



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1 (стр 1/1)

$ab : 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$ $bc : 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{12}$ $ac : 2^{17} \cdot 3^{17} \cdot 5^{13}$

Если a, b или c имеет простой делитель $p \neq 2, 3$ или 5 , можно разделить это число на этот делитель, и ~~условия~~ делимости ост. верными, при этом

abc уменьшится $\Rightarrow \exists a = 2^{x_1} \cdot 3^{y_1} \cdot 5^{z_1}$ $b = 2^{x_2} \cdot 3^{y_2} \cdot 5^{z_2}$ $c = 2^{x_3} \cdot 3^{y_3} \cdot 5^{z_3}$

Найти $abc \Leftrightarrow$ найти $x_1 + x_2 + x_3; y_1 + y_2 + y_3; z_1 + z_2 + z_3$

$ab = 2^{x_1+x_2} \cdot 3^{y_1+y_2} \cdot 5^{z_1+z_2}; 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \Rightarrow x_1+x_2 \geq 7; y_1+y_2 \geq 11; z_1+z_2 \geq 14$

Аналогично $x_2+x_3 \geq 13; y_2+y_3 \geq 15; z_2+z_3 \geq 12$

$x_1+x_3 \geq 14; y_1+y_3 \geq 17; z_1+z_3 \geq 13$

Сложим (1) (4) (7) $x_1+x_2+x_3 \geq 17$

сложим (2) (5) (8) $y_1+y_2+y_3 \geq \frac{43}{2} \Rightarrow y_1+y_2+y_3 \geq 22$

сложим (3) (6) (9) $z_1+z_2+z_3 \geq \frac{35}{2} \Rightarrow z_1+z_2+z_3 \geq 38$ $z_1+z_2+z_3 \geq 43$
(т.к. $z_i \geq 0$)

пример $\begin{cases} x_1=4 & x_2=3 & x_3=10 \\ y_1=7 & y_2=4 & y_3=11 \\ z_1=20 & z_2=23 & z_3=0 \end{cases}$ $a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{20}$
 $b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^{23}$
 $c = 2^{10} \cdot 3^{11}$

Наши $x_1+x_2+x_3 = 17$ наши $y_1+y_2+y_3 = 22$ наши $z_1+z_2+z_3 = 43$

$\Rightarrow abc \geq 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$ $\text{вопр. пример приведен}$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

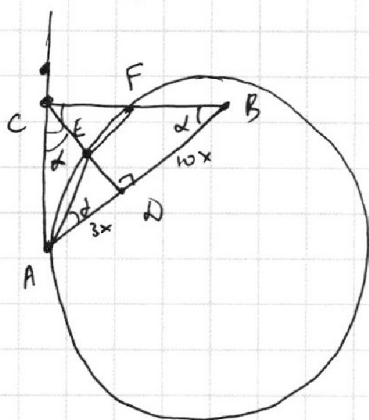
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2 (вер. 1/1)



$$\frac{AB}{BD} = 1,3 = \frac{13}{10} \quad \angle A = \angle B = \alpha \quad \angle ADB = 90^\circ \Rightarrow AD = 3x$$

$\triangle ABC$ - прямоугольн., CD - высота $\Rightarrow CD^2 = AD \cdot BD$

$$CD^2 = 30x^2 \quad CD = \sqrt{30}x$$

$$S_{ACD} = \frac{\sqrt{30}x \cdot 3x}{2} = \frac{3\sqrt{30}x^2}{2}$$

$EF \parallel AB$ $AEBF$ - трапеция, вписанная $\Rightarrow$ равнобедренная

$$\Rightarrow \angle EAB = \angle FBA \quad \angle FBA = \alpha$$

$$\Rightarrow \angle CFE = \alpha \quad (EF \parallel AB)$$

$$\Rightarrow \angle ACD = \alpha \quad (\text{т.к. } \angle CED = 90^\circ \Rightarrow \angle CED = \alpha \text{ из } \triangle EDB)$$

$$\triangle ACD: \tan \alpha = \frac{3x}{\sqrt{30}x} = \frac{3}{\sqrt{30}}$$

$$\angle EAB = \angle FBA = \alpha \quad \triangle EAD: \tan \alpha = \frac{ED}{3x}$$

$$\frac{3}{\sqrt{30}} = \frac{ED}{3x} \quad ED = \frac{9x}{\sqrt{30}}$$

$$CE = CD - ED = \sqrt{30}x - \frac{9}{\sqrt{30}}x = \frac{21}{\sqrt{30}}x$$

$$\triangle CEF \sim \triangle CDB$$

$$\frac{CE}{CD} = \frac{EF}{DB}$$

$$\frac{\frac{21}{\sqrt{30}}x}{\sqrt{30}x} = \frac{EF}{10x}$$

$$\frac{21}{30} = \frac{EF}{10x}$$

$$EF = 7x$$

$$S_{CEF} = \frac{EF \cdot CE}{2} = \frac{7x \cdot \frac{21}{\sqrt{30}}x}{2} = \frac{21 \cdot 7}{2\sqrt{30}}x^2$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{3\sqrt{30}x^2 \cdot 2\sqrt{30}}{2 \cdot 21 \cdot 7x^2} = \frac{30}{49}$$

