



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a, b, c \in \mathbb{N}$, $a \leq 2^{14} 7^{10}$, $b \leq 2^{17} 7^{17}$, $a \leq 2^{20} 7^{37}$, тогда:

$$a^2 b^2 c^2: 2^{51} 7^{64}, \text{ т.е. } (abc)^2: 2^{51} 7^{64}$$

$abc \in \mathbb{N}$, т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$, тогда abc будет минимальным

натур. числом $\sqrt{2^{51} 7^{64}} = 7^{32} 2^{25} \sqrt{2}$, ~~состоит~~
из произведения
только из 2 и 7, и это будет $7^{32} 2^{26}$

Ответ: abc - минимальное
значение это $7^{32} 2^{26}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x \quad (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) \sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2-5x+3-(7x-2)} = 2-7x \quad (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) \sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2-5x+3-(2-7x)} = 2-7x \quad (\Rightarrow)$$

$$t = 2x^2-5x+3$$

$$m = 2-7x$$

$$(\Rightarrow) \sqrt{t} - \sqrt{t-m} = m \quad (\Rightarrow) \sqrt{t} = m + \sqrt{t-m} \quad (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) t = m^2 + 2m\sqrt{t-m} + t - m \quad (\Rightarrow) m^2 - m + 2m\sqrt{t-m} = 0 \quad (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) \begin{cases} m-1 = -2\sqrt{t-m} \\ m=0 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \begin{cases} m-1 \leq 0 \\ m^2-2m+1 = 4t-4m \quad (\Rightarrow) \\ m=0 \end{cases}$$

$$(\Rightarrow) \begin{cases} m \leq 1 \\ m^2+2m+1 = 4t \\ m=0 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \begin{cases} m \leq 1 \\ (m+1)^2 = 4t \quad t = 2x^2-5x+3 \quad (\Rightarrow) \\ m=0 \quad m = 2-7x \end{cases}$$

$$(\Rightarrow) \begin{cases} 2-7x \leq 1 \\ (2-7x+1)^2 = 4(2x^2-5x+3) \quad (\Rightarrow) \\ 2-7x=0 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \begin{cases} x \geq \frac{1}{7} \\ 9-42x+49x^2 = 8x^2-20x+12 \quad (\Rightarrow) \\ x = \frac{2}{7} \end{cases}$$

$$(\Rightarrow) \begin{cases} x \geq \frac{1}{7} \\ 41x^2 - 22x - 3 = 0 \quad (\Rightarrow) \\ x = \frac{2}{7} \end{cases} \quad (\Rightarrow) \begin{cases} x \geq \frac{1}{7} \\ x = \frac{22 \pm \sqrt{121 \cdot 4 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{2 \cdot 41} \quad (\Rightarrow) \\ x = \frac{2}{7} \end{cases}$$

См. упр. 1
ср. мет.

