



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 12



1. [4 балла] Решите неравенство

$$|x^3 - 9| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 - 8|.$$

2. [4 балла] Сколько существует троек натуральных чисел $(a; b; c)$ таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение abc равно $5^{360} \cdot 7^{90}$?

3. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$x^2(y - 3) - x(11y - 34) + 32y - 101 = 0.$$

4. [5 баллов] Вокруг треугольника ABC описана окружность Ω . Точки D и E – середины сторон AB и AC соответственно, CF – биссектриса угла C треугольника ABC . Прямые ED и CF пересекаются в точке G , принадлежащей Ω . Найдите углы треугольника ABC , если известно, что площадь треугольника BCF в 25 раз больше площади треугольника DGF .

5. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции $y = -x^5 + ax$. Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой $y = 2x$, а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра a и сторону квадрата.

6. [5 баллов] Числа a , b и c не все равны между собой, и при этом

$$a + \frac{7}{b} = b + \frac{7}{c} = c + \frac{7}{a}.$$

Найдите максимально возможное значение произведения abc .

7. [6 баллов] Равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$) вписан в окружность ω , а на дуге AC , не содержащей точку B , взяты точки E и D так, что отрезки AD и CE пересекаются в точке F . На лучах EA и DC отметили точки X и Y соответственно таким образом, что $AX = CF$ и $CY = AF$. Найдите площадь четырёхугольника $BXFY$, если $BF = 19$, $XY = 36$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Если $|x| \geq \sqrt[3]{9}$, то 1-й метод не работает.
 6) Знаком "+", так как координат не имеет.
 Аналогично для 2-го метода при $|x| \geq 1$ рассмотрим неравенство $x^3 - x^2 - 8 \geq 0$.
 1) $|x| \geq \sqrt[3]{9}$, $x > 1$, $x^3 - x^2 - 8 \geq 0$; * $x^3 - 9 + x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 - 8 \Rightarrow x^2 \leq 1$, но $x \geq \sqrt[3]{9}$, $x \in \emptyset$
 2) $|x| \geq \sqrt[3]{9}$, $x < -1$, $x^3 - x^2 - 8 \leq 0$; * $x^3 - 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8 \Rightarrow 2x^3 \leq 9$, но $x \leq -\sqrt[3]{9}$, $x \in \emptyset$
 и.е. ед. кор. точка $x = \sqrt[3]{9}$: $x^3 - x^2 - 8 = 1 - \sqrt[3]{81} < 0$ - не кор.
 3) * $x \in [1, \sqrt[3]{9}]$ $x^3 - x^2 - 8 \geq 0$; * $-x^3 + 9 + x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 - 8 \Rightarrow x^3 - x^2 - 8 \geq 0$
 4) $x \in [1, \sqrt[3]{9}]$ $x^3 - x^2 - 8 \leq 0$; * $-x^3 + 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8 \Rightarrow 0 \leq 8$, верно. Пусть $A = \{x | x \in [1, \sqrt[3]{9}], x^3 - x^2 - 8 \geq 0\}$
 тогда $x \in A$ - входит в ответ, но и $x \in [1, \sqrt[3]{9}] \setminus A$ входит в ответ по условию, и.е.
 $x \in [1, \sqrt[3]{9}]$ - входит в ответ.
 5) $x \in (-1, 1)$ $x^3 - x^2 - 8 \geq 0$; * $-x^3 + 9 - x^2 + 1 \leq x^3 - x^2 - 8$ $x^3 \geq 9$, но $x \leq 1$, $x \in \emptyset$
 6) $x \in (-1, 1)$ $x^3 - x^2 - 8 \leq 0$; * $-x^3 + 9 - x^2 + 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$ $x^2 \geq 1$, но $x \in (-1, 1) \Rightarrow x \in \emptyset$
 7) $x \in (-\infty, -1]$ $x^3 - x^2 - 8 < 0$, верно $x^3 < 0$ и $x^2 < 0$; * $-x^3 + 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8 \Rightarrow 0 \leq 8$ - верно
 Ответ: $x \in (-\infty, -1] \cup [1, \sqrt[3]{9}]$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



