



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

NP

$$abc = 2^x \cdot 7^y$$

$$\begin{cases} ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ac = b^2 \cdot 2^{32} \cdot 7^{29} \\ ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \Rightarrow y_{\max} = 39 \quad (ac = 7^{39}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} ac = b^2 \cdot 2^{32} \\ ac = 2^{23} \end{cases}$$

$$\Rightarrow b^2 = 2^9, \quad b = 2^{4,5} \Rightarrow b = 2^5 \quad (bc = 7^{18})$$

$$abc = 2^{28} \cdot 7^{39} \quad (\text{теор.})$$

$$\Rightarrow x_{\max} = 28 + 5 = 33 \quad (ac = 2^{23})$$

пример:

$$\begin{cases} a = 2^{11} \cdot 7^{11} \\ b = 2^5 \\ c = 2^{12} \cdot 7^{28} \end{cases}$$

Ответ: $abc_{\max} = 2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a}{b} - \text{несокр} \quad a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N} \quad \omega_2$$

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-2ab}$$

если можно сокр МА $m, 70$

$$\begin{array}{r} a+b \circledast m \\ -ga \quad b \circledast m \end{array} \quad \frac{-gab}{a+b}$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{a}{a(1+\frac{b}{a})} = \frac{1}{1+\frac{b}{a}} - \text{несокр}$$

$$\frac{b}{a+b} = \frac{b}{b(1+\frac{a}{b})} = \frac{1}{1+\frac{a}{b}} - \text{несокр} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -g \circledast m \\ ab \circledast m \end{cases} \Rightarrow m_{\text{наиб}} = g$$

Ответ: $m_{\text{наиб}} = g$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

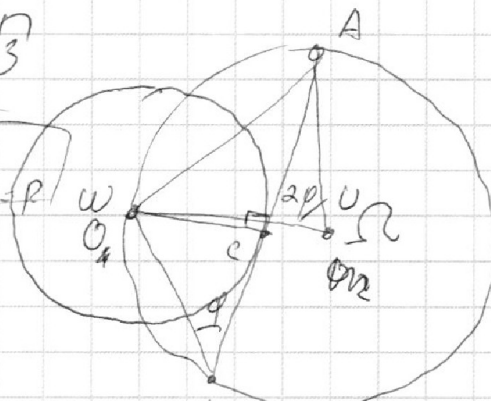
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle OCA: OC \perp AB \text{ (AB - хорда)} \sqrt{3}$$

$$AO^2 = AC^2 + OC^2 \quad | \quad OC = r = 7$$

$$AC = 17x; \quad BC = 7x$$

$$AO^2 = 17^2 x^2 + 7^2$$



$$\triangle OUA: AO^2 = OU^2 + UA^2 - 2OU \cdot UA \cdot \cos 2\varphi =$$

$$= 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 \cdot \cos 2\varphi = 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 (1 - 2 \sin^2 \varphi) =$$

$$= 4 \cdot 13^2 \cdot \sin^2 \varphi = 17^2 x^2 + 7^2 \quad (1)$$

$\angle OUA$ - центр. угол, $\angle OBA$ - опр. на дугу $OA \Rightarrow \angle OBA = \frac{1}{2} \angle OUA = \varphi$

$$\triangle OBC: OC \perp AB: OB^2 \cdot \sin^2 \varphi = OC^2$$

$$OB^2 \cdot \sin^2 \varphi = (OC^2 + BC^2) \cdot \sin^2 \varphi = OC^2$$

$$\sin^2 \varphi = \frac{1}{17^2 x^2 + 7^2} (7^2 + 7^2 x^2) \sin^2 \varphi = 7^2$$

подставим (1) в (1) $(17^2 x^2 + 7^2)(1 + x^2) = 4 \cdot 13^2$

$$289x^4 + 338x^2 - 627 = 0$$

$$289 + 338 = 627 \Rightarrow x_1^2 = 1$$

$$\begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ 289x^4 - 627 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -\frac{627}{289} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{r|l} 289x^4 + 338x^2 - 627 & x^2 - 1 \\ \hline 289x^4 - 289x^2 & 289x^2 + 627 \\ \hline 627x^2 - 627 & \\ \hline 627x^2 - 627 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$AB = AC + BC = 17x + 7x = 24x = 24$$

$$\text{Ответ: } AB = 24$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{9}$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = a; \quad \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = b$$

$$1 - 9x = a^2 - b^2$$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$\begin{cases} 1) a = b \\ 2) a + b = 1 \end{cases}$$

$$1) a = b: \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$9x = 1; \quad x = \frac{1}{9}$$

$$2) a + b = 1: \sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

$$6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 1$$

$$6x^2 - 3x + 2 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 0$$

$$x_{\text{верш}} = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{12} \quad f(x) = 6x^2 - 3x + 2$$

$$\text{ветви вверх} \quad f(x_{\text{верш}}) = f_{\text{наим}}$$

$$f\left(\frac{x}{4}\right) = \frac{6}{16} - \frac{3}{4} + 2 > 0$$

$$\begin{cases} 6x^2 - 3x + 2 > 0 \\ 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 3x + 2 - 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} > 0 \quad \forall$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{9}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ \underbrace{(x^2 + y^2 - 1)}_1 \underbrace{(x^2 + (y - 12)^2 - 16)}_2 \leq 0 \end{cases}$$

1) $x^2 + y^2 = 1$ (окружность) ω

2) $x^2 + (y - 12)^2 = 16$ (окружность) Ω

P - точка касания в системе координат xOy.

