



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

- 1) Заметим, что т.к. $ab : 2^{14} 7^{10}$, $bc : 2^{17} 7^{17}$, $ac : 2^{20} 7^{37}$, то
 $ab = \text{минимум } 2^{14} 7^{10}$, $bc = \text{минимум } 2^{17} 7^{17}$, $ac = \text{минимум } 2^{20} 7^{37}$.

Тогда $ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2 = \text{минимум } 2^{(14+17+20)} 7^{(10+17+37)} = 2^{51} 7^{64}$

Однако заметим, что т.к. $a^2 b^2 c^2$ - квадрат abc , степени простых делителей должны быть четными. Значит 2 входит не в 51 степень, а в 52. При этом в abc минимум должно входить 7^{37} , так как $abc : ac$.

Значит, $abc \text{ минимум} = 2^{26} \cdot 7^{37}$

Пример:

$$a = 2^9 \cdot 7^{10}$$

$$b = 2^5$$

$$c = 2^{12} 7^{27}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{27}$$

$$ac = 2^{21} \cdot 7^{37}$$

Получаем

Ответ: $2^{26} 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$

Если $a+b : m$, то и $8ab : m$. Нужно найти макс. m

m не имеет общих делителей с a или b , иначе $a+b : m$, т.е. второе число делится на делитель первого (т.е. если m и a делятся на некоторое p , то $a+b : m$, то есть $: p$. Значит $b : p$, т.к. $a : p$, того не может быть по условию)

$8ab : m$. При этом ab и m не имеют общих делителей, а значит $8 : m$.

Из это следует, что максимальное $m = 8$.

Пример: $a=1$ $b=7$

$$\frac{1+7}{1^2-6 \cdot 1 \cdot 7 + 49} = \frac{1+7}{1-42+49} = \frac{1+7}{1+7} = \frac{8}{8} \text{ можно сократить на } 8.$$

Ответ: $m=8$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

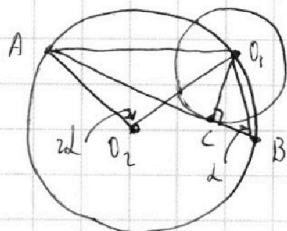
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3)



Обозначим CB за x , тогда $AC = 7x$.
 $\angle O_1CB = 90^\circ$, $O_1B^2 = x^2 + 1^2$ (т.к. это касательные)
 $AO_1^2 = 49x^2 + 1$ (аналогично)
 Допустим, $\angle ABO_1 = \alpha$, тогда $\angle AO_1O_2 = 2\alpha$,
 т.к. это центральный

Занимем т. косинусов где $\triangle AO_1O_2$.

$$5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos 2\alpha = 49x^2 + 1$$

$$\frac{50 - 49x^2 - 1}{50} = \cos 2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \left(\frac{O_1C}{O_1B} \right)^2 =$$

$$= 1 - 2 \cdot \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{50 - 49x^2 - 1}{50} = 1 - \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$1 - \frac{49x^2 + 1}{50} = 1 - \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$\frac{49x^2 + 1}{50} = \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$49x^4 + 49x^2 + x^2 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0 \quad \text{Всегда в это уравнение подходят } x = 1 \text{ и } x = -1$$

$$(x+1)(x-1)(49x^2 + 99) = 0 \quad 49x^2 + 99 \text{ всегда } > 0, \text{ нет корней}$$

$$x = -1 \text{ не подх, т.к. } < 0.$$

$$x = 1$$

Ответ: $AB = 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4) \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Заметим, что $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$ и $2x^2 + 2x + 1 \geq 0$, иначе под корнем отрицательное.
Давайте поймем, при каких x это выполняется.

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \quad D = 25 - 4 \cdot 2 = 1 \quad \frac{5 \pm 1}{4} = \frac{3}{2} \quad (2x - 3)(x - 1) \geq 0$$

$$x \in (-\infty, 1] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$$

$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$ всегда, т.к. $D < 0$ ($4 - 8$) и коэфф-т при старшем члене > 0 .

