



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 11



1. [4 балла] Решите неравенство

$$|x^3 + 4| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 + 5|.$$

2. [4 балла] Сколько существует троек натуральных чисел $(a; b; c)$ таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение abc равно $2^{150} \cdot 3^{300}$?

3. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$x^2(y - 2) - x(13y - 27) + 44y - 94 = 0.$$

4. [5 баллов] Вокруг треугольника ABC описана окружность Ω . Точки D и E – середины сторон AB и AC соответственно, CF – биссектриса угла C треугольника ABC . Прямые ED и CF пересекаются в точке G , принадлежащей Ω . Найдите углы треугольника ABC , если известно, что площадь треугольника BCF в 16 раз больше площади треугольника DGF .

5. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции $y = x^5 + ax$. Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой $y = -3x$, а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра a и сторону квадрата.

6. [5 баллов] Числа a , b и c не все равны между собой, и при этом

$$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c} = c + \frac{5}{a}.$$

Найдите минимально возможное значение произведения abc .

7. [6 баллов] Равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$) вписан в окружность ω , а на дуге AC , не содержащей точку B , взяты точки E и D так, что отрезки AD и CE пересекаются в точке F . На лучах EA и DC отметили точки X и Y соответственно таким образом, что $AX = CF$ и $CY = AF$. Найдите площадь четырёхугольника $BXFY$, если $BF = 17$, $XY = 31$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$|x^3+4|+|x^2-1| \leq |x^3-x^2+5|; \quad x^3+4=a, \quad x^2-1=b$$

$$|a|+|b| \leq |a+b|$$

$|a|+|b| \leq |a+b|$, но по нер-бу 0 возможны $|a|+|b| > |a+b|$, соотв.

$$|a|+|b| = |a+b|$$

$$|x^3+4|+|x^2-1| = |x^3-x^2+5|$$

$$I. \quad a \geq 0 \quad b \geq 0; \quad a+b$$

$$\begin{aligned} x^3+4 &\geq 0 & 1-x^2 &\geq 0 \\ x^3 &\geq -4 & x^2 &\leq 1 \\ x &\geq -\sqrt[3]{4} & & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - x^2 + 5; \quad f'(x) = 3x^2 - 2x = 0 \\ &= x(3x-2) = 0 \\ x_1 &= 0 \\ x_2 &= \frac{2}{3} \\ f(x_1) &= 5 \\ f(x_2) &= \frac{8}{27} - \frac{4}{9} + 5 = \frac{8-4 \cdot 3 + 5 \cdot 27}{27} > 0 \\ \forall x \geq 0: f(x) &> 0 \end{aligned}$$

$$x^3+4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\sqrt[3]{4}; \quad x^2-1 \geq 0 \Rightarrow x = \pm 1; \quad f(x) = x^3 - x^2 + 5; \quad f(x) \geq 0$$

$$f(-1) = 5; \quad f(-\sqrt[3]{4}) < 0$$

x^2-1	+	+	+	-	+
x^3+4	-	+	+	+	+
$f(x)$	-	-	+	+	+
	$-\sqrt[3]{4}$	0	-1	1	

$$I. \quad x \geq 1; \quad x^3+4+x^2-1 = x^3-x^2+5$$

$$\begin{aligned} 2x^2 &\geq 2 \\ x^2 &\geq 1 \\ x &= \pm 1 \Rightarrow x=1 \end{aligned}$$

$$II. \quad x \in [-1; 1):$$

$$\begin{aligned} x^3+4-x^2+1 &= x^3-x^2+5 \\ x &\in \mathbb{R} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in [-1; 1) \end{aligned}$$

$$III. \quad x^3+4+x^2-1 = x^3-x^2+5 \Rightarrow x = \pm 1, \quad \pm 1 \notin$$

$$IV. \quad x \in [1; -1) \Rightarrow x^3+4+x^2-1 = x^3-x^2+5 \Rightarrow x = \pm 1, \quad \text{но } \pm 1 \notin [1; -1).$$

$$V. \quad x \in [-\sqrt[3]{4}; 1) \Rightarrow x^3+4+x^2-1 = x^3-x^2+5 \Rightarrow 2x^2 = -8$$

$$x^3 = -4 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{4}$$

$$VI. \quad x \in (-\infty; -\sqrt[3]{4}) \Rightarrow x^3-1-x^2+4 = -x^3+x^2-5 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \in (-\infty; -\sqrt[3]{4})$$