a, b, c — взаимно простые, т.е. a и b и c : p, q, r — простые, $p \neq 5, p \neq 7$, то $abc : p$
 но $abc = 5^{160} \cdot 7^{10}$ — произведение, т.е. $a = 5^{40} \cdot 7^3, b = 5^{80} \cdot 7^4$, где a, b — взаимно
 простые и $0, \gamma, \psi$ — углы (но $\gamma = \psi = 0$ неверно (заканчиваем процесс $+1$)
 тогда $b = aq, c = aq^2$ $abc = a^3 q^3 = 5^{160} \cdot 7^{10} \Rightarrow aq = 5^{120} \cdot 7^{10} = 5^{2+8} \cdot 7^{1+1}$
 $\Rightarrow \begin{cases} 2+8=120 \\ 1+1=30 \end{cases}$ т.е. b, c — взаимно простые
 $C = aq^2 = 5^{2+28} \cdot 7^{1+4}$ т.е. $(2+28) \geq 0$
 $b = aq = 5^{2+8} \cdot 7^{1+1}$ $(1+1) \geq 0$
 $\begin{cases} 2+8 \geq 0 \\ 1+1 \geq 0 \end{cases}$
 тогда $\gamma = 120 - 2$
 $\psi = 30 - 1$; $\begin{cases} 240 \geq 2 \\ 60 \geq 1 \end{cases}$ для каждого 2 однозначно определён
 γ , для $1 - \psi$, всего 2 минимально 241 значение, $1 - 61$. Тогда всего
 комбинаций: $241 \cdot 61 - 1 = 14400$ ($q \neq 1$)
 Ответ: 14400

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$x = x^2(x-3) - x(11x-34) + 32x - 101 = 0$, квадратное уравнение от x

$$D = (11x-34)^2 - 4(x-3)(32x-101) = 121x^2 + 34^2 - 22 \cdot 34x + (4x-12)(101-32x) =$$
$$= 121x^2 + 34^2 - 22 \cdot 34x + 404x - 128x^2 - 1212 + 384x =$$

$$= 121x^2 + 1156 - 484x + 404x - 128x^2 - 1212 + 384x = -7x^2 + 4x - 56 \geq 0$$

МН

кв. уравнение от x :

$$D = 16 - 4(-7)(-56)$$

$$= 16 - 28 \cdot 56 < 0, \text{ н.р.}$$

ели x - квадратное отн. x , но нечеткий нем, что верно при $x \neq 3$

$$y=3; \quad 0 = 32 \cdot 3 - 101 - x(-1) \quad x = 101 - 32 \cdot 3 = 101 - 96 = 5$$

Ответ: (5; 3)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) DE — ср. линия $\triangle ABC$, т.е. $DE \parallel BC$ и
 $\angle EGF = \angle GCB = \angle GCA \Rightarrow \triangle GEC$
 равноб. $\Rightarrow AC = 2GE = 2DE + 2DG =$
 $= BC + 2DG$

2) т.к. $\angle GFD = \angle BFC$ и $\angle DGF = \angle FCB$
 $\triangle GDF \sim \triangle BCF$, то $S_{\triangle BCF} = 25 S_{\triangle GDF}$
 $\Rightarrow \frac{GD}{BC} = \sqrt{\frac{S_{\triangle GDF}}{S_{\triangle BCF}}} = \frac{1}{5}$, тогда $GD = \frac{BC}{5} = \frac{5}{5} = 1$ (т.к. $BC = 5$)

тогда $AC = BC + 2DG = 5 + 2 = 7$

3) $DA = DB = \frac{AB}{2}$, стороны $\triangle DAB$ равны. $\frac{5^2}{2} = \frac{AB^2}{4} \Rightarrow AB = 2\sqrt{10}$

4) 3 теоремы косинусов:
 $10^2 = 25^2 + 49^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cos \angle C$
 $49^2 = 10^2 + 25^2 - 2 \cdot 5 \cdot 2 \cos \angle B$
 $49 = 35 - 10 \cos \angle B$

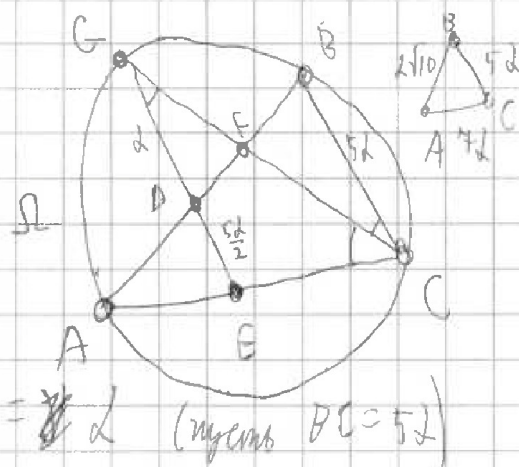
$\cos \angle B = -\frac{14}{10} = -\frac{7}{5}$

