



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. $ab: 2^{15} 7^{11}$
 $bc: 2^{17} 7^{18}$
 $ac: 2^{23} 7^{39}$

~~Итак, пусть $a = 2^x \cdot 7^n \cdot \dots$, $b = 2^y \cdot 7^m \cdot \dots$, $c = 2^z \cdot 7^k \cdot \dots$~~

Посмотрим на разложение их на простые множители:

$$a = 2^x \cdot 7^n \cdot \dots; b = 2^y \cdot 7^m \cdot \dots; c = 2^z \cdot 7^k \cdot \dots \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \cdot b = 2^{x+y} \cdot 7^{n+m} \cdot \dots; b \cdot c = 2^{y+z} \cdot 7^{m+k} \cdot \dots; a \cdot c = 2^{x+z} \cdot 7^{n+k} \cdot \dots$$

Из условия: $x+y \geq 15$ (тк. $ab: 2^{15} \cdot 7^{11}$); $y+z \geq 17$; $x+z \geq 23$. Тогда (суммируем)

$$2x+2y+2z \geq 55 \Rightarrow x+y+z \geq 27,5 \text{ (по } x+y+z - \text{целое)} \Rightarrow \underline{x+y+z \geq 28}$$

Также заметим, что $n+k \geq 39$ (тк. $ac: 2^{23} \cdot 7^{39}$) $\Rightarrow \underline{n+m+k \geq 39}$
 ($a = 2^x \cdot 7^n \cdot a_1$; $b = 2^y \cdot 7^m \cdot b_1$; $c = 2^z \cdot 7^k \cdot c_1$.)

$$a \cdot b \cdot c = 2^{x+y+z} \cdot 7^{n+m+k} \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot c_1 \geq 2^{28} \cdot 7^{39} \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot c_1$$

$$\text{При этом } a_1 \geq 1; b_1 \geq 1; c_1 \geq 1 \Rightarrow \underline{a \cdot b \cdot c \geq 2^{28} \cdot 7^{39}}$$

$$\text{Пример: } a = 2^{10} \cdot 7^{11}; b = 2^5; c = 2^{13} \cdot 7^{28} \Rightarrow ab = 2^{15} \cdot 7^{11}; bc = 2^{18} \cdot 7^{28}; c = 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$ab: 2^{15} 7^{11}; bc: 2^{18} 7^{28}; ac: 2^{23} 7^{39}$$

$$abc = \underline{2^{28} \cdot 7^{39}}$$

ч.т.д.

$$\text{Ответ: } 2^{28} \cdot 7^{39}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2. $\frac{a}{b}$ - несократима $\rightarrow (a, b) = 1$

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} \text{ можно сократить на } m \Rightarrow a+b:m \text{ и } a^2-7ab+b^2:m$$

$$\Downarrow$$

$$a^2+2ab+b^2:m \quad \text{---} \quad (a^2+2ab+b^2) - (a^2-7ab+b^2):m$$

$$\Downarrow$$

$$9ab:m$$

Предположим, $a+b=mk \Rightarrow b=mk-a \Rightarrow 9a(mk-a):m$

Предположим, что a и m ~~не взаимно просты~~ делятся на какое-то p .

$\Rightarrow (a, m) \neq 1$. Тогда $b = \frac{mk-a}{p}$ также делится на это p . Но мы знаем,

что $(a, b) = 1 \Rightarrow$ не должно оба делиться на какое-то число. Тогда

получается $(a, m) = 1$. Аналогично и $(b, m) = 1$. Но $9ab:m$, при этом

$$(a, m) = 1 \text{ и } (b, m) = 1 \Rightarrow 9:m \Rightarrow m \leq 9$$

Пример для $m=9$: $a=1$; $b=8$

$$\frac{1}{8} \text{ несокр.}; \frac{1+8}{1-7 \cdot 8+8^2} = \frac{9}{1-56+64} = \frac{9}{9} \text{ - сократить можно и числ.}$$

и знамен. на $m=9$

Ответ: $m=9$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

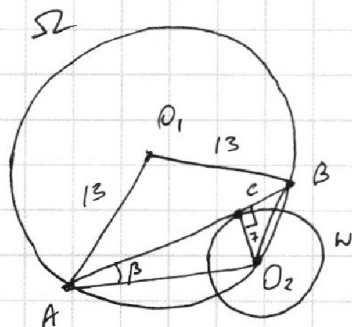
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3.