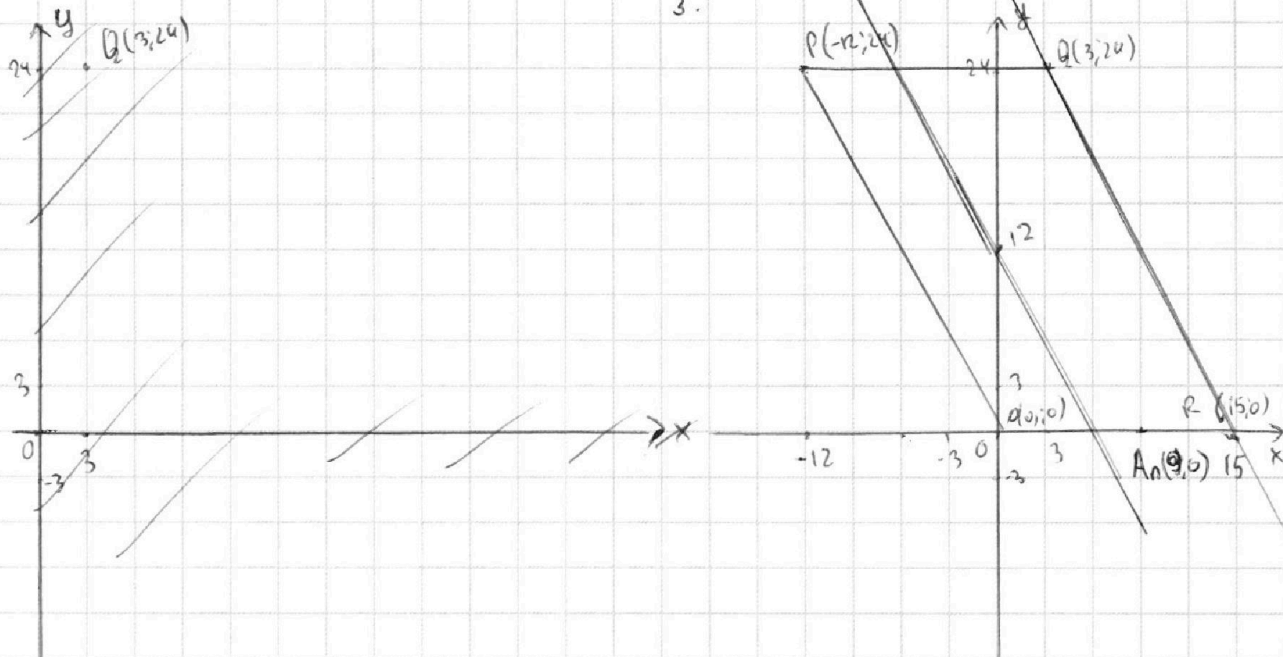
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$A(x_1, y_1) \quad B(x_2, y_2)$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12 \Leftrightarrow 2x_2 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 12 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x_2 + y_2 = 12 + (2x_1 + y_1)$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12 \Leftrightarrow y_2 - y_1 = 12 - 2(x_2 - x_1)$$

напишем прямую: $y = 12 - 2x$

$A_n \in P \cap Q$

тогда нам подходит все такие точки, как $C(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$

лежит на этой прямой

и тогда заметим, что для $A_1(0,0)$ подходит все точки

с целыми координатами на прямой $y = 12 - 2x$, для

для $A_2(1,0)$ все точки на прямой $y = 10 - 2x$, для

т.е. для $A_n(1,0)$, для которых подходит $10 - 2x = y$

и мы получим из этих прямых будет в промежутке между

не будет входить в промежутки, поэтому будет равна количеству точек $-4 \cdot 3 = 12$

тогда для 9 точек A_n будет равно $12 \cdot 9 = 108$

Теперь заметим, что если мы будем рассматривать точки

$B_1(0,0), B_2(-1,2), B_3(-2,4) \dots B_n(-12,24)$ то для них

всех будет по 108 точек, т.е. всего точек $-108 \cdot 12 = 1296$

Ответ: 1296 пар точек $A_n B_n$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -ax - 10b \\ \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases} \end{cases}$$

$(x+8)^2 + y^2 \geq 1$ - график всех точек не входящих в круг, с центром в $(-8; 0)$ и радиусом 1

$x^2 + y^2 \leq 4$ - график всех точек, лежащих в круге с центром в $(0; 0)$ и радиусом 2. Тогда их пересечение - окружность в $(0; 0)$ с рад. 2

$(x+8)^2 + y^2 \leq 1$ - график всех точек круга с центром $(-8; 0)$ и рад. 1

$x^2 + y^2 \geq 4$ - график всех точек не входящих в круг, с центром в $(0; 0)$ и рад. 2. Тогда их пересек. это окруж. в $(-8; 0)$ с рад. 1

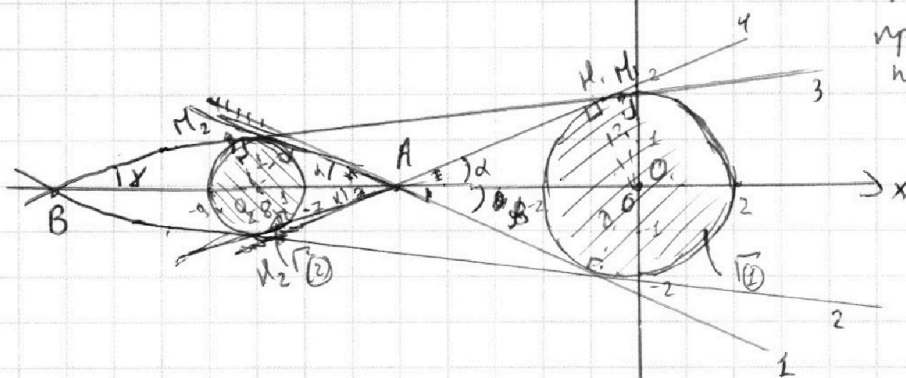
Заметим, что прямые 4 и 3 будут симметричны отн. ОХ и прямой 1 и 2

Построим график, тогда в графике будут прямые $ax + y + 10b = 0$, будут прямые 1, 2, 3, 4 (с групп.)