$25^2 = 10^2 + 49^2 - 2 \cdot 7 \cdot 2 \cos \angle A$
 $25 = 59 - 14 \cos \angle A \Rightarrow \cos \angle A = \frac{34}{14} = \frac{17}{7}$

Ответ: $\angle A = \arccos\left(\frac{17}{7}\right)$

$\angle B = \arccos\left(-\frac{7}{5}\right)$

$\angle C = \arccos\left(\frac{32}{35}\right)$



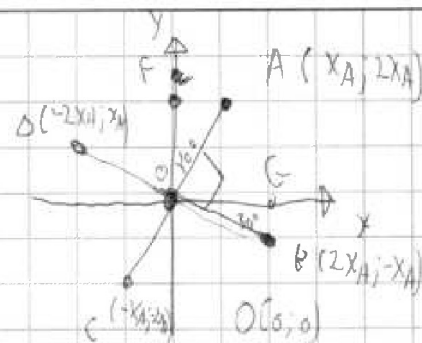
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



квадрат ABCD
пусть точки A и C, лежат на диагонали,
лежащей на прямой $y=2x$, B соответственно
 $A(x_A; 2x_A)$, т.к. $(0;0)$ - центр квадрата

$C(-x_A; -2x_A)$, пусть $F(0; 2x_A)$, тогда

$$\angle FOA = 30^\circ \quad (FA = \frac{OF}{2}) \quad \text{и} \quad \angle AOB = 90^\circ \Rightarrow \angle BOG = 30^\circ$$

где $B(x_B; y_B)$ а $G(x_B; 0)$ тогда $BG = \frac{OG}{2}$, но $OA = OB$
($x_B = 2y_B$)

$\Rightarrow x_B = 2x_A; y_B = -x_A$, т.к. O - центр квадрата $D = (-x_B; -y_B) = (-2x_A; x_A)$

$A, B, C, D \in y = -x^5 + ax$

$$\begin{cases} 2x_A = -x_A^5 + ax_A \\ -x_A = -32x_A^5 + 2ax_A \\ -2x_A = x_A^5 - ax_A \\ x_A = 32x_A^5 - 2ax_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A^4 = a - 2 \\ 32x_A^4 = 2a + 1 \end{cases}$$

один и тот же корень

$$\begin{cases} x_A = \sqrt[4]{a-2} \\ 32a - 64 = 2a + 1 \\ 30a = 65 \\ a = \frac{65}{30} = \frac{13}{6} \end{cases}$$

$$x_A = \sqrt[4]{\frac{1}{6}}$$

$$OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{x_A^2 + 4x_A^2} = \sqrt{5}x_A = \sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{6}}$$

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = OA\sqrt{2} = \sqrt{10}x_A = \sqrt{10} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{6}} = \sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{\frac{2}{3}}$$

Ответ: $a = \frac{13}{6}$,

сторона квадрата $\sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{\frac{2}{3}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



пусть $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$, если $a = b$, то $a + \frac{4}{a} = a + \frac{4}{c} = c + \frac{4}{a} \Rightarrow a = c$,
 что противоречит условию. Аналогично, если $b = c$, то $a \neq b \neq c \neq a$.

пусть $abc = k \neq 0$, тогда $c = \frac{k}{ab}$, подставим в формулу.

$$a + \frac{4}{b} = b + \frac{4ab}{k} = \frac{k}{ab} + \frac{4}{a} \Rightarrow a + \frac{4}{b} = \frac{k}{ab} + \frac{4}{a} \Rightarrow a^2 b + 4a = k + 4b$$

$$\Rightarrow (a^2 - 4)b = \frac{k - 4a}{a} \quad (*) \quad \text{и} \quad a^2 = \frac{k + 4b - 4a}{b} = 1 + \frac{k - 4a}{b} \quad (**)$$

$$b + \frac{4ab}{k} = \frac{k}{ab} + \frac{4}{a} \Rightarrow ab^2 + \frac{4a^2 b^2}{k} = k + 4b \Rightarrow b^2 \left(a + \frac{4a^2}{k} \right) = k + 4b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{подставим } (*) \quad b^2 \left(a + \frac{4a^2}{k} \right) = b^2 \left(\frac{k - 4a}{ab} \right) = b^2 \left(\frac{k}{ab} - \frac{4a}{ab} \right) = \frac{b^2 k}{ab} - \frac{4ab}{ab} = \frac{b k}{a} - 4 = k + 4b$$