Теперь возведем обе стороны равенства в квадрат.

$$\underbrace{2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1}_{4x^2 - 3x + 4} - 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = \underbrace{(2 - 7x)^2}_{49x^2 - 28x + 4}$$

$$\underbrace{-2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1}}_{\substack{\text{н} \\ 0}} = 45x^2 - 25x$$

$$45x^2 - 25x \leq 0 \quad x(45x - 25) \leq 0$$

$$x \in [0; \frac{5}{9}]$$

x одновременно $\in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$ и $x \in [0; \frac{5}{9}]$

Значит, $x \in [0; \frac{5}{9}]$

Теперь давайте посмотрим, когда и кто больше из $2x^2 - 5x + 3$ и $2x^2 + 2x + 1$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 2x^2 - 5x + 3 \quad 7x \geq 2 \quad x \geq \frac{2}{7}$$

$$2x^2 + 2x + 1 \leq 2x^2 - 5x + 3 \quad 7x \leq 2 \quad x \leq \frac{2}{7}$$

Итак при $x \in [0; \frac{2}{7}]$ слева. Заметим, что при $\frac{2}{7}$ слева и справа 0.
Мы нашли один ответ.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$6) \begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$y = ax + 10b$$

$$(I) \quad x^2 + a^2 x^2 + 20axb + 100b^2 - 4 \leftarrow x^2 + y^2 - 4$$

$$(II) \quad x^2 + 16x + 64 + a^2 x^2 + 20axb + 100b^2 - 1 \leftarrow (x+8)^2 + y^2 - 1$$

Допустим, $y = x^2 + y^2 - 4$ корни x_1, x_2 . Допустим, y (I) корни x_1, x_2 . y (II) корни x_3, x_4 .
($x_1 \leq x_2$) ($x_3 \leq x_4$)

Тогда решением неравенства является

$$((-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty)) \cap [x_3; x_4] \quad (III)$$

$$((-\infty; x_3] \cup [x_4; +\infty)) \cap [x_1; x_2] \quad (IV)$$

При этом по условию должно быть ровно два решения. Если $x_1 = x_2$ или $x_3 = x_4$, то решений максимум одно, значит $x_1 \neq x_2$, $x_3 \neq x_4$. Если $x_1 < x_3$, то из IV следует, что решений больше 2, если $x_1 > x_3$, то из III следует, что решений больше 2. Значит $x_1 = x_3$, аналогично $x_2 = x_4$.

Таким образом, необходимо, чтобы y I и II были одинаковые пары корней. Однако напишем теорему Виета:

$$\frac{100b^2 - 4}{a^2 + 1} = \frac{100b^2 + 64 - 1}{a^2 + 1} \quad 100b^2 - 4 = 100b^2 + 63 \quad -4 = 63 \quad \text{Противоречие}$$

$-4 \neq 63$, а значит произведение корней I и II не равно, а значит и сами корни не совпадают.

Таким образом, ответ: таких a не существует



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

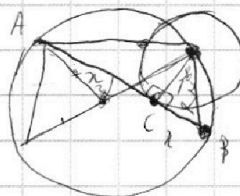
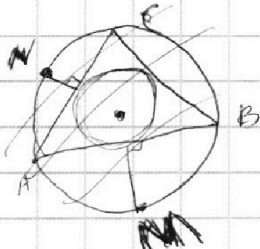
0 1 2 3 4 5 6 7 8
0 1 4 1 0 1 4 1

10

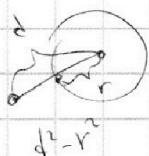
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 4 9 6 5 6 9 4 1

$$\frac{2+6}{4-6+2+6+36}$$

$$40-72=-32$$



$$\begin{aligned} a+b &= \frac{a^2+ab+b^2}{a+b} = \frac{(a+b)^2-8ab}{a+b} \\ (a+b)^2 &= 8ab \end{aligned}$$



$$\frac{4+12}{4+4-4+6+2+6+36}$$

$$\frac{1+7}{1-6+7+49} = \frac{8}{54}$$

$$\frac{3 \times 5}{3 \times 5}$$

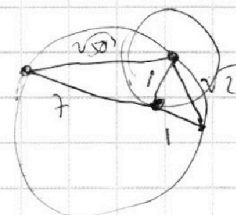
$$x^2 = (x^2+1)^2 - 1$$

$$x^2+1 = \sqrt{x^2+1}$$

$$x^4+2x^2+1 = x^2+1$$

$$x^4+x^2=0$$

$$x^2(x^2+1)=0$$



$$\frac{1+7}{1-6+7+49} = \frac{8}{54}$$

$$25+25-2 \cdot 25 \cdot \cos 2\alpha = 49x^2+1$$

$$50-50 \cos 2\alpha = 49x^2+1$$

$$\cos 2\alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$$

$$\cos 60 = -\sin^2 30 + \cos^2 30$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$1 - 2 \cdot \frac{1}{4}$$