$$Orb; \quad x \in (-\infty; -\sqrt[3]{4}] \cup [-1; 1]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

a, b, c - первую член. прогрессию, т.е. $b = aq, c = bq = aq^2$, где
 q - множитель член. прогрессии, тогда

$$a \cdot b \cdot c = a \cdot aq \cdot aq^2 = a^3 q^3 = 2^{150} \cdot 3^{300} \Rightarrow aq = b = 2^{50} \cdot 3^{100}$$

$$a = \frac{b}{q} = \frac{2^{50} \cdot 3^{100}}{q}, \quad q - \text{натур. множитель числа } 2^{50} \cdot 3^{100},$$

а число множителей такого числа $(50+1)(100+1) =$
 $= 51 \cdot 101 = 5151$. Число $c = bq$ тоже будет натуральным,
потому что $b, q \in \mathbb{N}$.

Ответ: 5151.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) x^2(y-2) - x(13y-27) + 2(22y-47) = 0$$

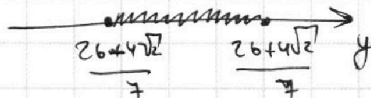
$$D_1 = (13y-27)^2 - 4(y-2) \cdot 2(22y-47) = 169y^2 - 702y + 729 - 8(22y^2 - 91y + 94) =$$

$$= 169y^2 - 176y^2 - 702y + 728y + 729 - 752 = -7y^2 + 26y - 23 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 7y^2 - 26y + 23 \leq 0$$

$$D_2 = 26^2 - 4 \cdot 7 \cdot 23 = 4(169 - 161) = 2^5$$

$$y_{1,2} = \frac{26 \pm \sqrt{2^5}}{7} = \frac{26 \pm 4\sqrt{2}}{7}, \quad 26$$



$$2) \frac{26+4\sqrt{2}}{7} \vee 5$$

$$26+4\sqrt{2} \vee 35$$

$$4\sqrt{2} \vee 9 \uparrow^2$$

$$32 < 81$$

$$\frac{26+4\sqrt{2}}{7} \vee 4$$

$$26+4\sqrt{2} \vee 28$$

$$4\sqrt{2} \vee 2 \uparrow^2$$

$$32 > 4$$

$$\frac{26-4\sqrt{2}}{7} \vee 3$$

$$26-4\sqrt{2} \vee 21$$

$$5 \vee 4\sqrt{2} \uparrow^2$$

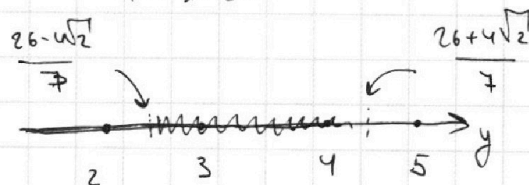
$$25 < 32$$

$$\frac{26-4\sqrt{2}}{7} \vee 2$$

$$26-4\sqrt{2} \vee 14$$

$$12 \vee 4\sqrt{2} \uparrow^2$$

$$144 \geq 32$$



если $y \in \mathbb{N}$, то $y \in \{3; 4\}$

$$I. y=3 : x^2(3-2) - x(13 \cdot 3 - 27) + 44 \cdot 3 - 94 = 0$$

$$x^2 - 12x + 38 = 0$$

$$D = 12^2 - 4 \cdot 38 = 4(6^2 - 38) < 0$$

$$II. y=4 : x^2(4-2) - x(13 \cdot 4 - 27) + 44 \cdot 4 - 94 = 0 ; 2x^2 - 25x + 82 = 0$$

$$D = 25^2 - 4 \cdot 2 \cdot 82 = 625 - 656 < 0. \quad \text{Ответ: } \emptyset.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5) \frac{BF}{FH} = \frac{BC}{AC} = \frac{4x}{5x+x} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = \cos \angle BCA$$

$$6) \angle C = \arccos \frac{2}{3}, \angle B = 90^\circ, \angle A = 90^\circ - \arccos \frac{2}{3} - \text{Ответ.}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