если $P \in \Omega \Rightarrow (x^2 + y^2 - 1) \leq 0$; n - кол-во точек

если $P \in \omega \Rightarrow x^2 + (y - 12)^2 - 16 \geq 0$

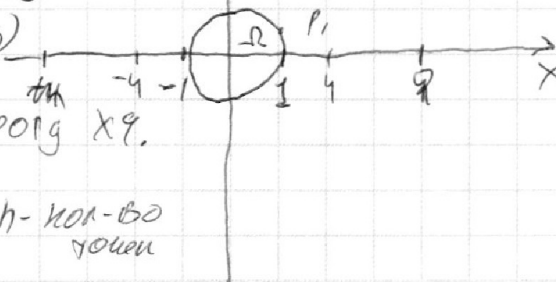
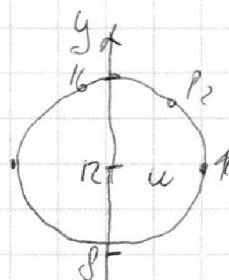
P_3 снаружи $P, \Omega, \omega \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 1 > 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 > 0 \end{cases} \Rightarrow \emptyset$

если $\begin{cases} P \text{ внутри } \Omega \\ P \text{ внутри } \omega \end{cases}, \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 1 > 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 < 0 \\ x^2 + y^2 - 1 < 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 > 0 \end{cases}$

$\ell: ax + y - 8b \geq 0$ - уравнение прямой, если

$\ell \cap \omega, \ell$ -каскас $\Rightarrow \exists$ б.ч. точек, удовлетворяющих условию

$\begin{cases} \ell \cap \omega \\ \ell \cap \Omega \end{cases} \Rightarrow \emptyset$ Значит ℓ -каскас к Ω и ω .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$OU = 12$ (расст. между центрами шаров.)

$\Delta OAT \sim \Delta TBU$ (90° ; $\angle ATO = \angle UTB$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{TO}{OU} = \frac{UB}{OU} = 4 \\ TO + OU = OU = 12 \end{cases} \Rightarrow TO = 2,4$$

$$T(0; 2,4)$$

$T \in l \Rightarrow y = kx + b$
 $2,4 = b \Rightarrow l: y = kx + 2,4$

Δ пересечение l и Ω :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = kx + 2,4 \end{cases} \Rightarrow (kx + 2,4)^2 + x^2 = 1$$

$$(k^2 + 1)x^2 + 4,8kx + 5,76 - 1 = 0$$

$y = kx + 2,4 \Rightarrow D = 0$

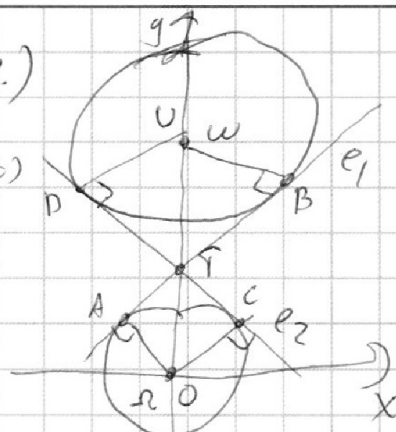
$$D = 0 = 4,8^2 \cdot k^2 = 40,96k^2 - 40,96$$

$$k^2 = \frac{40,96}{4,8^2 - 40,96} = 4,76$$

$$k = \pm 2\sqrt{1,19}$$

$$l \Leftrightarrow y = kx + 2,4 \Rightarrow a = k \pm 2\sqrt{1,19}$$

Ответ: $a = \pm 2\sqrt{1,19}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle ABW = \angle CAN = \angle ACN = \alpha$$

$$\angle MAB = \angle MBA = \angle M, \quad \angle UO = \beta$$

$$M, W = 75$$

$$AC = 20 \cdot \frac{MN_1}{\sin \alpha} = \frac{5}{\sin \alpha}$$

$$AB = 20 \cdot \frac{MN_1}{\sin \beta} = \frac{10}{\sin \beta}$$

$$OL = OG = r$$

$$OC = \frac{OG}{\sin \beta} = \frac{r}{\sin \beta}$$

$$OB = \frac{LO}{\sin \alpha} = \frac{r}{\sin \alpha}$$

$$AO = x$$

$$(1) x^2 = 25 \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{r^2}{\sin^2 \beta} = 10 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta$$

$$(2) x^2 = 100 \cdot \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} + \frac{r^2}{\sin^2 \alpha} = 20 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta$$

(Теор кос гна $\triangle AOC$ и $\triangle ABO$)

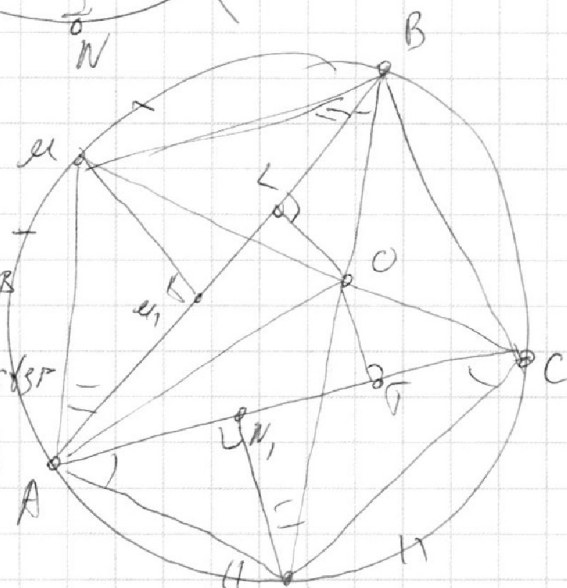
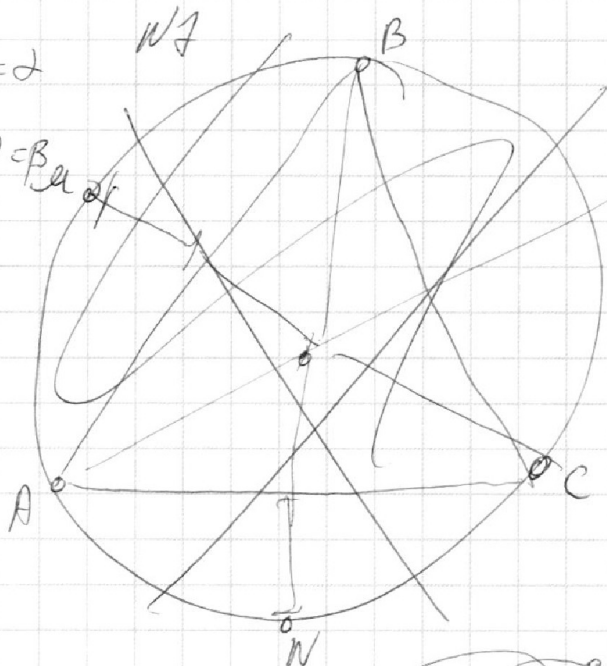
$$2(1) - (2) :$$