$$400-4=396$$

$$49x^4+50x^2-99=0$$

$$x^2 = 2500 + 4 \cdot 99 \cdot 49$$

15

$$\begin{array}{r|l} 49x^4+50x^2-99 & x^2-1 \\ -49x^4-49x^2 & \\ \hline 99x^2-99 & \end{array}$$

$$\frac{50-49x^2-1}{50} = \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \frac{1}{x^2+1}$$

$$\frac{50-49x^2-1}{50} = 1 - \frac{2}{x^2+1}$$

$$\frac{49x^2+1}{50} = x - \frac{2}{x^2+1}$$

$$\frac{49x^2+1}{50} = \frac{2}{x^2+1}$$

$$49x^4+49x^2+x^2+1=100$$

$$49x^4+50x^2=99$$

$$x^2(49x^2+50)=99$$

$$(x+1)(x-1)(49x^2+99)=0$$

$$49x^2+99=0$$

$$x^2 = -\frac{99}{49}$$

$x=1$

$x=2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

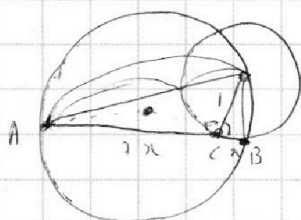
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Чернозём



$$\sqrt{49x^2+1} \cdot (\sqrt{49n^2+1}-1)$$

$$49n^2 + 1 - \sqrt{49n^2 + 1} = 49n^2$$

$$1 - 49n^2 + 1$$

$x - y$

$$x^2 + 1 - \sqrt{x^2 + 1} = x^2$$

$$1 - x^2 + 1$$

$$\sqrt{2n^2 - 5n + 3} - \sqrt{2n^2 + 2n + 1} = 2 - 7n$$

14. 12

$$x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$(2x-3)(x-1)$$

$$2n^2 + 2n + 1$$

$$2x^2 - 5x + 3$$

$$45x^2 - 25x \leq 0$$

$$x(45x - 25) \leq 0$$

$$0 \quad \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{5}{5} < \frac{3}{2}$$

2. $\frac{5}{9}$

18 2 45



[0, 1]

$$u^2 + u + 1 \geq u^2 - 5u + 3$$

7x 22

$$n \geq \frac{2}{\epsilon}$$

$$n \leq \frac{2}{7}$$

$$[0; \frac{28}{7}]$$

$$[\frac{2}{7}; 1]$$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$$7 - 7x > 0$$

$$2 - 7x < 0$$

Есть ли решения? Есть. $\left(\frac{2}{7}\right)$

$$[0; \frac{5}{9}]$$

I ↓

$7-7n$

$$\left[0 \frac{5}{9} \right)$$

IV ↑

$$1 = \sqrt{49x^2 + 1}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$ab : 2^{14} 7^{10}$$

$$ab = 2^{14} 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} 7^{17}$$

$$bc = 2^{17} 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} 7^{37}$$

$$\frac{a}{b} : ac = 2^{20} 7^{37}$$

$$\frac{a}{b} = 2^3 \cdot 7^{20}$$

$$a^2 = 2^{14} 7^{30}$$

$$a^2 = 2^{18} 7^{30}$$

$$a = 2^9 7^{15}$$

$$b = 2^5 7$$

$$abc = 2^{28} 7^{32}$$

2)

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

$$\frac{a+b}{(a-b)^2-4ab}$$

$$a^2-6ab+b^2$$

$$D = 36b^2 - 4b^2 = 32b^2$$

$$\frac{6b \pm \sqrt{32}b}{2} = \frac{6b \pm 4\sqrt{2}b}{2} = 3b \pm 2\sqrt{2}b$$

$$\frac{1}{a-6b+6\sqrt{2}b} + \frac{1}{a^2/b-6a+b}$$

$$\frac{1}{1-6b/a+b^2/a^2} + \frac{1}{a^2/b^2-6a/b+1}$$

$$\frac{1}{a} +$$

$$\frac{1+b/a}{a-6b+b^2/a}$$

$$\frac{\frac{1}{a} + \frac{b}{a^2}}{1-6b/a + \frac{b^2}{a^2}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{a}(\frac{b}{a} + 1)}{(\frac{b}{a} - 3 - 2\sqrt{2})(\frac{b}{a} - 3 + 2\sqrt{2})}$$