Ответ: $\frac{30}{49}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 3 (смп 111)

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$$

$$\cos(\arccos(\sin x)) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} - x = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} + 2\pi k, & k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{2} - x = -\frac{3\pi}{10} - \frac{x}{5} + 2\pi k, & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{6x}{5} = \frac{\pi}{5} + 2\pi k, & k \in \mathbb{Z} \\ \frac{4x}{5} = \frac{4\pi}{5} + 2\pi k, & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi k}{3}, & k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + \frac{5\pi k}{2}, & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi k}{3}, & k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + \frac{5\pi k}{2}, & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4 (стр. 1/3)

$$x + 3ay - 7b = 0$$

$$(x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0$$

$$((x+7)^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \quad - 2 \text{ окр-ти } ((0,0) \text{ и рад. } 3 \text{ и } (-7;0) \text{ и рад. } 2)$$

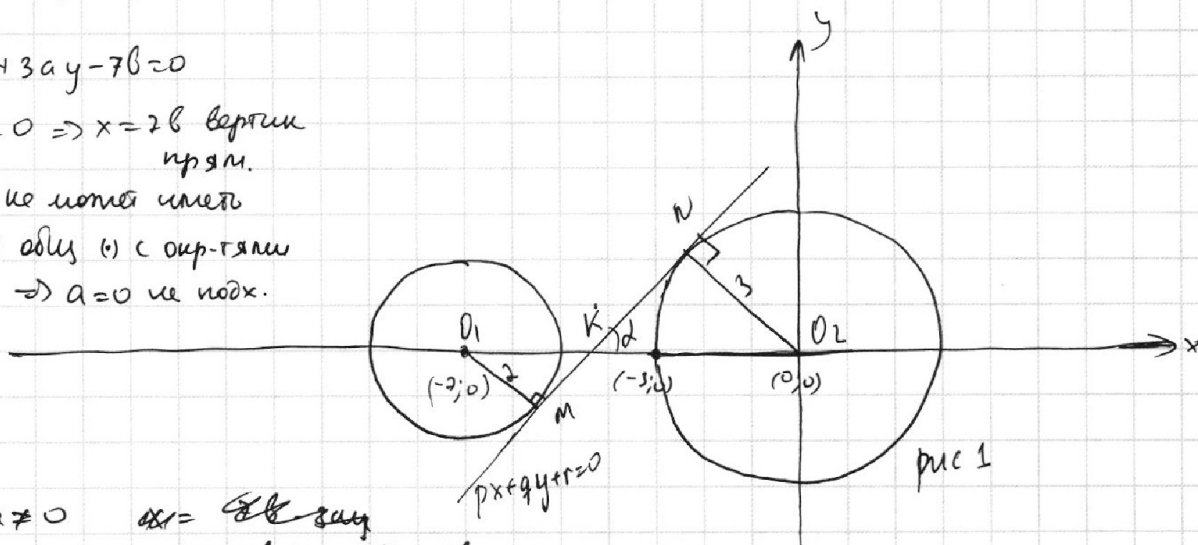
$$x + 3ay - 7b = 0$$

I $a = 0 \Rightarrow x = 7b$ вертикаль

не может иметь

4 общ. т. с окр-тями

$\Rightarrow a = 0$ не подх.

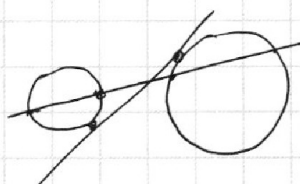


II $a \neq 0$

$$x = 7b - 3ay$$

$$y = \frac{7b - x}{3a} = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

Для фикс. a это прямая с фикс. наклоном, которая может паралл. переноситься вверх-вниз (можно для $\forall$ положений подобрать b)



Если наклон ^{по модулю} ~~увеличить~~ $(\neq 2)$

меньше накл. общ. внутр. касат. $\Rightarrow$ можно подобрать b ; чтобы прямая имела с окр-тями ≥ 4 общ. точки (с каждой по 2)

~~Если наклон $\neq 2$, то можно подобрать b , чтобы прямая имела с окр-тями ≥ 4 общ. точки (с каждой по 2)~~

~~Если наклон $\neq 2$, то можно подобрать b , чтобы прямая имела с окр-тями ≥ 4 общ. точки (с каждой по 2)~~

~~Если наклон $\neq 2$, то можно подобрать b , чтобы прямая имела с окр-тями ≥ 4 общ. точки (с каждой по 2)~~

~~Если наклон $\neq 2$, то можно подобрать b , чтобы прямая имела с окр-тями ≥ 4 общ. точки (с каждой по 2)~~