$$x^2 = 50 \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + 2 \frac{r^2}{\sin^2 \beta} = 100 \cdot \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} = \frac{r^2}{\sin^2 \alpha}$$

$$\angle ALO; \angle LOA = \frac{1}{2} \angle LOG = \frac{360^\circ - (180^\circ - \alpha - \beta) - (90^\circ - \alpha) - (90^\circ - \beta)}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\sin(\alpha + \beta) x^2 = \frac{r^2}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{r^2}{2} \left(2 \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} \right) = 50 \cdot \left(2 \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} \right)$$

$$\text{Умнож: } x = 5\sqrt{2}$$





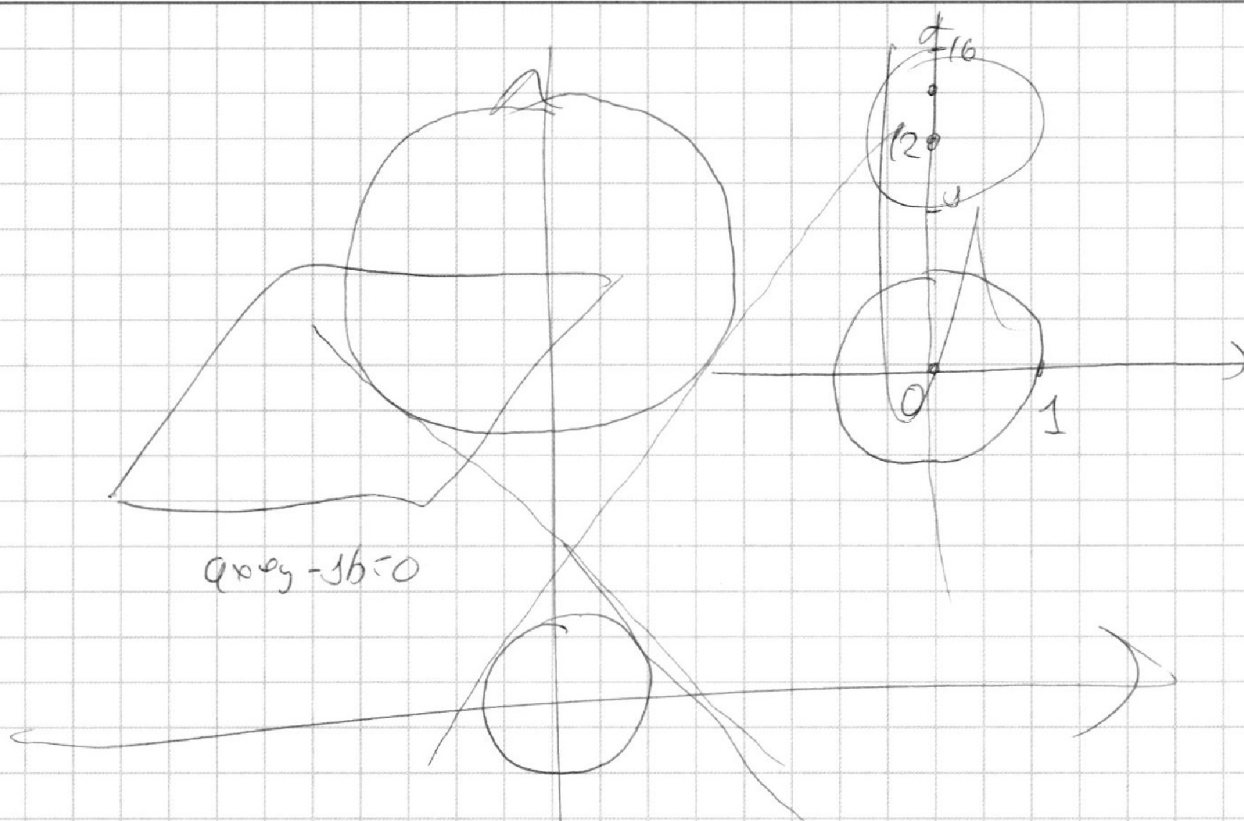
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



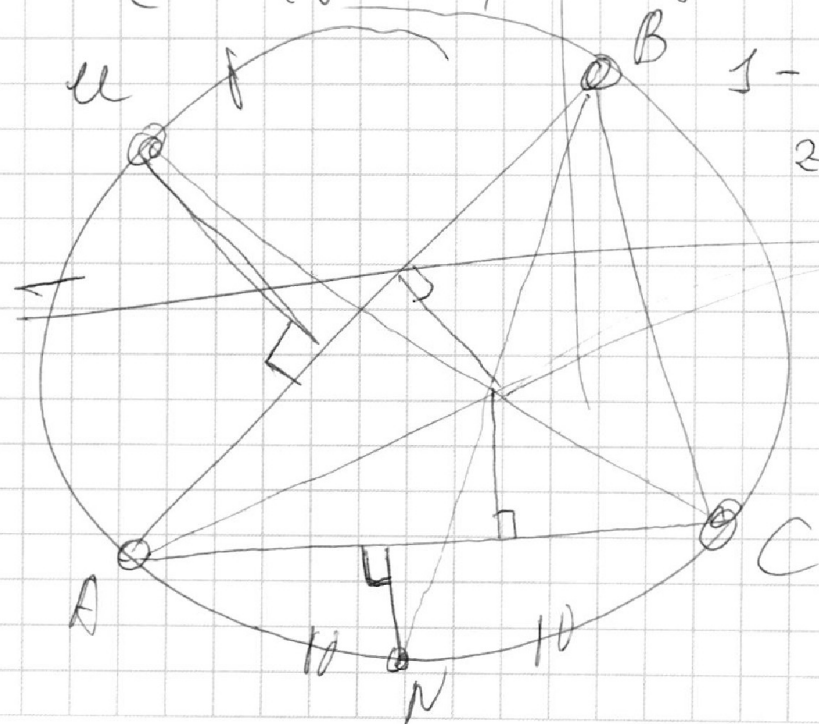
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$\begin{cases} x^2 + (y - 12)^2 = 4 \cdot 16 \end{cases} \quad x^2 + y^2 - 24x + 144 = 4 \cdot 16$$

$$1 - 24y + 144 = 16$$

$$\begin{aligned} 24y &= \\ y &= \frac{129}{24} \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