$\angle O_2CB = 90^\circ$, тк AB кас. Ω

Окр. Ω — это опис. окр-ть $\triangle AO_2B \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left(R = \frac{a}{2 \sin \alpha} \right) \quad 13 = \frac{AB}{2 \sin \alpha}$$

$$\Downarrow \quad 13 = \frac{24x}{2 \sin \alpha}$$

$\angle AO_2B = \alpha$
 $AC = 17x; CB = 7x$

$\angle BAO_2 = \beta$

$$\sin \beta = \frac{CO_2}{AO_2} = \frac{7}{\sqrt{289x^2 + 49}}$$

$$BO_2 = \sqrt{CB^2 + CO_2^2} = \sqrt{49x^2 + 49} = 7\sqrt{x^2 + 1}$$

$$13 = R = \frac{BO_2}{2 \sin \beta} = \frac{7\sqrt{x^2 + 1}}{2 \cdot \frac{7}{\sqrt{289x^2 + 49}}} = \frac{\sqrt{x^2 + 1} \sqrt{289x^2 + 49}}{2}$$

$$13 = \frac{\sqrt{x^2 + 1} \sqrt{289x^2 + 49}}{2} \quad t = x^2$$

$$26 = \sqrt{t+1} \sqrt{289t+49}$$

$$676 = 289t^2 + 289t + 49t + 49$$

$$289t^2 + 338t - 627 = 0$$

$$(t-1)(289t+627) = 0$$

$$\begin{matrix} t=x^2 \\ \vee \\ 0 \end{matrix} \begin{cases} t=1 & t=x^2, x>0 \Rightarrow x=1 \\ t=-\frac{627}{289} < 0 \end{cases}$$

$$AB = AC + CB = 17x + 7x = 24x$$

$$AB = 24$$

Ответ: $AB = 24$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

У. $\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$

Перепишем:

$$a = 3x^2 - 6x + 2$$

$$b = 3x^2 + 3x + 1$$

$$a - b = 1 - 9x$$

$$\Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} \sqrt{a} - \sqrt{b} = 0 \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \sqrt{a} = \sqrt{b} \Rightarrow a = b$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$1 = 9x$$

$$x = \frac{1}{9}$$

Подставим: $\sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2} - \sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} + 3 \cdot \frac{1}{9} + 1} = 1 - 9 \cdot \frac{1}{9}$

$$\sqrt{\frac{1}{27} - \frac{2}{3} + 2} - \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{1}{3} + 1} = 0$$

$$\sqrt{\frac{1}{27} + 1\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{1}{27} + 1\frac{1}{3}} = 0$$

т.е. $x = \frac{1}{9}$ — кор.

$$\textcircled{2} \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 1 - \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$\cancel{3x^2} - 6x + \cancel{2} = \cancel{1} + \cancel{3x^2} + 3x + \cancel{1} - 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$9x = 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$81x^2 = 4(3x^2 + 3x + 1)$$

$$81x^2 = 12x^2 + 12x + 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(продолжение)

$$4. 69x^2 - 12x - 4 = 0$$

~~$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 276}}{69}$~~

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 276}}{69} = \frac{6 \pm \sqrt{312}}{69} = \frac{6 \pm 2\sqrt{78}}{69}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{9}; x = -\frac{6 \pm 2\sqrt{78}}{69}$$

