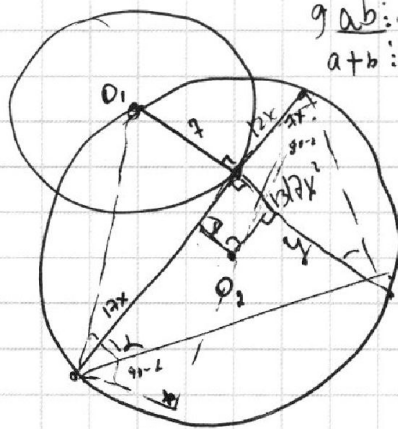
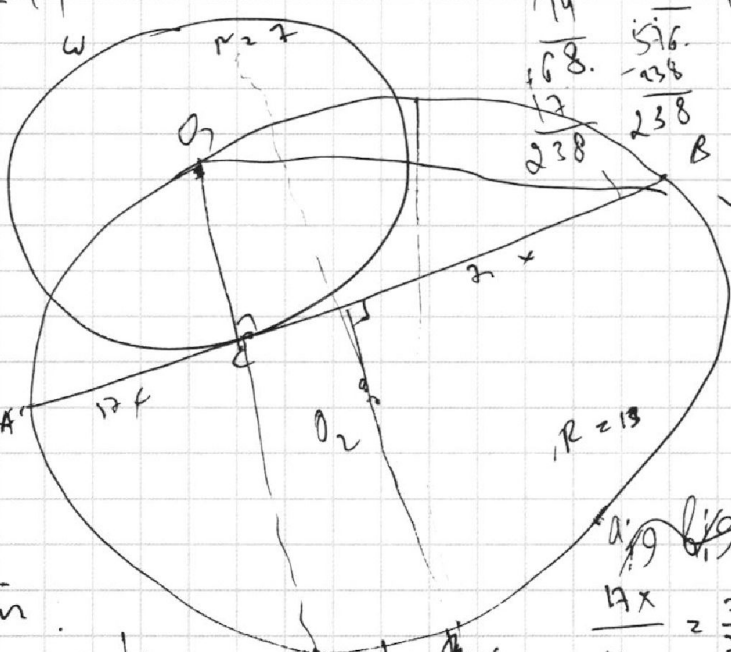
$$g_{ab} = \eta_{ab}$$

$$\frac{17x}{y} = \frac{7}{7x}$$

$$\frac{17x}{y} \cdot \frac{1}{x}$$

$y = 2 \ln x^2$
 $\ln x^2 = \ln 9$
 $x^2 = 9$
 $x = 3$

gab : ms.
ms : ~~ab~~
~~am~~
 $\frac{(2x^2 + 7) - 7}{2} =$
 $\frac{(2x^2 - 7)}{2}$



$$\frac{a+b}{s} = \frac{a+b}{k}$$

$$169 = \left(\frac{17x^2 - 7}{2} \right)^2 + (12x)^2$$

$$169 \cdot 4 = 289x^4 - 17 \cdot 2 \cdot x^2 + 49 + 144 \cdot 4x^7$$