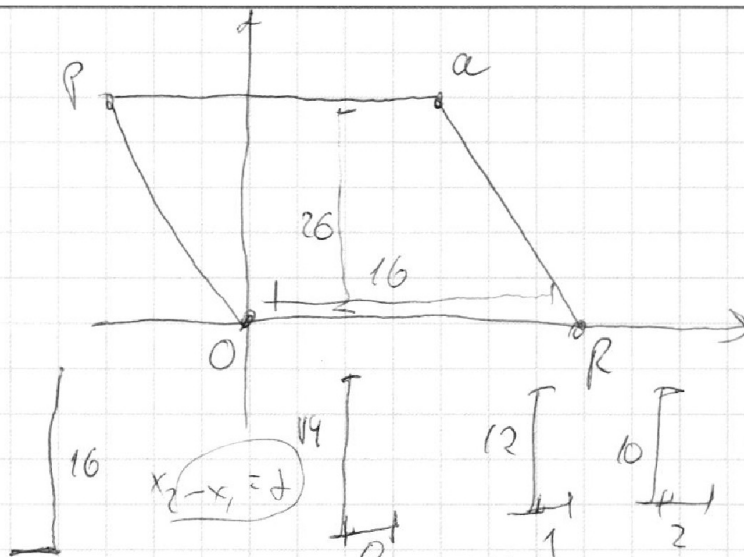
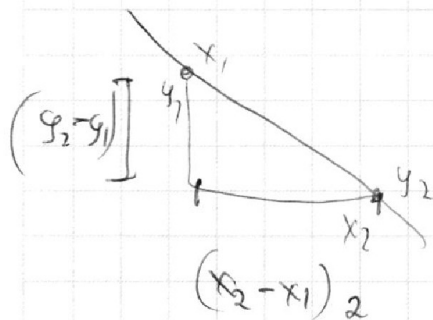
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

увеличу



NO

$$\begin{array}{r} 144 \\ -16 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ -4 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ -4 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ -1 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ -1 \\ \hline 1 \end{array}$$

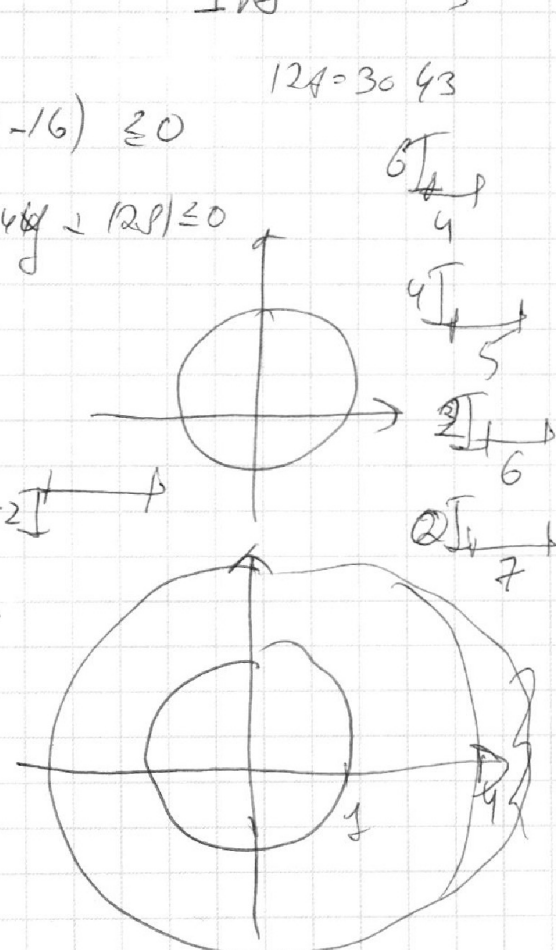
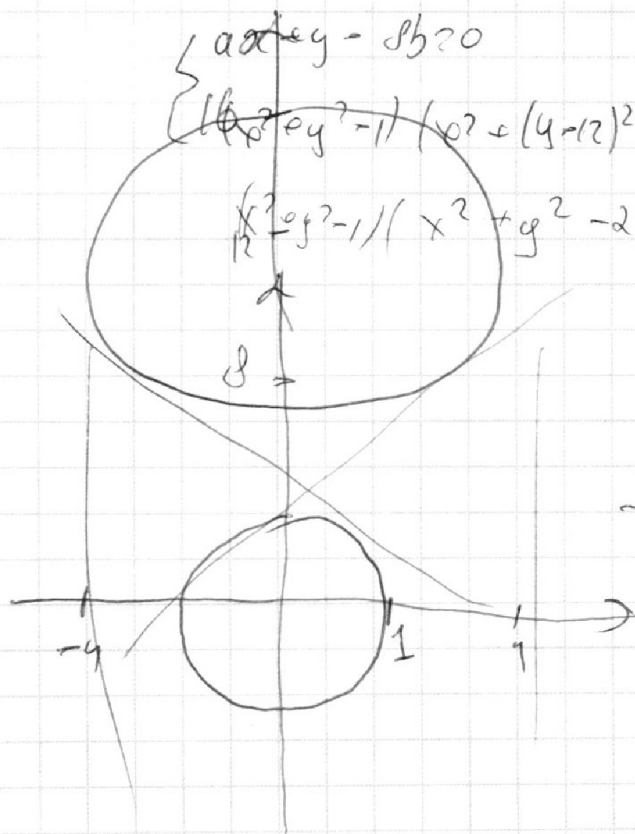
$$\begin{array}{r} 2 \\ -1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ -1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ -1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ -1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ -1 \\ \hline 1 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