$$36 - 4 = 32$$

$$x^2 - 6x + 1$$

$$D = 36 - 4 \cdot 1 = 32$$

$$\frac{6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = 3 \pm 2\sqrt{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$ab: 2^{14} 7^{10}$$

$$k_1 2^{14} 7^{10}$$

$$bc: 2^{17} 7^{17}$$

$$k_2 2^{17} 7^{17}$$

$$ac: 2^{20} 7^{37}$$

$$k_3 2^{20} 7^{37}$$

$$k_1 k_2 k_3 2^{51} 7^{64} = a^2 b^2 c^2$$

$$2^{52} 7^{64} = a^2 b^2 c^2$$

$$abc = 2^{26} 7^{32}$$

$$2^{26} 7^{38} = abc$$

$$ac = 7 \cdot 2^6$$

$$c = 7^{28} \cdot 2^{12}$$

$$a = 7^{11} \cdot 2^9$$

$$abc = 2^x 7^y$$

$$c =$$

$$b = 2^5$$

$$a = 2^9 7^{10}$$

$$c = 2^{12} 7^{27}$$

$$a^1 b^1 c^2 \min 2^{51} 7^{64}$$

$$2^{52} 7^{74}$$

$$37 \cdot 2 = 74$$

$$2^{25} 7^{37}$$

$$c = 2^{12} 7^{27}$$

$$b = 2^5 7^{10}$$

$$a = 2^9 7^{10}$$

$$18 + 9 = 27$$

$$2009x^4 - 2226x^3 + 633x^2 - 4x - 12$$

$$- 2009x^4 - 3444x^3$$

$$1218x^3 + 633x^2 - 4x - 12$$

$$1218x^3 - 1988x^2$$

$$2621x^2 - 4x - 12$$

$$7x - 11$$

$$287x^3 + 174x^2 + 37$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 217 \\ 12 \\ \hline + 574 \\ 287 \\ \hline 34440 \\ - 2226 \\ \hline 1218 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 174 \\ 12 \\ \hline + 248 \\ 174 \\ \hline 1588 \\ + 633 \\ \hline 2021 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

1) (0;0)

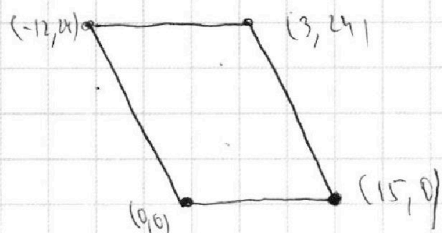
P (-12; 24)

Q (3; 24)

R (15; 0)

A (x₁; y₁) B (x₂; y₂)

x₁



$$0 < x < 15 \quad \text{и} \quad 0 < y < 24$$

$$2 \cdot 15 - 0 + 24 - 0 = 12$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$(y_2 - y_1)(x - x_1) = (y - y_1)(x_2 - x_1)$$

$$(12 - 2x_2 + 2x_1)$$

$$12x - 2xx_2 + 2xx_1 - 12x_1 + 2x_1x_2 - 2x_1^2 = yx_2 - yx_1 - yx_2 + yx_1$$

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$y = ax + 10b$$

$$x^2 + a^2x^2 = 20axb + 100b^2 - 4$$

$$x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20axb + 100b^2 - 1$$

$$x^2(a^2 + 1) + x(20ab) + 100b^2 - 4$$

$$x^2(a^2 + 1) + x(16 + 20ab) + 100b^2 + 63$$

$$D = 20^2 a^2 b^2 - 4(100b^2 - 4)(a^2 + 1)$$

$$D = (16 + 20ab)^2 - 4(100b^2 + 63)(a^2 + 1)$$

$$-20ab \pm \sqrt{20^2 a^2 b^2 - 4(100b^2 - 4)(a^2 + 1)}$$

$$\frac{100b^2 - 4}{a^2 + 1} = \frac{(100b^2 + 63)(a^2 + 1)}{a^2 + 1}$$

$$100b^2 - 4 = 100b^2 + 63$$

$$\begin{aligned} & x_1 \quad x_2 \\ & (-\infty, x_1] \cup [x_1, \infty) \\ & [x_1, x_2] \\ & [x_1, x_2] \cup [x_2, \infty) \end{aligned}$$