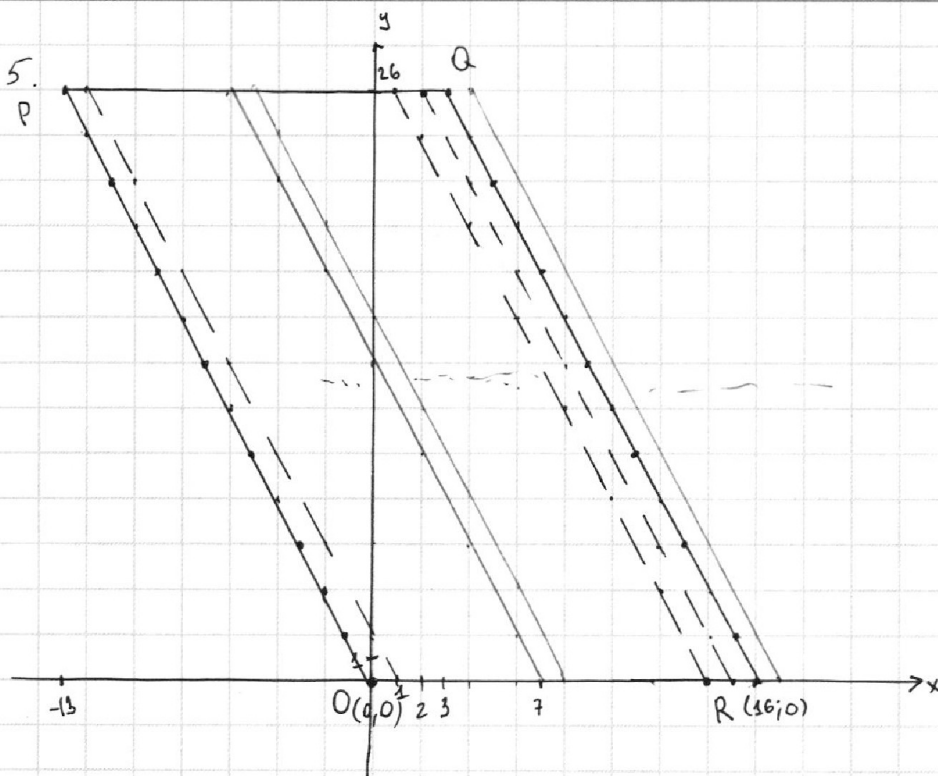
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14 \rightarrow 2x_2 + y_2 = 14 + 2x_1 + y_1$$

Заметим, что, если нам дана $(A(x_1, y_1))$, то B может лежать на прямой $2x_2 + y_2 - (14 + 2x_1 + y_1) = 0$. Также заметим, что $2x_1 + y_1 = \text{const}$ это также какая-то прямая. Получается, если мы возьмем любую точку на прямой $2x_1 + y_1 = \text{const}$, то ей будет подходить любая точка на прямой $2x_2 + y_2 - (14 + \text{const}) = 0$. Также эти прямые параллельные, т.к. $k_1 = -\frac{2}{1}$ и $k_2 = -\frac{2}{1} \Rightarrow k_1 = k_2$. Что ещё приятнее, эти прямые будут параллельные сторонам нашего параллелограмма PO и QR (у-е прямой, содержащей PO : $\frac{x-0}{0+13} = \frac{y-0}{26-0} \Rightarrow -2x=y \Rightarrow 2x+y=0$ $k=-\frac{2}{1} \Rightarrow$ паралл., а значит параллельно и QR , т.к. $PO \parallel QR$)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим каждую нумерованную линию (см. рис.) — это прямые, паралл. строкам паралл. и проходящие через точки с цел. коор. внутри него (сторона параллелограмма также ~~яко~~ или являются). Будем рассматривать "слева направо" — первой будет PO , последней QR . Будем ставить на этих прямых точку A в точках с цел. координатами. Куда бы мы ни поставили точку A на прямую $14+2x_1+y_1$, будет получаться уравнение, т.к. у этой прямой k (угл. коэффициент) такой же, как у $14+2x_1+y_1$.
Д-во: пункт. прямая: $2x_1+y_1+C_1=0$

$$14+2x_1+y_1 = 14-C_1-y_1+y_1 = 14-C_1, \text{ — константа}$$

Тогда для каждой точки на пункт. прямой ей соответствует прямая $2x_2+y_2=\text{const} \Rightarrow$ любой прямой (нумерованной) соответствует другая прямая. Осталось рассмотреть, какие из них лежат внутри параллелограмма.
Рассмотрим первую ^{нумерованную} прямую (для этого достаточно подставить любую точку на неё):

$$14+2\cdot 0+0=14. \text{ Вторая: } 14+2\cdot 1+0=16. \text{ Третья: } 14+2\cdot 2+0=18. \text{ Последняя: } 14+2\cdot 6+0=26.$$

Тогда первой будет соответствовать прямая $2x_2+y_2=14$. Второй: $2x_2+y_2=16$.