т.е. они все будут симметричны то будут или будут принадлежать прямой, которая проходит по

расстоянию до центров окружностей от этой прямой будет равен их радиусу.

или будет принадлежать точке, поэтому подстроим: $\begin{cases} ax + y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$



1) O_2 - рад. 1, с центром в $(-8; 0)$
2) O_1 - рад. 2, с центром в $(0; 0)$

3) А - точка пересечения прямых 4 и 1 на прямой $y = -ax - 10b$, т.е. в точке пересечения прямых $y = -ax - 10b$ и $y = 0$ они перпендикулярны вектору $(1, 1)$, симметричны отн. ОХ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(7)
$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ (x+9)^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = ax + 10b \\ x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 - 1 = 0 \\ \end{cases}$$

(1) проведем высоты в центры обеих окружностей из точки пересечения прямых L и M , они будут равны радиусам соответств. окружностей $(O_1K_1$ и $O_2K_2)$

~~так как радиусы из центра окружности перпендикулярны хорде~~

из т. Пифагора: $AO_2^2 = AK_1^2$ $\begin{cases} \angle O_2AK_2 = \angle O_1AK_1, \text{ (верт.)} \\ \angle O_2K_2A = \angle O_1K_1A (=90^\circ) \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow O_2K_2A \sim O_1K_1A \Rightarrow$

$\Rightarrow AK_2 : AK_1 = O_2K_2 : O_1K_1 = 1 : 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} AK_2 = \frac{8}{3} \\ AK_1 = \frac{16}{3} \end{cases}$

из т. Пифагора: $AO_1^2 = AO_2^2 + AK_1^2$, тогда: $3^2 - 4 = x^2$

$\Rightarrow \frac{16^2 - 3^2 - 4}{3^2} = x^2 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{(16-3)(16+3)}}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{22 \cdot 19}}{3} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{55}}{3}$

тогда $\tan \alpha = \frac{2}{\frac{2\sqrt{55}}{3}} = \frac{3\sqrt{55}}{55}$

из св-ва касательной прямой: $ax + 10b = y$, $\tan \alpha = \tan \alpha$, значит

а может правильно записать $\frac{3\sqrt{55}}{55}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(2) В-точки пересечения прямых 3 и 2 с осью Ox , они принадлежат одной прямой, т.к. симметричны относительно Ox .

проведем высоты из центров на прямую 4 - O_1M_1 и O_2M_2 ,

они равны радиусам соотв. окр.

1) M_1O_1B и M_2O_2B

$$\left. \begin{array}{l} \angle M_2BO_2 = 90^\circ \\ \angle BM_2O_2 = \angle BM_1O_1 (=90^\circ) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BM_2O_2 \sim \triangle BM_1O_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BO_1 : BO_2 = OM_1 : OM_2 = 2 : 1 \Rightarrow BO_1 = 2BO_2 (=8)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} BO_1 = BO_2 + O_2O_1 \\ BO_1 = 2BO_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} BO_2 = 8 \\ BO_1 = 16 \end{cases}$$

из г. Пифагора: $BO_2^2 = M_2O_2^2 + BM_2^2 \Rightarrow 8^2 = 1^2 + BM_2^2 \Rightarrow BM_2 = \sqrt{63}$

Тогда $\tan \gamma = \frac{1}{\sqrt{63}} = \frac{\sqrt{63}}{63}$

из свойств графика $y = ax + b$, $\tan \gamma = \frac{\sqrt{63}}{63}$, а значит

в силу симметрии a может принимать значения $\pm \frac{\sqrt{63}}{63}$

итого $a \in \left\{ \pm \frac{\sqrt{63}}{63}, \pm \frac{3\sqrt{55}}{55} \right\}$