$$\Rightarrow b^2 \left(\frac{k}{a} - 4 \right) = k + 4b \Rightarrow b^2 \left(\frac{k - 4a}{a} \right) = k + 4b \Rightarrow b^2 (k - 4a) = a(k + 4b)$$

$$\Rightarrow b^2 (k - 4a) = k^2 + 4kab \Rightarrow (a^2 - 4)^2 b^2 (k - 4a) = k^2 (a^2 - 4)^2 + (a^2 - 4)^2 4kab$$

$$\Rightarrow \text{подставим } (*) \quad (k - 4a)^2 (ak + 4b) = k^2 (a^2 - 4)^2 + (a^2 - 4)^2 4kab$$

$$(k^3 + 4ga^2 - 14ak)(ak + 4b) = k^2(a^4 + 4g - 14a^2) + 4ga(a^2 k - 4k - 4a^3 + 4ga)$$

$$ak^3 + 4ga^2 k - 14a^2 k^2 + 4gk^2 + 4ga^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4ga k = a^4 k^2 + 4gk^2 - 14a^2 k^2 + 4ga^2 k - 4g \cdot 4ak - 4g \cdot 4a^3 + 4g \cdot 4ga$$

$$+ 4ga^2 \Rightarrow ak^3 - 14a^2 k^2 + 4gk^2 = a^4 k^2 + 4gk^2 - 14a^2 k^2 + 4ga^2 k - 4g \cdot 4ak - 4g \cdot 4a^3 + 4g \cdot 4ga$$

$$\Rightarrow a^3(k^2 - 4g \cdot 4) = k(k^2 - 4g \cdot 4), \text{ т.е. либо } k^2 = 4g \cdot 4, \text{ либо}$$

$$a^3 = k, \text{ но если так, то по } (*) (a^2 - 4)b = \frac{k - 4a}{a} = \frac{a^3 - 4a}{a} = a^2 - 4, \text{ т.е.}$$

$$\text{либо } a = b \text{ (что неверно), либо } a^2 = 4, \text{ тогда } k^2 = a^6 = 4^3 = 64 \cdot 4.$$

пусть $k = \sqrt[4]{64}$, достигая максимума. $\sqrt[4]{64}$ минимум, если $a = \sqrt[4]{4}, b = -\sqrt[4]{4}, c = -2\sqrt[4]{4}$

$$k = abc = \sqrt[4]{4} \cdot \left(-\frac{\sqrt[4]{4}}{2}\right) \cdot (-2\sqrt[4]{4}) = \sqrt[4]{4^3}, \text{ а исходное равенство имеет вид:}$$

$$\sqrt[4]{4} + \frac{4}{-\frac{\sqrt[4]{4}}{2}} = -\frac{\sqrt[4]{4}}{2} + \frac{4}{-2\sqrt[4]{4}} = -2\sqrt[4]{4} + \frac{4}{\sqrt[4]{4}} = -\sqrt[4]{4}.$$

Ответ: $\sqrt[4]{4^3}$

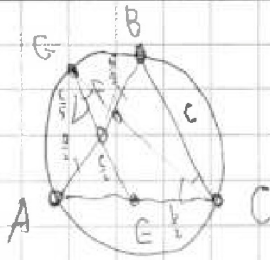
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{\triangle BCF} = 25, S_{\triangle DGF}$$

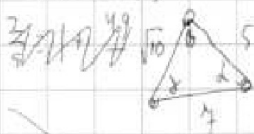
$$\angle A = \angle B = \angle C = ?$$

Ура (V)

$$\frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{c}{5} \cdot \frac{c}{5}$$

$$a = c \sqrt{\frac{2}{5}}$$

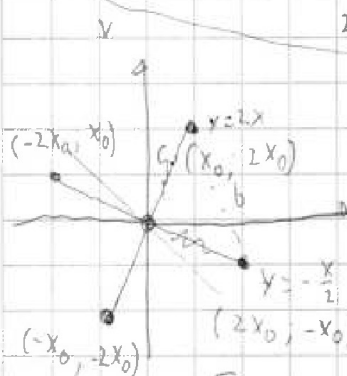
$$b = c + \frac{2c}{5} = \frac{7c}{5}$$



$$10 = 25 + 49 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \cos \alpha = 44 - 70 \cos \alpha \quad \cos \alpha = \frac{64}{70} = \frac{32}{35}$$