Третьей: $2x_2+y_2=18$. — Последней: $2x_2+y_2=26$. Я нарисовала их схематично

узором на картинке. Заметим, что после прямой $2x_2+y_2=32$ все прямые

уже не лежат внутри параллелограмма (ей соответствует 10 нумерованная

линия)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда у нас всего 10 пар ~~таких~~ прямых, на которых может
лечь A и B . Вообще на каждой прямой у нас всего $(13+1)$ точек
с условием координат. Из одной пары соответствующих прямых
у нас всего получается $14 \cdot 14 = 196$ пар точек. А таких пар
соответствующих прямых у нас всего 10 $\Rightarrow$ в сумме у нас $196 \cdot 10 =$
 $= 1960$ пар таких точек

Ответ: 1960.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

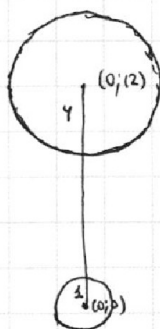
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6.
$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

↓
ур-е окруж-ти
с центром (0;0) и r=1

↓
ур-е окруж-ти
с центром (0;12) и r=4



если точка находится внутри ^{первой} окр., то $x^2+y^2-1 < 0$, если внутри второй

Если точка находится внутри окр., то

$$(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 - r^2 < 0$$

на окр-ти: $(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 - r^2 = 0$

вне: $(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 - r^2 > 0$

При этом $(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \Rightarrow$

точка должна находиться вне одной из окр-тей и внутри (или на) другой (первое условие необяз. при условии 2, тк. окр-ти не имеют общих точек).

$ax+y-8b=0$ — прямая. Заметим, что, если прямая имеет с окр.

≥ 2 точки, то имеет беск. число точек $\Rightarrow$ нам не подх. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ такая прямая может только касаться окружностей (тогда имеет

1 общую точку. А нам надо, чтобы система имела 2

решения $\Rightarrow$ прямая должна касаться 2 окр-тей).

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 ☐

2 ☐

3 ☐

4 ☐

5 ☐

6 ☒

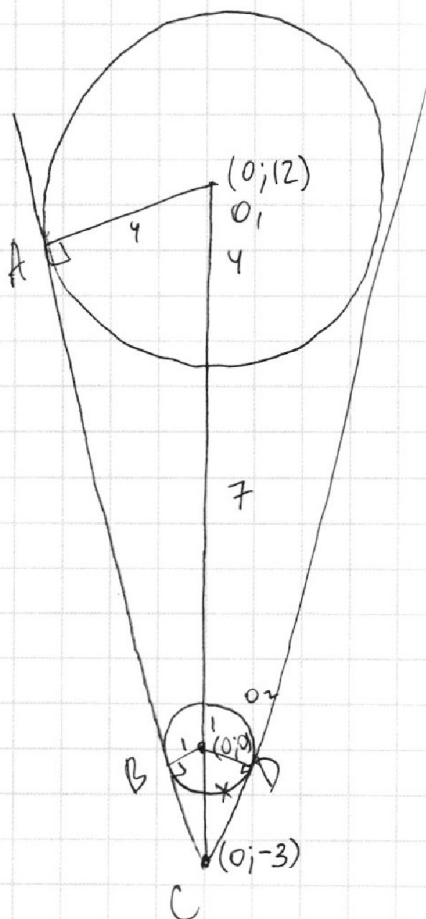
7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



6. Продолжение:



Тогда наши уравнения - кас. и 2 окруж.

$$\begin{cases} ax_0 + y_0 - 8b = 0 \\ x_0^2 + y_0^2 = 1 \\ x_0^2 + (y_0 - 12)^2 = 16 \end{cases}$$

Вместо из 3 ур-й с 3 неизвестными - осталось всего лишь решить её!

$$\begin{aligned} x_0^2 + y_0^2 - 24y_0 + 144 &= 16 \\ -24y_0 + 144 &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 24y_0 &= 128 \\ y_0 &= \frac{128}{24} \end{aligned}$$

$$\frac{12+x}{4} = \frac{x}{1}$$

$$12+x=4x \Rightarrow x=3$$

$$a \cdot 0 - 3 - 8b = 0$$

$$b = -\frac{3}{8}$$

$$ax + y - \frac{3}{8} = 0$$

$$x_0^2 + y_0^2 = 1$$

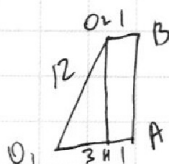
$$ax_0 + \sqrt{1-x_0^2} = \frac{3}{8}$$

$$\sqrt{1-x_0^2} = \frac{3}{8} - ax_0$$

Алгебра

$$O_2H = \sqrt{144-9} = \sqrt{135} = 3\sqrt{15}$$

$$BC = \sqrt{9-1} = 2\sqrt{2}$$





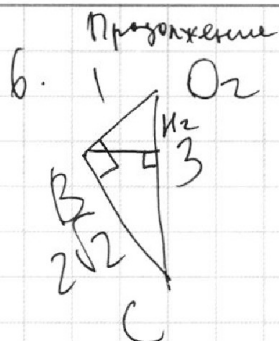
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$H_2 = \frac{2\sqrt{2} \cdot 1}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$OK_2 = \sqrt{1 - \frac{8}{9}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{координаты } B = \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$$