~~Если наклон $\neq 2$, то можно подобрать b , чтобы прямая имела с окр-тями ≥ 4 общ. точки (с каждой по 2)~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~Вариант 1~~ ~~Задача 4. Продолжение №1 (стр 2/3)~~

~~См рис 1~~

$$\triangle O_1 M K \sim \triangle O_2 N K$$

$$\frac{O_1 M}{O_2 N} = \frac{O_1 K}{O_2 K}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{O_1 K}{O_2 K}$$

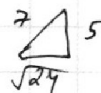
$$O_1 K + O_2 K = 7$$

$$O_1 K = \frac{2}{5} \cdot 7 = \frac{14}{5}$$

$$O_2 K = \frac{3}{5} \cdot 7 = \frac{21}{5}$$

$$\operatorname{tg} d = ?$$

$$\sin d = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 7} = \frac{5}{7}$$



$$\operatorname{tg} d = \frac{5}{\sqrt{24}} = \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$x = \frac{5}{2\sqrt{6}} y + \text{const}$$

Если $d > \arctg\left(\frac{5}{2\sqrt{6}}\right) \Rightarrow$ нет обл. точек

2 касат. по симм отн-ию Ox имеет коэф. $-\frac{5}{2\sqrt{6}}$

если $< -\frac{5}{2\sqrt{6}} \Rightarrow$ нет обл. точек

если $= -\frac{5}{2\sqrt{6}} \Rightarrow$ 2 обл. точки макс.

$$\frac{-5}{2\sqrt{6}} < \frac{-1}{3a} < \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$(1) \frac{1}{3a} < \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$\frac{2\sqrt{6} - 15a}{3a + 2\sqrt{6}} < 0$$

$$\frac{2\sqrt{6} - 15a}{a} < 0$$

$$\frac{15a - 2\sqrt{6}}{a} > 0$$

$$\frac{+1}{0} \quad \frac{-2\sqrt{6}}{15}$$

$$a \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty\right)$$

$$(2) \frac{-1}{3a} < \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$\frac{15a + 2\sqrt{6}}{3a + 2\sqrt{6}} > 0$$

$$\frac{15a + 2\sqrt{6}}{a} > 0$$

$$\frac{-15\sqrt{6}}{+} \quad \frac{+}{0}$$

$$a \in (-\infty; -\frac{15\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}) \cup (0; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4 Продолжение №2 (стр 3/3)

$$\begin{aligned} a \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty\right) \\ a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup (0; +\infty) \end{aligned} \quad \} \Rightarrow a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty\right)$$

Для всех таких a θ подбирается

Ответ: $(-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5 (тип 1/2)

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4$$

$$\log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} 7^5 - 4$$

$$\log_7^4 6x - 2 \frac{\log_7 7}{\log_7 6x} = \frac{\log_7 343}{\log_7 36x^2} - 4$$

$$\log_7^4 6x - 2 \frac{1}{\log_7 6x} = \frac{3}{2 \log_7 6x} - 4 \quad (\text{можно, т.к. } 6x > 0)$$

$$\} \log_7 6x = a$$

$$a^4 - \frac{2}{a} = \frac{3}{2a} - 4 \quad / \cdot 2a \quad (a \neq 0)$$

$$2a^5 - 4 = 3 - 8a$$

$$2a^5 + 8a - 7 = 0$$

$$\log_7^4 y + 6 \frac{\log_7 7}{\log_7 y} = \frac{\log_7 7^5}{\log_7 y^2} - 4$$

$$\log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2 \log_7 y} - 4 \quad (\text{можно, т.к. } y > 0)$$

$$\} \log_7 y = b$$

$$b^4 + \frac{6}{b} = \frac{5}{2b} - 4 \quad / \cdot 2b$$

$$2b^5 + 12b = 5 - 8b$$

$$\begin{cases} 2b^5 + 8b + 7 = 0 & (1) \\ 2a^5 + 8a - 7 = 0 & (2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a^5 + b^5 + 4(a+b) = 0 \\ (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) + 4(a+b) = 0 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \log_7 6x + \log_7 y = a+b \\ \log_7(6xy) = a+b \\ \text{найдем все возможные значения } a+b \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} a+b = 0 \\ a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 4 = 0 \end{cases}$$

$$(1)/(2): b \leq 0 \quad (\text{иначе } (1) \text{ ?}) \quad a \geq 0 \quad (\text{иначе } (2) \text{ ?})$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5. Продолжение (стр 2/2)