Ответ: $a \in \left\{ \pm \frac{\sqrt{63}}{63}, \pm \frac{3\sqrt{55}}{55} \right\}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} (\Rightarrow) \left(\frac{3\sqrt{4R-9}}{2} \right)^2 &= 9x + 20,25 \quad (\Rightarrow) 9(4R-9) = 18x + 40,5 \quad (\Rightarrow) \\ x &= R - 4,5 \\ (\Rightarrow) 36R - 81 &= 18R - 18 \cdot 4,5 + 40,5 \quad 36R - 40,5 = 18R - 81 - \\ R & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\Rightarrow) \left(2\sqrt{R-2} \right)^2 &= 2(R-2) \quad (\Rightarrow) 4(R-2) = 4(R-2) \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\tilde{AM} = \tilde{MB}, \text{ т.к. } M - \text{сер. } AB \\ \tilde{AN} = \tilde{NC}, \text{ т.к. } N - \text{сер. } AC$$

AO_2 - ?

$$MK_1 = 4,5, \text{ т.к. } MK_1 - \text{ради.}$$

$$NK_2 = 2, \text{ т.к. } NK_2 - \text{ради.}$$

O_1 - центр опис. окруж.

1) Тогда по теореме о равных отрезках:

$$\begin{cases} AK_1 = K_1B \\ K_1 \in AB \end{cases}$$

$$\text{аналог. } \begin{cases} AK_2 = K_2C \\ K_2 \in AC \end{cases}$$

2) проведем AO_2 до пересеч. с BC

$$(M = BC \cap AO_2)$$

тогда, т.к. O_2 лежит на медиане ABC т.к. SO_2 - впис. окруж.

$$BM = MC$$

$$\text{т.к. } O_2 - \text{центр пересеч. мед., то } AO_2 : O_2M = 2 : 1 \Rightarrow AO_2 = \frac{2}{3} AM$$

$$\text{обозначим } K, O_1 \text{ за } x, \text{ тогда } x + 4,5 = R$$

(R - радиус опис. окруж.)

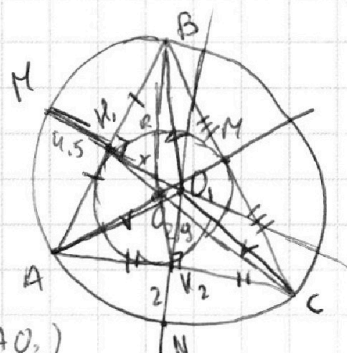
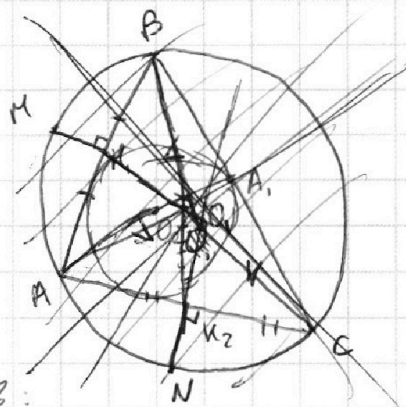
$$\text{обозначим } O, K_2 \text{ за } y, \text{ тогда } y + 2 = R$$

$$2) \begin{cases} x^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = R^2 \quad (K_1 \in AB, O_1) \\ y^2 + \left(\frac{AC}{2}\right)^2 = R^2 \quad (K_2 \in AC, O_1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R^2 - 9R + 20,25 = R^2 - \frac{AB^2}{4} \\ R^2 - 4R + 16 = R^2 - \frac{AC^2}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 36R - AB^2 = 81 \\ 416R - AC^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = 36R - 81 \\ AC^2 = 416R - 16 \end{cases} \begin{matrix} AC > 0 \\ AB > 0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} AB = 3\sqrt{4R-9} \\ AC = 4\sqrt{R-1} \end{cases}$$

$$AK_2 : K_2C = 2(2R-2) : 2$$

$$AK_1 : K_1B = 4,5 : (2x + 4,5) \quad (\text{т.к. } O_1 \text{ центр опис. окруж.}) \Leftrightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x \Leftrightarrow$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(2x-3)} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(2x-3)} - \sqrt{2(x+0,5)^2 + 0,5} = 2 - 7x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(2x-3) + 2(x+0,5)^2 + 0,5 - 2\sqrt{(x-1)(2x-3)(2(x+0,5)^2 + 0,5)} = (2-7x)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{(x-1)(2x-3)(2(x+0,5)^2 + 0,5)} = 4 - 28x + 49x^2 \Leftrightarrow$$