$$a \cdot \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) - \frac{1}{3} - \frac{3}{8} = 0$$

$$a \cdot \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = \frac{8+9}{24}$$

$$a = -\frac{\frac{17}{24}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}$$

$$a = -\frac{17 \cdot 3}{80\sqrt{2}}$$

$$\boxed{a = -\frac{17}{16\sqrt{2}} \quad b = -\frac{3}{8}}$$

$$\text{координаты } D = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$$

$$a \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{3} - \frac{3}{8} = 0$$

$$\boxed{a = -\frac{17}{16\sqrt{2}} \quad b = -\frac{3}{8}}$$



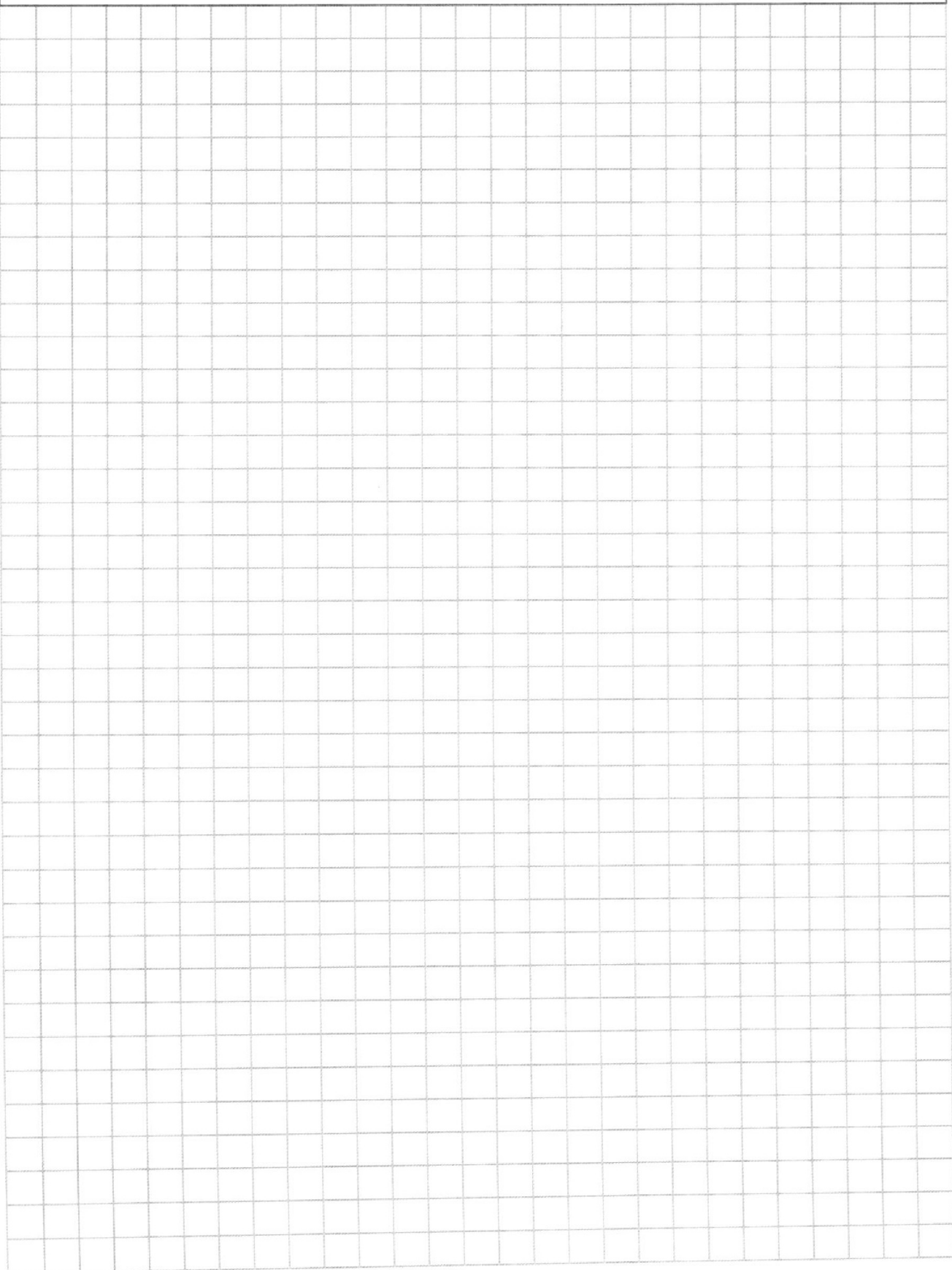
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$(0; 2)$