$$a^4 > 0$$

$$-a^3 \cdot b > 0$$

$$a^2 b^2 > 0$$

$$-a b^3 > 0$$

$$b^4 > 0$$

$$4 > 0$$

$$\Rightarrow a^4 - a^3 b + a^2 b^2 - a b^3 + b^4 + 4 = 0$$

не имеет решений,

$$\Rightarrow a + b = 0$$

$$\log_2 (6xy) = 0$$

$$\Rightarrow 6xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{6}$$

~~мы не можем~~ $a = -b$

~~мы не можем~~ $2b^5 + 8b + 7 = 0$

~~мы не можем~~ при $b = -100$

~~мы не можем~~ $2b^5 + 8b + 7 < 0$

~~мы не можем~~ при $b = 0$

~~мы не можем~~ $2b^5 + 8b + 7 > 0$

~~мы не можем~~ $\Rightarrow$ между -100 и 0 есть

~~мы не можем~~ значение b , что $2b^5 + 8b + 7 = 0$

~~мы не можем~~ т.к. $2b^5 + 8b + 7$ - непрерыв. ф.цр

~~мы не можем~~ $\Rightarrow$ можно подобрать такое y (одно упр.)

~~мы не можем~~ при таком b $a = -b$

~~мы не можем~~ $\Rightarrow 2a^5 + 8a - 7 = 0$ автомат.

~~мы не можем~~ вопн.

~~мы не можем~~ $\Rightarrow$ такое x тоже есть.

~~мы не можем~~ $\Rightarrow xy = \frac{1}{6}$ ситуация возможна

Ответ: $1/6$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6 (стр 1/1)

$$4x_2 + 4x_1 + y_2 = y_1 = 40$$

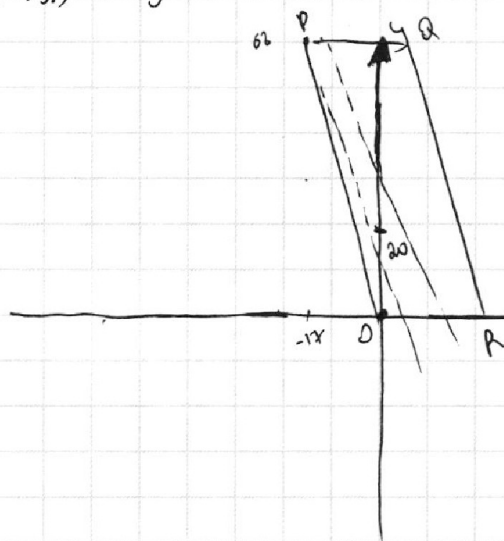
$$4x_2 + y_2 - 20 = -(4x_1 + y_1 - 20)$$

$$4x_2 + y_2 - 20 = a \quad 4x_1 + y_1 - 20 = -a$$

$$(x_2, y_2) \in y = -4x + 20 + a$$

- параллельные прямые, симм. относительно $(0, 20)$

$$(x_1, y_1) \in y = -4x + 20 - a$$



Любая пара точек по 2-х таким
прямым подх.

~~учитывать~~ координаты целые, нулевые,
чтобы при $x=0$ был
целый y

иначе через 4 ед. отрезка не
будет целого y , а
целых точек по x
между A и B нет
(?)

0) отступ 0 ($a=0$)

1) отступ 1 ($a=1$)

на таких прямых ~~всегда~~
всегда 18 целых точек

$$18 \cdot 18 = 324$$

на 1-й — на 2-й прямой
прямой

всего м.б макс. отступ 20

(имеет мин. прямая
или пар-мма)

$$324 \cdot 20 + 153 = 6480 + 153 = 6633$$

Ответ: 6633

$$x=5 \quad y=0$$

$$x=-12 \quad y=68$$

$$x \in [-12; 5]$$

18 точек

$$C_{18}^2 = \frac{18 \cdot 17}{2} = 9 \cdot 17 = 153$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

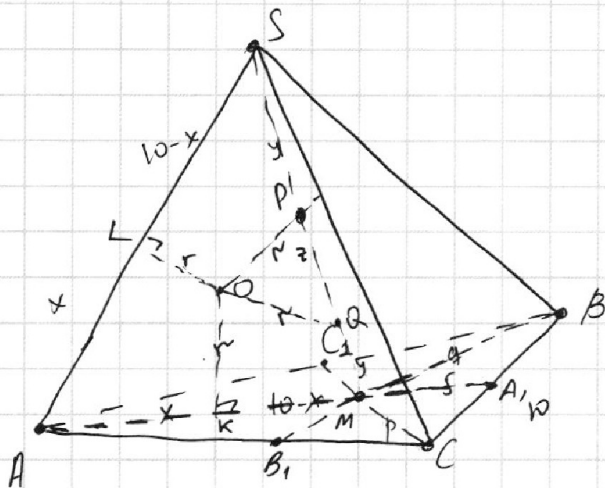
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7 (стр 1/2)



O — центр сферы r — радиус

$$OK \perp AM \quad OK = r$$

$$OL = r \quad OL \perp r$$

$$OP = OQ = r$$

$$\angle AL = x \Rightarrow LS = 10 - x$$

$\triangle ALO = \triangle AKO$ (катет r и
одна гипотен.)