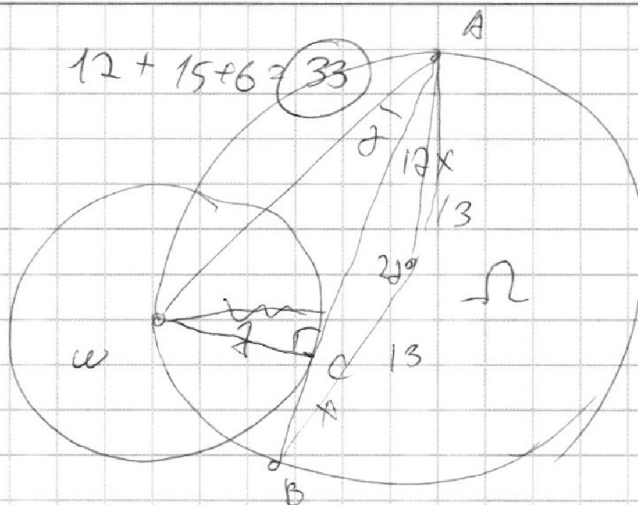
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\begin{array}{r} 329 \\ \underline{28} \\ 49 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ \hline \end{array}$$

47.7

付



$$17 \times 89 = 1513$$

$$24x^2 \quad 13^2 - 2 \cdot 13^2 \cos 21$$

$$24x = 137040 \text{ Sn}^2$$

$$\sin^2 \theta = \frac{6x}{13^2}$$

$$17x \pm \sqrt{6x} \sqrt{13^2 - 6x} = 7$$

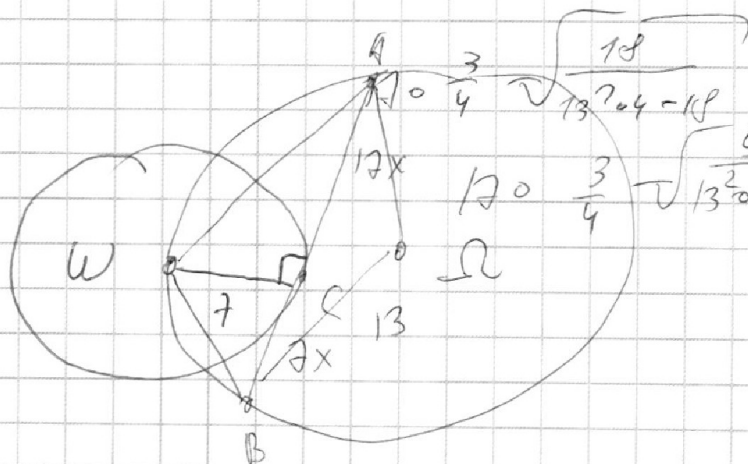
$$\frac{6}{13^2 - 6} = \sqrt{\frac{6}{163}}$$

$$\cos = \sqrt{\frac{\sin^2}{1 - \sin^2}}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ 13^2 \\ 121 \\ 24x \\ 126 \end{array} \quad \begin{array}{l} 49 \\ x = 9 \end{array}$$

$$\boxed{X \subset \mathbb{P}^1}$$

$$\begin{array}{r} x^2 \\ x=2 \quad \underline{+2} \\ x=3 \\ \quad \quad 4 \end{array}$$



$$\frac{3}{4} \sqrt[3]{\frac{18}{13704-119}} \quad 2\theta$$

$$170 \frac{3}{4} \sqrt{\frac{9}{13^2 - 9}} = 7$$

169022338

$$\begin{array}{r} 9 \\ 325 \end{array}$$

~~$$\begin{array}{r} 7 \ 5 \ 1 \\ \times 169 \\ \hline 238 \\ \hline \end{array}$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$\frac{\sqrt{3x^2 - 6x + 2}}{a} - \frac{\sqrt{3x^2 + 3x + 1}}{b} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 0$$

$$I = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

1	2	3	4	5	6	7
X	X	X	X			

$$1) 3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$x = \frac{1}{9}$$

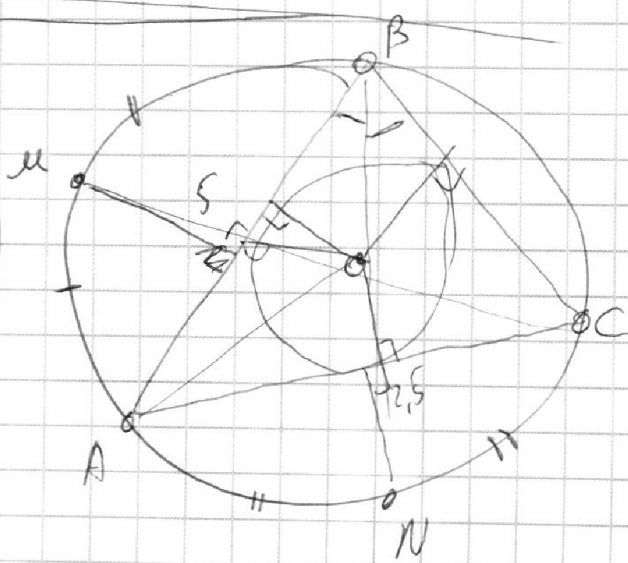
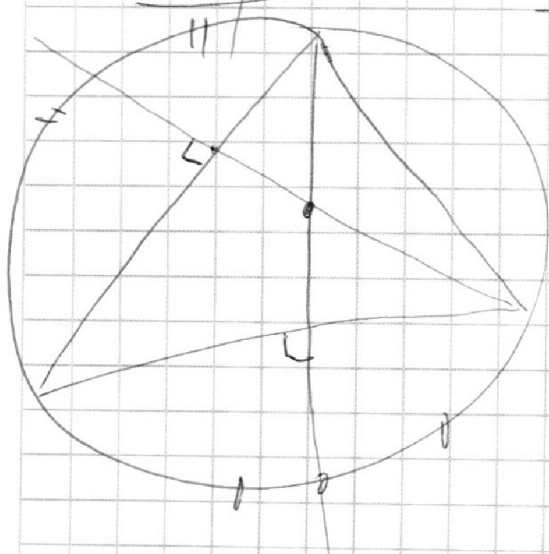
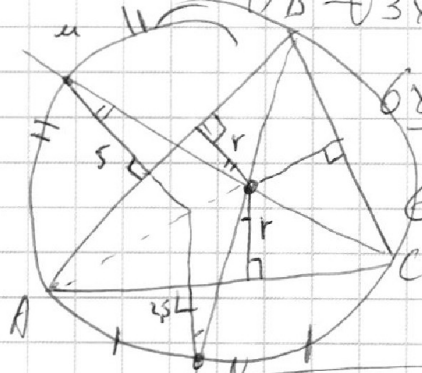
$$2) \sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