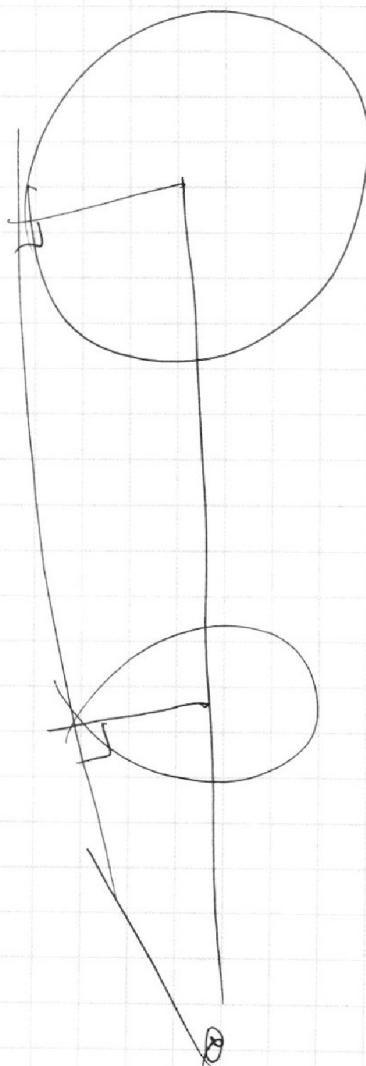
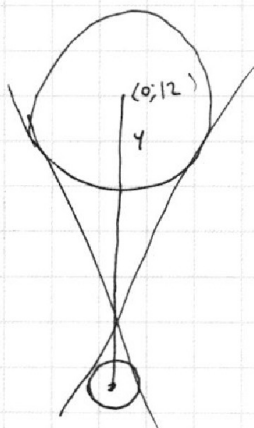
$$x^2 + (y-2)^2 = 16$$

$$(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 = r^2$$

$$16 =$$

$$16 + 0 = 16$$

внутри: ≤ 0
вне: ≥ 0



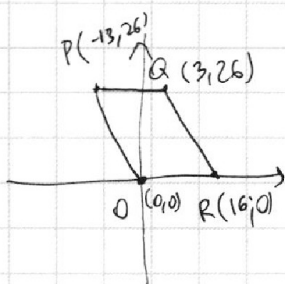
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$-2x_1 - y_1 + 2x_2 + y_2 = 14$$