$$\Rightarrow AK = x$$

$$SP = y = MQ \quad PQ = z$$

4 сеч. сферы пл-тью (AMS)
сфера $\rightarrow$ окр-ть $LKPQ$
(смен.!) $S: LS^2 = SP \cdot SQ$

$$(10-x)^2 = y \cdot (y+z)$$

смен (!) $M: MK^2 = MQ \cdot MP$

$$MK^2 = y(y+z) = (10-x)^2$$

$$\Rightarrow MK = 10 - x$$

$$\Rightarrow AM = 10 \quad AM = \frac{2}{3} AA_1 \Rightarrow MA_1 = 5$$

$CA_1 = BA_1 = 5 = MA_1 \Rightarrow \triangle CMB$ — прямоуго.

$$\angle MC = p \quad BM = q$$

$$S_{\triangle MBC} = \frac{1}{3} S_{ABC} = 20$$

$$\frac{pq}{2}$$

$$\begin{cases} pq = 40 \\ p^2 + q^2 = 100 \end{cases} \xrightarrow{\text{подб}} \begin{cases} p = \sqrt{20} \quad q = \sqrt{80} \\ \text{или } p = \sqrt{80} \quad q = \sqrt{20} \end{cases}$$

(но 9. Висота больше кат.
нет.)

$$\text{н.у.о. } p = \sqrt{20} \quad q = \sqrt{80}$$

$$\Rightarrow BB_1 = \frac{3}{2} \cdot 4\sqrt{5} = 6\sqrt{5} \quad CC_1 = \frac{3}{2} \cdot 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$AA_1 + BB_1 + CC_1 = 15 + 6\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 15 + 9\sqrt{5} = 120 - \text{ответ 1)}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

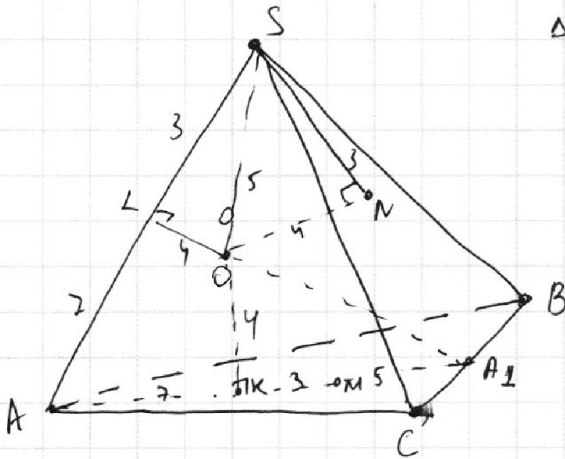
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7. Продолжение (стр 2/2)



$\triangle OSN$ - прямоугольник $ON = 4$ $SN = 3 \Rightarrow OS = 5$

$\triangle LOS$ - прямоугольник $LS = 5$ $LO = 4 \Rightarrow LN = 3$

$\Rightarrow AL = 7 = AK$

Сфера кас. SBC и $ABC \Rightarrow$

$\Rightarrow$ линия на биссектральной

пл-ти двугр $\angle$ с ребром BC .

$\Rightarrow \angle(SBCA) = 2 \angle OBCA)$

$\angle OBCA) = \angle OAK$

$(KA \perp BC \Rightarrow OA \perp BC$

по теореме о 3-х перп.

(т.к. $OK \perp ABC$)

$OK = 4$ $KA = 8$ $\angle OAK =$

$= \arctg\left(\frac{1}{2}\right)$

$\angle(SBCA) = 2 \arctg\left(\frac{1}{2}\right)$

~~ответ~~ $2 \arctg\left(\frac{1}{2}\right)$. ответ не 2)

Ответ: 1) ~~1200~~

2) $2 \arctg\left(\frac{1}{2}\right)$.

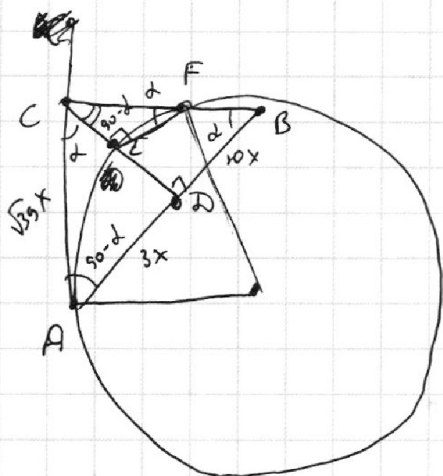
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{BD} = \frac{13}{10}$$