$$6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 1$$

$$6x^2 - 3x + 3$$

$$6x^2 - 12x - 3 = 0 \quad x = \frac{1}{4}$$

$$60 - 30 \cdot \frac{1}{4} > 3$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\begin{array}{r} 23 \\ 446 \\ + 446 \\ \hline + 2676 \\ 1784 \\ + 1784 \\ \hline 916 \end{array}$$

$$R^2 = (r^2 + R_0^2) \sin^2 \theta$$

$$7^2 + 72^2 = 2013^2 = 20514^2$$

$$\sin^2(z^2 + z^2 x) = z^2$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$$

$$627 \mid 3 \quad (7^2 + 17^2 x^2) / (1 + x^2) = 2013^2 \cdot 2$$

$$17^2 x^4 + (12^2 + 7^2) x^2 - 4 \cdot 13^2 + 7^2 = 0$$

$$12x^4 + 33x^2 - 62 = 0$$

$$x^2 = \frac{-338 \pm \sqrt{338^2 + 629 \cdot 12^2 \cdot 4}}{12^2 \cdot 2}$$

$$+165 + \sqrt{169^2 + 624013^2}$$

$$\begin{array}{r} + 181203 \\ 28561 = \\ \hline 209764 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 723 \\ \times 446 \\ \hline 446 \\ 2892 \\ + 18906 \\ \hline 323018 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 465 \\ \times 33 \\ \hline 1395 \\ 13950 \\ \hline 15345 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \overline{) 1256} \\ \underline{+ 627} \\ 289 \\ \underline{+ 5643} \\ 5016 \\ \underline{+ 1254} \\ 181203 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 500 \\ 500 \\ \hline 250000 \\ \hline \begin{array}{r} 2 \quad 1 \quad 3 \\ 4 \quad 2 \quad 6 \\ \times 4 \quad 2 \quad 6 \\ \hline 7556 \\ + 56 \\ \hline 704 \end{array} \\ \hline 20 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^{15} 7^{11}$$

$$bc : 2^{17} 7^{18}$$

$$ac : 2^{13} 7^{39}$$

$$abc \geq 2^{23} 7^{39}$$

$$\times \frac{2655}{17}$$

$$ac : b^2 : 2^{34} 7^{29}$$

$$ac : 2^{13} 7^{39}$$

$$x = \frac{n}{17}$$

$$289x^4 + 3380189x^2 - 2655 \cdot 18$$

$$x^4 + 338x^2 = 289 \cdot 2655$$

$$(1+x^2)(7^2+12^2x^2)=4^2 \cdot 13^2$$

$$\frac{a}{b}$$

$$289x^4 + 338x^2 - 2655 = 0$$

$$k =$$

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

$$\frac{1}{17}$$

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} \times$$

$$\frac{9}{a+b} \quad \frac{9}{5} \quad 75$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$$

$$\frac{9ab}{a+b}$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{a+b} = 4$$

$$\frac{9ab}{a+b}$$

$$\frac{9ab}{a+b}$$

$$W_4$$

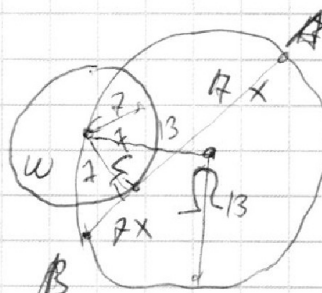
$$\frac{\sqrt{3x^2-6x+2}}{a} - \frac{\sqrt{3x^2+3x+1}}{b} = 1-3x$$

$$3x^2-6x+2+3x^2$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a-b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1$$