$$2x_2 + y_2 = 14 + 2x_1 - y_1$$

$$2x_2 + y_2 = 14 + 2x_1 - y_1$$

$$2x_2 + y_2 = 14$$

$$7, 0$$

$$\frac{x}{13} = \frac{y}{-26}$$

$$-2x = y$$

$$2x + y = 0$$

$$14$$

$$16$$

$$18$$

$$20$$

$$22$$

$$24$$

$$26$$

$$28$$

$$30$$

$$32$$

$$34$$

$$36$$

$$38$$

$$40$$

$$42$$

$$44$$

$$46$$

$$48$$

$$50$$

$$52$$

$$54$$

$$56$$

$$58$$

$$60$$

$$62$$

$$64$$

$$66$$

$$68$$

$$70$$

$$72$$

$$74$$

$$76$$

$$78$$

$$80$$

$$82$$

$$84$$

$$86$$

$$88$$

$$90$$

$$92$$

$$94$$

$$96$$

$$98$$

$$100$$

$$102$$

$$104$$

$$106$$

$$108$$

$$110$$

$$112$$

$$114$$

$$116$$

$$118$$

$$120$$

$$122$$

$$124$$

$$126$$

$$128$$

$$130$$

$$132$$

$$134$$

$$136$$

$$138$$

$$140$$

$$142$$

$$144$$

$$146$$

$$148$$

$$150$$

$$152$$

$$154$$

$$156$$

$$158$$

$$160$$

$$162$$

$$164$$

$$166$$

$$168$$

$$170$$

$$172$$

$$174$$

$$176$$

$$178$$

$$180$$

$$182$$

$$184$$

$$186$$

$$188$$

$$190$$

$$192$$

$$194$$

$$196$$

$$198$$

$$200$$

$$202$$

$$204$$

$$206$$

$$208$$

$$210$$

$$212$$

$$214$$

$$216$$

$$218$$

$$220$$

$$222$$

$$224$$

$$226$$

$$228$$

$$230$$

$$232$$

$$234$$

$$236$$

$$238$$

$$240$$

$$242$$

$$244$$

$$246$$

$$248$$

$$250$$

$$252$$

$$254$$

$$256$$

$$258$$

$$260$$

$$262$$

$$264$$

$$266$$

$$268$$

$$270$$

$$272$$

$$274$$

$$276$$

$$278$$

$$280$$

$$282$$

$$284$$

$$286$$

$$288$$

$$290$$

$$292$$

$$294$$

$$296$$

$$298$$

$$300$$

$$302$$

$$304$$

$$306$$

$$308$$

$$310$$

$$312$$

$$314$$

$$316$$

$$318$$

$$320$$

$$322$$

$$324$$

$$326$$

$$328$$

$$330$$

$$332$$

$$334$$

$$336$$

$$338$$

$$340$$

$$342$$

$$344$$

$$346$$

$$348$$

$$350$$

$$352$$

$$354$$

$$356$$

$$358$$

$$360$$

$$362$$

$$364$$

$$366$$

$$368$$

$$370$$

$$372$$

$$374$$

$$376$$

$$378$$

$$380$$

$$382$$

$$384$$

$$386$$

$$388$$

$$390$$

$$392$$

$$394$$

$$396$$

$$398$$

$$400$$

$$402$$

$$404$$

$$406$$

$$408$$

$$410$$

$$412$$

$$414$$

$$416$$

$$418$$

$$420$$

$$422$$

$$424$$

$$426$$

$$428$$

$$430$$

$$432$$

$$434$$

$$436$$

$$438$$

$$440$$

$$442$$

$$444$$

$$446$$

$$448$$

$$450$$

$$452$$

$$454$$

$$456$$

$$458$$

$$460$$

$$462$$

$$464$$

$$466$$

$$468$$

$$470$$

$$472$$

$$474$$

$$476$$

$$478$$

$$480$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^{15} 7^{11}$$

$$bc: 2^{17} 7^{13}$$

$$ac: 2^{23} 7^{39}$$

$$a^2 b^2 c^2: 2^{55} 7^{68}$$

$$abc: 2^{23} 7^{37}$$

$$2^{23} 7^{37}$$

$$2^{15} 7^{11} 2$$

$$a = 7^{18} \cdot 2^{15}$$

$$b = 2^9$$

$$c = 7^{21} \cdot 2^8$$

$$a+b \geq 15$$

$$b+c \geq 17$$

$$a+c \geq 23$$

$$2(a+b+c) \geq 55$$

$$a+b+c \geq 28$$

$$\begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix}$$

$$a = 2^{10} \cdot 7^{11}$$

$$b = 2^5$$

$$c = 2^{13} \cdot 7^{28}$$

$$\frac{a}{b} \text{ несопр. } (a/b) = 1$$

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

$$1-1$$

$$a+b:m$$

$$a^2-7ab+b^2:m$$

$$a+b=mk$$

$$a^2+2ab+b^2:m$$

$$9ab:m$$

$$9a(mk-a):m$$

$$9(mk-a):m$$

$$9:m$$