$$AB \parallel BDEF$$

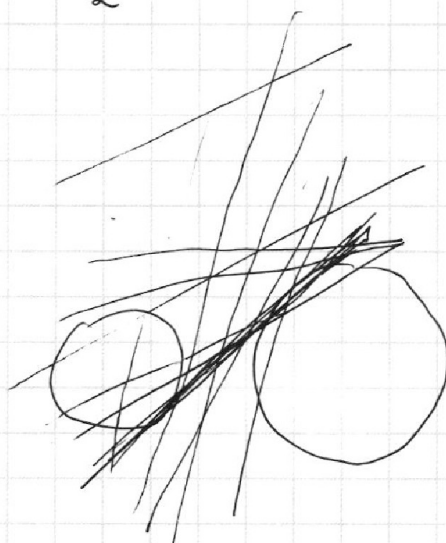
$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEB}}$$

$$CD = \sqrt{30}x$$

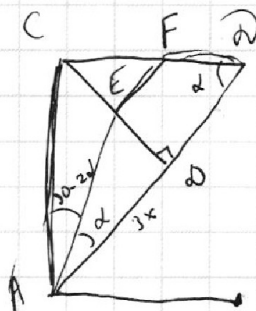
$$S_{ACD} = \frac{\sqrt{30}x \cdot 3x}{2}$$

$$30x$$

$$\frac{3}{\sqrt{30}}$$



1
2
3
4
5
6
7



$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{30}}{10}$$

$$\frac{ED}{3x} = \frac{\sqrt{30}}{10}$$

$$ED = \frac{3x\sqrt{30}}{\sqrt{10}}$$

$$CE = \sqrt{30}x - \sqrt{30}x \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} =$$

$$= \sqrt{30}x \left(1 - \frac{3}{\sqrt{10}}\right)$$

$$\sqrt{30}x$$

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4$$

$$\frac{CE}{CD} = \frac{EF}{DB}$$

$$1 - \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{EF}{10x}$$

$$EF = \left(1 - \frac{3}{\sqrt{10}}\right) 10x =$$

$$= 10x - 3\sqrt{10}x$$

$$\frac{\log_7^4(6) + \log_7^4 x - 2 \log_7^4 7}{\log_7^4 6x} = \frac{\log_7^4 343}{\log_7^4 36x^2}$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 4$$

$$x=0$$

$$y = \pm \frac{26}{3a}$$

$$u=0$$

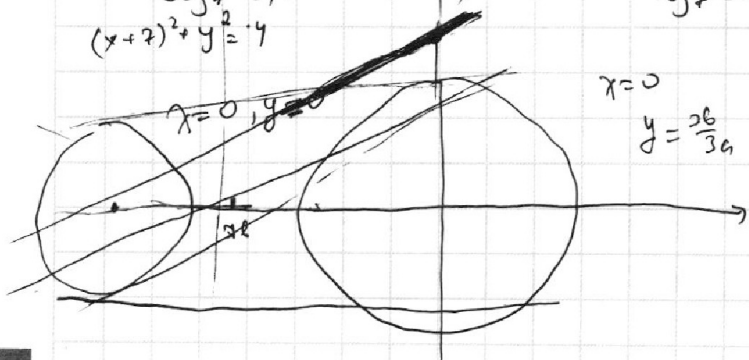
$$x$$

$$y=0$$

$$x=26$$

$$y = \frac{-x+76}{3a}$$

$$y = \frac{-x}{3a} + \frac{76}{3a}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