$$3x^2-6x+2=3x^2+3x+1$$

$$x = \frac{1}{9}$$

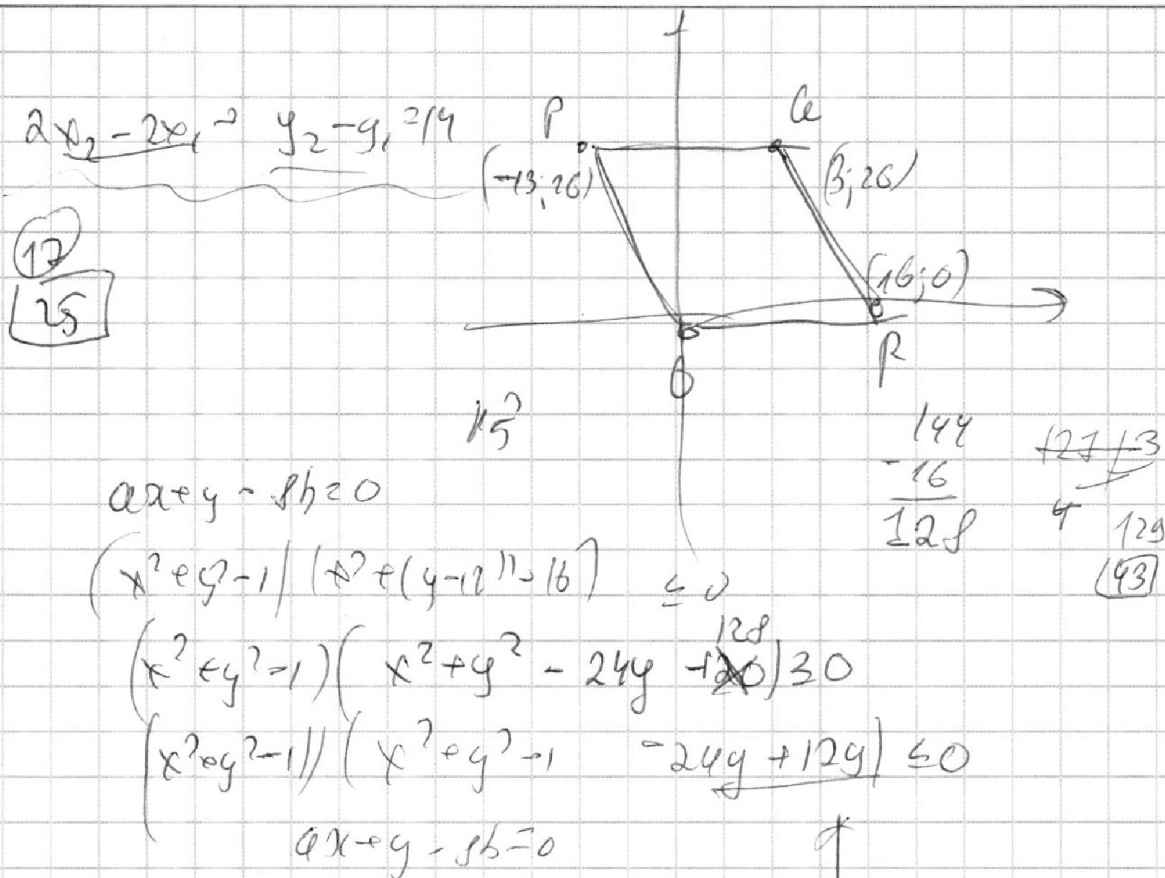
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$ab \circ 2^{15} 7^{11}$

$bc \circ 2^{17} 7^{10}$

$ac \circ 2^{23} 7^{34}$

$ab^2c \circ 2^{32} 7^{29}$

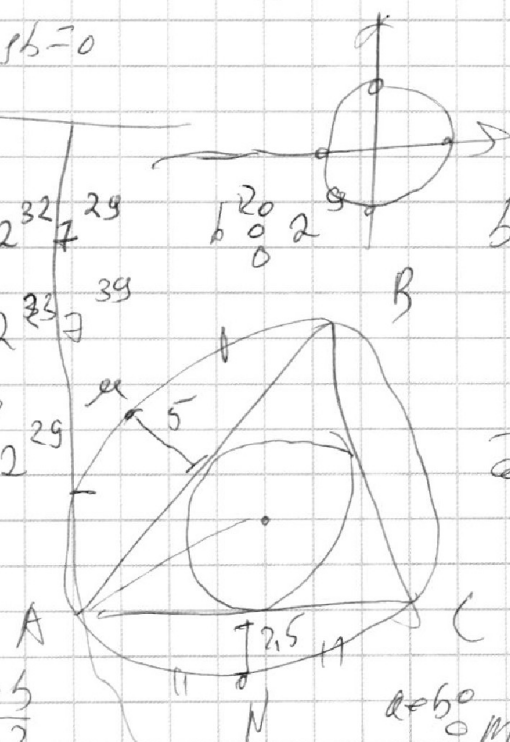
$ac^2 \circ 2^{33} 7^{39}$

$b^2 \circ 2^9$

$b^3 \circ 2^3$

$\frac{a \circ b}{a \circ b} = 1$

$2 \sqrt{7 \circ 2^{29}}$



$\frac{a \circ b}{a \circ b} = \frac{h}{a \circ b} = 1$

$\frac{a}{a \circ b} = 1$

$\frac{a \circ b}{a^2 - a \circ b \circ b^2} = \frac{a \circ b}{(a \circ b)^2} = \frac{1}{a \circ b}$

$a \circ b \circ m$

$a \circ b \circ m$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

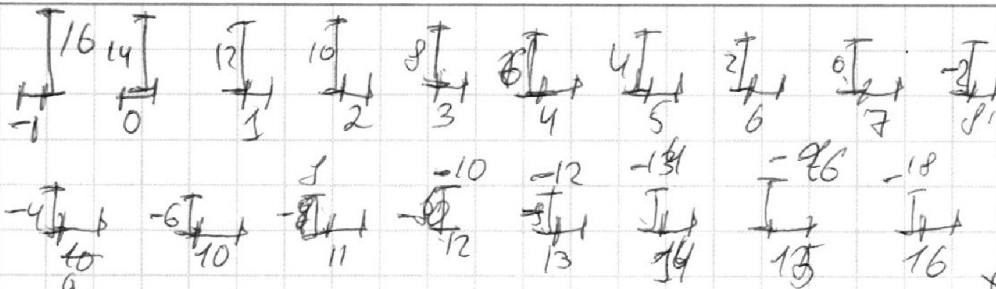
Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$426 \div 4 = 106.5$$

$$ax + y - 16 = 0$$

$$y = -ax + 16$$

$$1904 \div 4 = 476$$

$$\frac{12}{5} = 2.4$$

$$1904$$

$$24y^2 + x^2 = 1 \quad y = kx$$

$$y = -x$$

$$(ax + b)^2 + x^2 = 15.76$$

$$-ax + b - (-ax + b - 12)^2 + x^2 = 16$$

$$y^2 - (ax + b)^2 = (-ax + b)^2$$

$$y = \sqrt{1 + x^2} \quad ax + b = -ax - b \quad x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