$$49 = 25 + 10 - 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{10} \cdot \cos \beta = 35 - 10\sqrt{10} \cos \beta \quad \cos \beta = -\frac{14}{10\sqrt{10}} = -\frac{7}{5\sqrt{10}}$$

$$25 = 10 + 49 - 2 \cdot \sqrt{10} \cdot 7 \cdot \cos \gamma = 59 - 14\sqrt{10} \cos \gamma \quad \cos \gamma = \frac{34}{14\sqrt{10}} = \frac{17}{7\sqrt{10}}$$



$$\begin{cases} 2x_0 = -x_0^5 + ax_0 \\ -x_0 = -32x_0^5 + 2ax_0 \\ 2x_0 = 1x_0^5 - ax_0 \\ x_0 = 32x_0^5 - 2ax_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_0^4 = -1 + a \\ -32x_0^4 = 2a - 1 \\ x_0^4 = 32a - 2 \end{cases}$$

Ответ: $2\sqrt{\frac{1}{6}}, \sqrt{\frac{15}{6}}, \sqrt{\frac{1}{6}}$
(V)

$$c = \sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$$

$$x_0^4 = a - 2 \quad 2a + 1 = 32a - 64 \quad 30a = 65 \quad a = \frac{65}{30} = \frac{13}{6}$$

$$32x_0^4 = 2a + 1 \quad x_0 = \frac{1}{\sqrt{6}}; \quad b = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \sqrt{2}$$

$$a + \frac{4}{b} = b + \frac{4}{c} = c + \frac{4}{a} \quad a^2bc + 7ac = ab^2c + 4ab = abc^2 + 4bc$$

$$abc + 4c = b^2c + 4b = bc^2 + \frac{4bc}{a} \quad a = \frac{4}{b + \frac{4}{c} - c} = \frac{4}{b^2 + \frac{4}{c^2} - 4} = \frac{4}{b^2 + \frac{49}{c^2} - 4} = \frac{4}{b^2 + \frac{49}{c^2} - 4} = \frac{4}{b^2 + \frac{49}{c^2} - 4}$$

$$abc + 4a = a^2c + 7c = a^2c + \frac{4ac}{b} \quad a = \frac{4}{b + \frac{4}{c} - c} = \frac{4}{b^2 + \frac{4}{c^2} - 4} = \frac{4}{b^2 + \frac{49}{c^2} - 4} = \frac{4}{b^2 + \frac{49}{c^2} - 4}$$

$$abc + 4b = a^2b + 7a = ab^2 + \frac{4ab}{c} \quad a = \frac{4}{b + \frac{4}{c} - c} = \frac{4}{b^2 + \frac{4}{c^2} - 4} = \frac{4}{b^2 + \frac{49}{c^2} - 4} = \frac{4}{b^2 + \frac{49}{c^2} - 4}$$

$$3abc + 7(a+b+c) = a^2b + ac^2 + b^2c + 7(a+b+c) = ab^2 + a^2c + b^2c + 4(\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c})$$

$$a^2b + ac^2 + b^2c = ab(a + \frac{4}{b}) + ac(c + \frac{4}{a}) = ab(b + \frac{4}{c}) + ac(a + \frac{4}{b}) + bc(c + \frac{4}{a}) =$$

$$abc = \frac{a^2b + ac^2 + b^2c}{3} + bc(b + \frac{4}{c}) + ac(a + \frac{4}{b}) = (a + \frac{4}{b})(ab + ac + bc)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

0 1
1 0
0 0
0 1

$(0; 1)$
 $(0, 0)$

(X_1, Y_1)

$(\frac{X_1}{\lambda+1}, \frac{Y_1}{\lambda+1}) = (\frac{X_1}{\lambda+1}, \frac{Y_1}{\lambda+1})$

$(X_1, -1)^2 + Y_1^2 = 36^2$

$(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2 = 36^2$

$X_3^2 + Y_3^2 = 19^2$

$(X_3 - \frac{X_1}{\lambda+1})^2 + (Y_3 - \frac{Y_1}{\lambda+1})^2 = (X_3 - \frac{\lambda}{\lambda+1})^2 + Y_3^2$