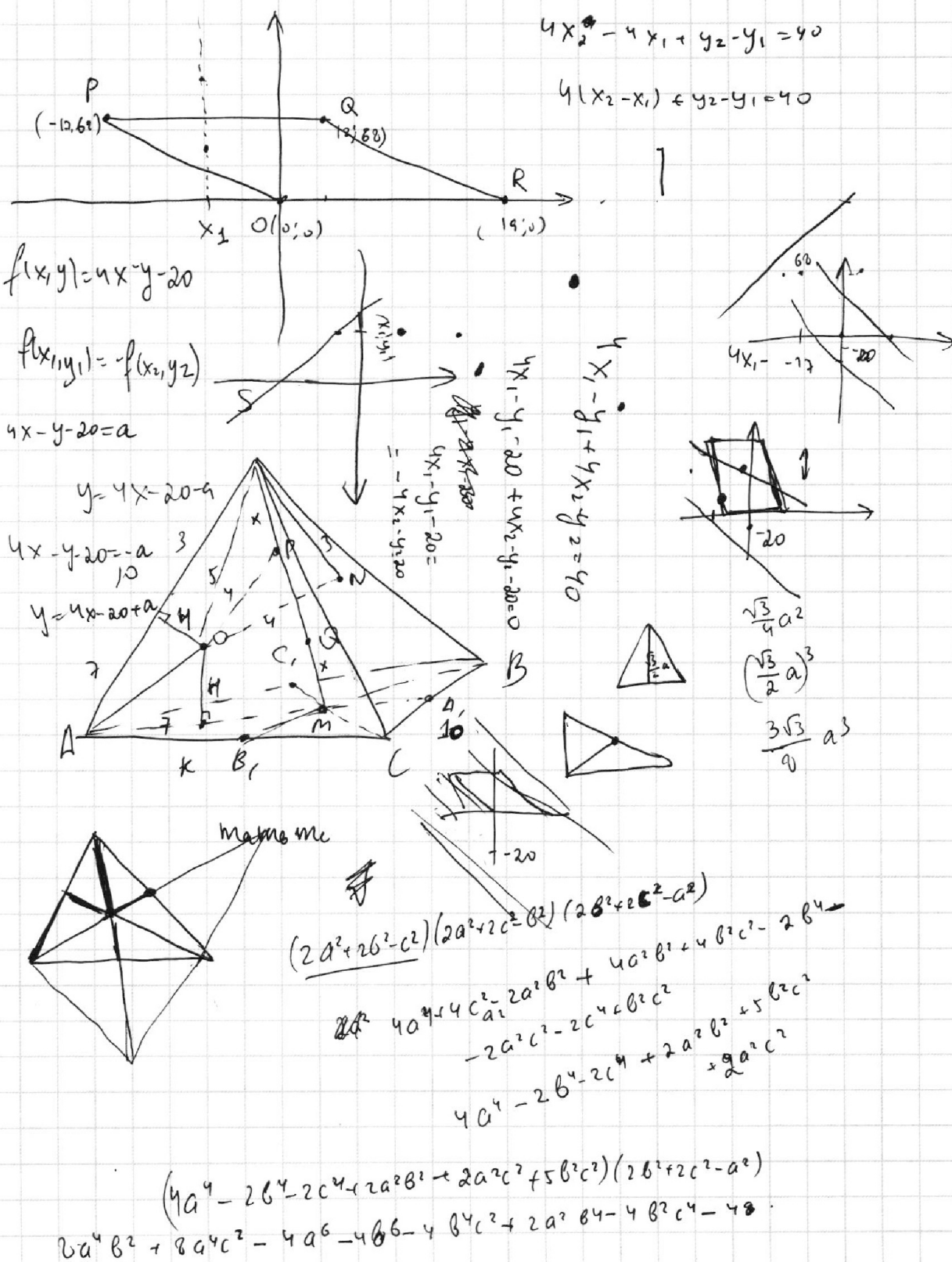
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





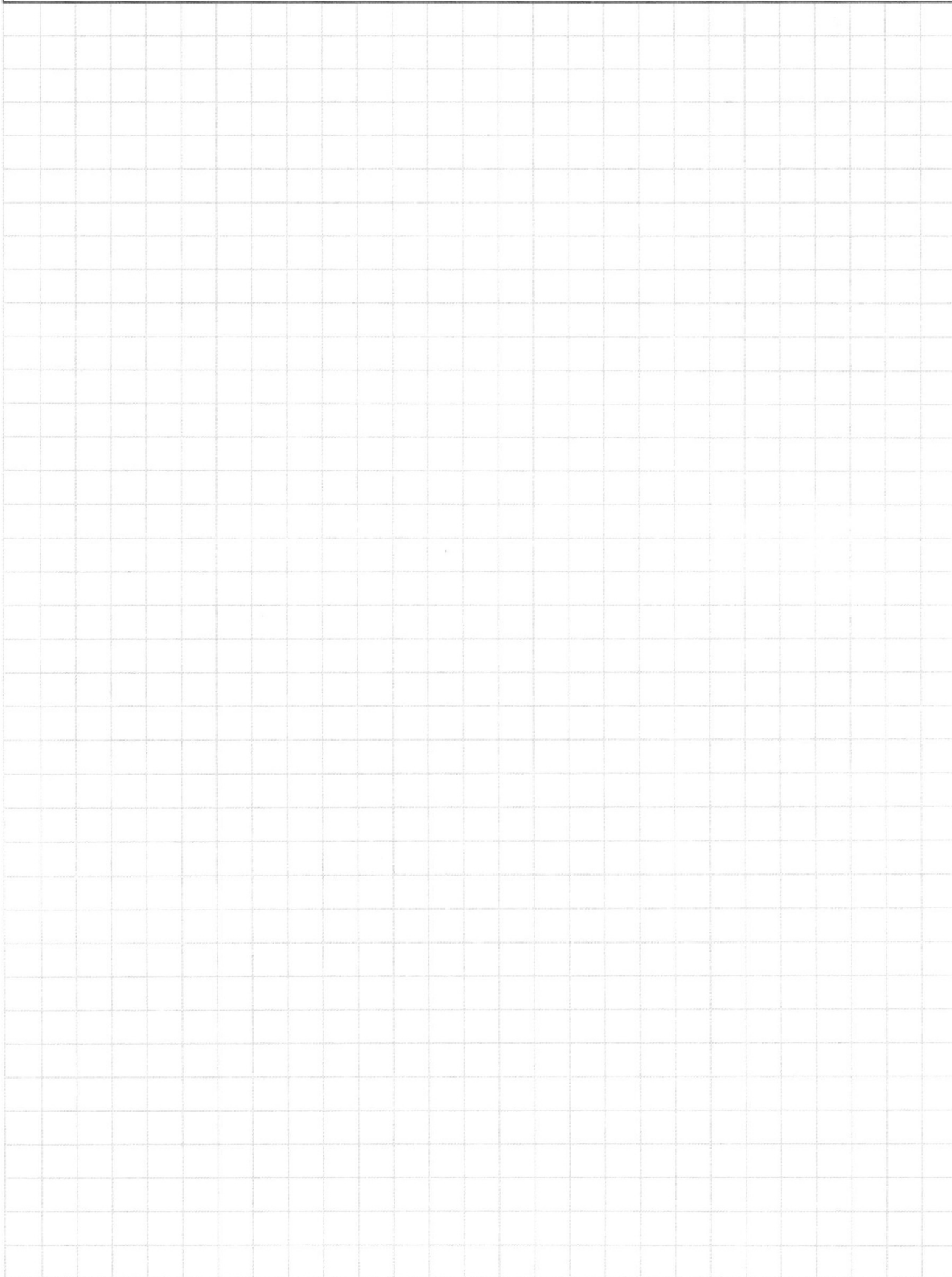
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