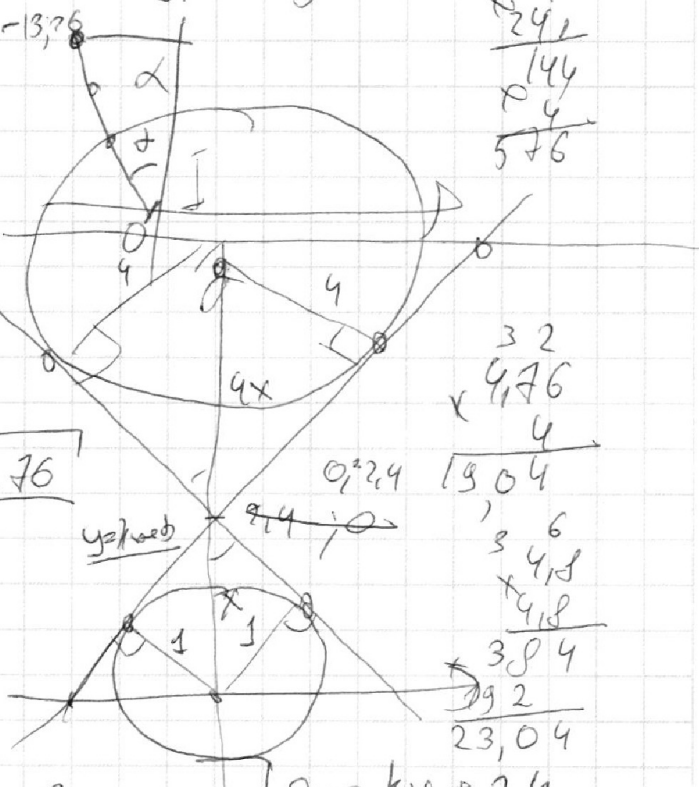
$$23.04k^2 = 1904 + 19.64k^2$$

$$4k^2 = 1904$$

$$(k = 4.76) \quad x^2 + k^2x^2 + 4.8kx + 5.76 = 1 \quad x(1 + k^2) + 4.8kx + 4.26 = 0$$

$$D = 0$$

$$4.8^2 k^2 = 404.76 + 4.426k^2$$



$$32 \times 4.76 = 1504$$

$$384 \div 4 = 96$$

Ⓢ



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 68 \\ \times 169 \\ \hline 1014 \\ + 1521 \\ \hline 28561 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ \times 200 \\ \hline 90000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 767295 \\ + 28561 \\ \hline 795856 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 400 \\ \times 400 \\ \hline 160000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5544 \\ \times 2655 \\ \hline 289 \\ 23895 \\ + 21240 \\ \hline 5310 \\ 767295 \\ \hline \end{array}$$
$$\begin{array}{r} \times 169 \\ 169 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 \times 1 = 1 \\ 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \end{array}$$

8 6

$$\begin{array}{r} 8 \times 7 = 169 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \times 602 = 338 \\ \hline 20289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \times 6 = 338 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \times 6 = 169 \\ \hline 289 \end{array} \quad (7)$$

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 338 \\ \hline 675 \end{array}$$

$$24 \times 226$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 97 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 4 \\ 9 \\ 6 \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 85 \\ \hline 425 \\ + 680 \\ \hline 7225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 850 \\ \times 850 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$50/7$$

$$\begin{array}{r} 866 \\ - 338 \\ \hline 528 \end{array}$$

$$x^2 = -169 + \sqrt{169^2}$$

$$x^2 = \frac{-169 + \sqrt{169^2 + 2655}}{289}$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ \times 169 \\ \hline \end{array}$$

6

$$\begin{array}{r} 910 \\ 859 \\ - 169 \\ \hline 685 \end{array}$$

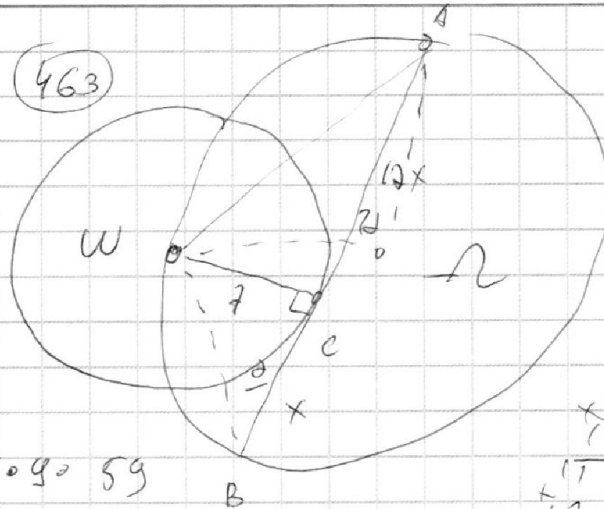
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 2685 \\ \times 21 \\ \hline 2685 \\ 5370 \\ \hline 56385 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 219 \\ \times 99 \\ \hline 1971 \\ 19710 \\ \hline 21681 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 531 \\ \times 9 \\ \hline 4779 \end{array}$$

$$7 \times 0.69$$

$$7^2 = (7^2 + 7^2 x^2) \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 169 \\ \hline 1014 \\ 405 \\ \hline 2704 \\ - 2704 \\ \hline 49 \\ \times 2025 \\ \hline 2655 \end{array}$$

$$5 \cdot 9 = 59$$

$$7^2 + 17^2 x^2 = 2013^2 - 2 \cdot 13^2 (1 - 2 \sin^2 \alpha)$$

$$7^2 = (7^2 + 7^2 x^2) \cdot \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1+x^2}$$

$$7^2 + 7^2 x^2 = 4 \cdot 13^2 \cdot \sin^2 \alpha$$

$$(1+x^2)(7^2 + 17^2 x^2) = 4^2 \cdot 13^2$$

$$7^2 + 7^2 x^2 + 17^2 x^4 + 17^2 x^2 = 4^2 \cdot 13^2$$

$$289 x^4 + 338 x^2 - 2655 = 0$$

$$x^2 = \frac{-338 \pm \sqrt{338^2 + 4 \cdot 2655 \cdot 289}}{2 \cdot 289}$$

$$2 \cdot 169^2 + 2^2 \cdot 17^2$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 169 \\ \hline 1014 \\ 2704 \\ \hline 28581 \end{array}$$

$$x^2 =$$

$$-338 + 2 \sqrt{169^2 + 509 \cdot 59 \cdot 17^2}$$

$$2404 - 49 = 2655$$

$$5 \cdot 531 = 5 \cdot 9 \cdot 59$$