$$4x^2 - 3x + 4 - 2\sqrt{(x-1)(2x-3)(2(x+0,5)^2 + 0,5)} = 4 - 28x + 49x^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (5x(9x-5))^2 = 4(x-1)(2x-3)(2x^2 + 2x + 1) \Leftrightarrow$$

$$25x^2(81x^2 - 90x + 25) = 4(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1) \Leftrightarrow$$

$$25 \cdot 81 \cdot x^4 - 90 \cdot 25 \cdot x^3 + 25^2 \cdot x^2 = m^2(m^2 + 2m + 1) + 4m^2 - 4m^2 - 4m^2 =$$

$$2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3)$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 5x + 3 + 3x - 2 = (x-1)(2x-3) + (3x-2) =$$

$$2x^2 + 2x + 1 = (2x^2 - 5x + 3) + (7x - 2) =$$

$$(x-1)(2x-3) = (2x-7x)$$

$$(x-1)(2x-3) + (x-1)(2x-3)(24-7x) = t^2 - tm$$

$$\sqrt{t} - \sqrt{t-m} = m \Leftrightarrow t = m^2 + t - m + 2mt - m \Leftrightarrow m^2 - m = -2mt + m \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 4 + 4m$$

$$\Leftrightarrow t + t - m - \sqrt{t(t-m)} = m^2 \Leftrightarrow m^2 - 2t + m = 2\sqrt{t(t-m)} \Leftrightarrow$$

$$m^2 + 2m + 1 = 4 + 4m$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a, b, c \in \mathbb{N} \quad a, b, c : 2^{14} 7^{10}, \quad b, c : 2^{12} 7^{17}, \quad a, c : 2^{20} 7^{37}$$

т.к. ~~мы~~ ~~имеем~~ ~~линейные~~ ~~значения~~ ~~приведения~~ ~~abc~~, ~~или~~
мы, ~~тобы~~ : ~~ab~~ = ~~2~~¹⁴~~7~~¹⁰, ~~bc~~ = ~~2~~¹²~~7~~¹⁷, ~~ac~~ = ~~2~~²⁰~~7~~³⁷, т.к. ~~или~~

они будут больше, то

$$\begin{cases} ab : 2^{14} 7^{10} \\ bc : 2^{12} 7^{17} \\ ac : 2^{20} 7^{37} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 b^2 c^2 : 2^{51} 7^{64}$$

$$\frac{a}{b} + 1 : \frac{2^{16}}{7} = k$$

$$\frac{2+7}{4-6-2-7+49} = \frac{9}{53-84} =$$

$$a = bk \quad b^2 k = k+1$$

$$\begin{cases} ab : 2^{14} 7^{10} \\ bc : 2^{12} 7^{17} \\ ac : 2^{20} 7^{37} \end{cases}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{1}{2^3 7} \Rightarrow a = c \cdot 2^3 \cdot 7 = \frac{9}{-31}$$

$$\frac{ab}{b^2 k} = \frac{a+b}{b^2 k} = \frac{a+b}{b^2 k}$$

$$ab = m \cdot 2^{14} 7^{10} \quad ab : k$$

$$\begin{cases} a+b : m \\ (a+b)^2 - 8ab : m \\ m : m \end{cases}$$

$$a = m+b$$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{m+b}{ab} = \frac{m+b}{ab}$$

$$\frac{2^{14} \cdot 7^{10} \cdot c}{b \cdot m} = 2^{20} \cdot 7^{37} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a+b : m \\ 8ab : m \end{cases}$$

$$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a^2 + b^2 + 2ab - 8ab}{a^2 + b^2 + 2ab - 8ab}$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} =$$

$$\frac{8}{b^2 k}$$

$$a = kb$$

$$\frac{(a+b)^2 - 8ab}{a+b} =$$

$$\frac{b(k+1)}{b^2(k+1)^2 - 8b^2 k} = \frac{b(k+1)}{b^2(k+1)^2 - 8b^2 k}$$

$$\frac{k+1}{b((k+1)^2 - 8k)} = \frac{k+1}{b(k^2 + 2k + 1 - 8k)}$$

$$= \frac{k+1}{b(k^2 + 2k + 1 - 8k)} = \frac{k+1}{b(k^2 - 6k + 1)}$$

$$\begin{cases} a+b = mt \\ 8ab = km \end{cases}$$

$$= \frac{(a+b)^2 - 8ab}{a+b} = a+b - \frac{8ab}{a+b} = k$$