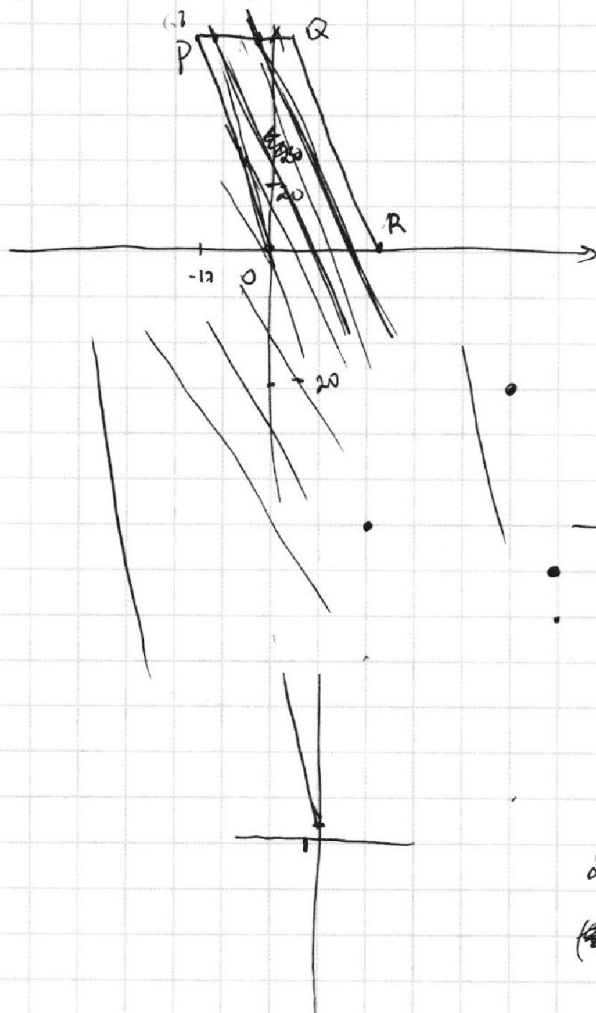
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4x - y - 20 = a \quad y = 4x - 20 - a$$

$$4x - y - 20 = -a \quad y = 4x - 20 + a$$

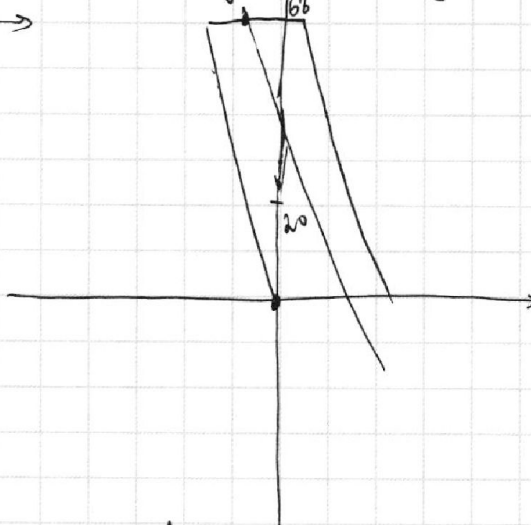


$$4x_2 + 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$$

$$4x_2 + y_2 - 20 + 4x_1 - y_1 - 20 = 0$$

$$4x_1 + y_1 - 20 = a \quad y_1 = -4x_1 + 20 + a$$

$$4x_2 + y_2 - 20 = -a \quad y_2 = -4x_2 - 20 - a$$



$$xy = \frac{1}{6}$$

$$2a^5 + 8a - 7 = 0$$

$$(2a^5 + 8a - 7) = 0$$