$$\frac{24}{\times 24}$$

$$\frac{576}{96}$$

$$\frac{576}{+48}$$

$$\frac{576}{576}$$

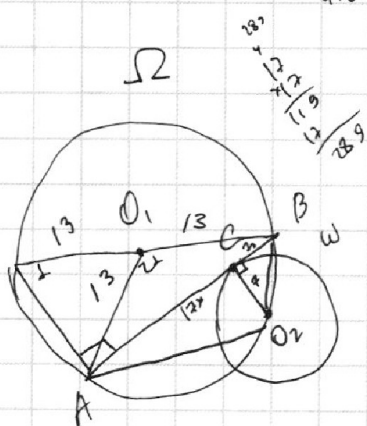
$$\frac{780+80+16}{560+16}$$

$$\frac{676}{-45}$$

$$\frac{627}{627}$$

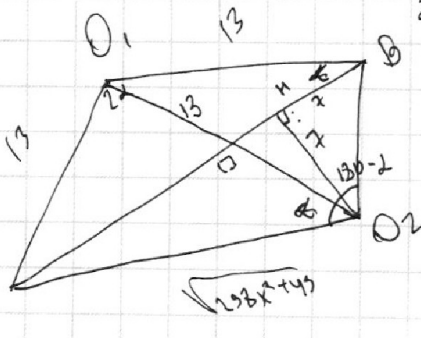
$$\frac{285}{+45}$$

$$\frac{330}{330}$$



$$\sin \alpha = \frac{24x}{26}$$

$$x = \frac{13 \sin \alpha}{12}$$



$$\frac{24x}{25 \sin \alpha} = 13$$

$$\frac{12x}{\sin \alpha} = 13$$

$$\frac{26}{+26}$$

$$\frac{52}{+52}$$

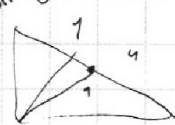
$$\frac{676}{676}$$

$$520+120+36$$

$$640+36$$

$$\frac{24x}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{49x^2+45}}{7}$$

$$\frac{24x}{\frac{12x}{13}} = \frac{\sqrt{49x^2+45}}{7}$$



$$26 \sin \alpha = \frac{\sqrt{49x^2+45}}{7}$$

$$182 = \sqrt{49x^2+45} \cdot \sqrt{258x^2+45}$$

$$\frac{8}{1} k = \frac{a}{2 \sin \alpha}$$

$$(20-3)(207)$$

$$400-720+5$$

$$\frac{284}{+338}$$

$$\frac{622}{622}$$

$$O_2 A$$

$$O_2 B$$

$$\sqrt{289x^2+45}$$

$$\sqrt{49x^2+45}$$

$$(24x)^2 = 298x^2 + 49 + 49x^2 + 45 + 2 \cdot \sqrt{\sqrt{289x^2+45} \sqrt{49x^2+45}} \cos \alpha$$

$$576x^2 = 347x^2 + 98 + 2\sqrt{289x^2+45} \sqrt{49x^2+45} \cos \alpha$$

$$229x^2 - 98 = 2\sqrt{289x^2+45} \sqrt{49x^2+45} \cos \alpha$$

$$\frac{26}{+26}$$

$$\frac{52}{+52}$$

$$\frac{676}{676}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$182 = \sqrt{49x^2 + 49} \cdot \sqrt{289x^2 + 49}$$

$$13 \cdot 2 \cdot 7$$

$$26 = \sqrt{x^2 + 1} \cdot \sqrt{298x^2 + 49}$$

$$\begin{array}{r} 182 \\ \times 182 \\ \hline 364 \\ 1456 \\ + 182 \\ \hline 33124 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ \times 49 \\ \hline 2601 \\ + 1156 \\ \hline 14161 \end{array}$$

$$(50-1)(50-1) = 2000 - 100 + 1 = 2401$$

$$33124 = 33124x^4 + 33124x^2 + 2401x^2 + 2401$$

$$26 =$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = (-9x)$$

$$3x^2 - 6x + 2 = a$$

$$1 - 9x = b$$

$$3x^2 + 3x + 1 = a - b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$a + b - 2\sqrt{ab} = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{a-b} = b$$

$$a + a - b - 2\sqrt{a^2 - ab} = b^2$$

$$2a - b - b^2 = 2\sqrt{a^2 - ab}$$

$$4a^2$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

$$3x^2 + 3x + 1 = (3x^2 - 6x + 2) - 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2}$$

$$9x - 2 = -2\sqrt{3x^2 - 6x + 2}$$

$$81x^2 - 36x + 4 = 4(3x^2 - 6x + 2)$$

$$81x^2 - 36x + 4 = (2x^2 - 24x + 8)$$

$$69x^2 - 12x - 4$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$\begin{array}{r} 338 \\ + 289 \\ \hline 627 \end{array}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 1 + 3x^2 + 3x + 1 - 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$2\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 9x$$

$$4(3x^2 + 3x + 1) = 81x^2$$

$$12x^2 + 12x + 4 = 81x^2$$

$$69x^2 - 12x + 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} 276 \\ + 36 \\ \hline 312 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 276 \\ + 36 \\ \hline 312 \end{array}$$

$$104$$

$$52$$