$(X_3 \lambda + X_3 - X_1)^2$

X_3, Y_3
 $X_2, 0$
 $0, 0$
 X_1, Y_1
 X_3, Y_3

$X_2 = 1, Y_2 = 0$

$X_3^2 + Y_3^2 = 19^2$
 $(X_2 - X_3)^2 + (Y_2 - Y_3)^2 = 36^2$

$(\frac{X_2 \lambda}{\lambda+1}, \frac{Y_2 \lambda}{\lambda+1}) = (\frac{\lambda}{\lambda+1}, 0)$

$\frac{25}{19} = C \lambda + (36 + h)(19 - C) - C(36 - h) - h(19 - C)$
 $= 5h + 36 \cdot 19 - 36 \cdot C - 19 \cdot h + hC - 36C + hC - 19h + 19C$
 $= 4hC$

$\frac{X_1 Y_3 - X_3 X_2 - Y_1 Y_3}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a + \frac{4}{b} = b + \frac{4}{c} = c + \frac{4}{a}$$

$$abc = k$$

$$c = \frac{k}{ab}$$

$$1) k^2 = 4ab$$

$$a + \frac{4}{b} = b + \frac{4ab}{k} = \frac{k}{ab} + \frac{4}{a}$$

$$k(k^2 - 4ab) = a^3(k^2 - 4ab)$$

$$a^3 = k$$

$$1) a + \frac{4}{b} = \frac{k}{ab} + \frac{4}{a}$$

$$a^2b + 4a = k + 4b$$

$$\sqrt{4} + \frac{4}{\sqrt{4}} = -\frac{\sqrt{4}}{2} + \frac{4}{2\sqrt{4}}$$

$$a + \frac{4}{b} = b + \frac{4ab}{a^3} = \frac{a^3}{ab} + \frac{4}{a}$$

$$a^2b + 4a = k + 4b$$

$$a^2b + 4a = k + 4b$$

$$a + \frac{4}{b} = b + \frac{4b}{a^2} = \frac{a^2}{b} + \frac{4}{a}$$

$$b = \frac{k - 4a}{a^2 - 4}$$

$$a^2 = \frac{k + 4b - 4a}{b} = 4 + \frac{k - 4a}{b}$$

$$2) a^2 = 4$$

$$k = (\sqrt{4})^3 = \sqrt{4}^3$$

$$ab + 4 = b^2 + \frac{4b^2}{a^2} = a^2 + \frac{4b^2}{a^2}$$

$$2) a + \frac{4ab}{k} = \frac{k}{ab} + \frac{4}{a} \Rightarrow (a^2 - 4) \frac{1}{a} b = b(a - \frac{4}{a}) = a^2 - 4$$

$$ab^2 + \frac{4ab^2}{k} = k + 4b$$

$$a = b$$

$$a = b = c$$

$$b^2(1 + \frac{4}{a^2}) = 4 + ab$$

$$F: k = \sqrt{4^3}$$

$$ab^2k + 4a^2b^2 = k^2 + 4bk$$

$$b^2(ak + 4a^2) = k^2 + 4bk$$

$$b^2(ak + 4a^2) = k^2 + 4bk$$

$$b^2(ak + 4a^2) + 4/k = k^2 + 4/k + 4gab$$

$$b^2(ak + 4a^2) = k^2 + 4gab$$

$$b^2(ak + 4a^2)(a^2 - 4)^2 = k^2(a^2 - 4)^2 + 4gab(a^2 - 4)^2$$

$$(k - 4a)^2(ak + 4a^2) = k^2(a^2 - 4a^2 + 4a^2) + 4gab(a^2 - 4a^2)$$

$$(k^2 - 4ak + 4a^2)(ak + 4a^2) = a^4k^2 - 4a^2k^2 + 4ak^2 + 4gab(a^2k - 4k - 4a^3 + 4ga)$$

$$ak^3 - 4a^2k^2 + 4ga^3k + 4ga^4 = a^4k^2 - 4a^2k^2 + 4ak^2 + 4ga^4k - 4ga^3k - 4ga^2 + 4ga^3$$

$$ak^3 = a^4k^2 - 4a^2k^2 + 4ak^2 + 4ga^4k - 4ga^3k - 4ga^2 + 4ga^3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

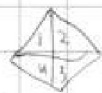
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} 19-C \\ -19h+19h = 19-19h \\ 36-h \\ -36C+36h = -36C \end{aligned}$$