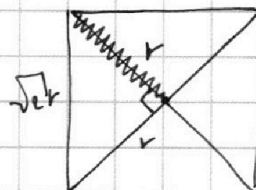
6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\rho(0; (x_1, y_1)) = \sqrt{\sqrt{-a-3} \cdot 10} = \sqrt{\sqrt{\frac{73}{24}-3} \cdot 10} = \sqrt{\sqrt{\frac{100}{24}}}$$
$$= \sqrt[4]{\frac{25}{8}}$$



вет илие расстояние
ли илии.

$$\text{сторона} = \sqrt{2} \cdot \rho(0; (x_1, y_1)) = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{25}{8}} = \sqrt[4]{\frac{25}{2}}$$

$$\text{Ответ: } a = -\frac{73}{24}, \text{ сторона} = \sqrt[4]{\frac{25}{2}}$$

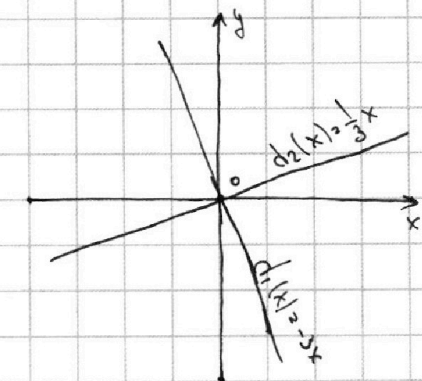
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Дисконанс квадрата перпендикулярен,
 $d_1(x) \perp d_2(x)$, и центр в $(0; 0) \Rightarrow$

$$d_2(x) = \frac{1}{3}x.$$

2) $f(x) = x^5 + ax$ — нечетная функция

$$f(x) \cap d_1(x) \Leftrightarrow f(x) - d_1(x) = 0$$

$$x^5 + ax + 3x = 0$$

$$x^5 + (a+3)x = 0, x=0 - \text{тр. квадрата стороны } O, \text{ выходящая.}$$

$$x^4 = -a-3 \Rightarrow x_{12} = \pm \sqrt[4]{-a-3}, y_{12} = d_1(x_{12}) = \pm \frac{1}{3} \sqrt[4]{-a-3}, a \leq -3$$

Аналогично $f(x) - d_2(x) = 0$

$$x^5 + ax - \frac{1}{3}x = 0$$

$$x^4 = \frac{1}{3} - a \Rightarrow x_{34} = \pm \sqrt[4]{\frac{1}{3} - a}, y_{34} = d_2(x_{34}) = \pm \frac{1}{3} \sqrt[4]{\frac{1}{3} - a}, a \leq \frac{1}{3}$$

3) Т.ч. $f(x), d_1(x), d_2(x)$ — нечетные функции, то

$$\rho(0; (x_1; y_1)) = \rho(0; (x_2; y_2)) ; \rho(0; (x_3; y_3)) = \rho(0; (x_4; y_4))$$

ρ — расстояние.

Нужно, чтобы $\rho(0; (x_1; y_1)) = \rho(0; (x_3; y_3))$ — квадрат.

$$\sqrt{\sqrt{-a-3} + 9\sqrt{-a-3}} = \sqrt{\sqrt{\frac{1}{3}-a} + \frac{1}{9}\sqrt{\frac{1}{3}-a}}$$

$$10\sqrt{-a-3} = \frac{10}{9}\sqrt{\frac{1}{3}-a} \Rightarrow \sqrt{-a-3} = \frac{1}{9}\sqrt{\frac{1}{3}-a}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{-a-3}{\frac{1}{3}-a}} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{a+3}{a-\frac{1}{3}} = \frac{1}{81} \Rightarrow a = -\frac{73}{24}.$$

Продолжение...



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c} = c + \frac{5}{a}$$

$$a + b + c + 5 \left(\frac{ab + bc + ca}{abc} \right) = 3S$$

$$\begin{cases} a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c} \\ a + \frac{5}{b} = c + \frac{5}{a} \end{cases} \quad a = \frac{5}{b} \sqrt{\frac{5}{c}} \quad b + \frac{5}{c} - \frac{5}{b}$$

$$c + \frac{5}{b + \frac{5}{c} - \frac{5}{b}} = c + \frac{5bc}{b^2c + 5(b-c)}$$

$$a + \frac{5}{b} = c + \frac{5bc}{b^2c + 5(b-c)}$$

$$b = \sqrt{ac}$$

$$a = c + \frac{5bc}{b^2c + 5(b-c)} - \frac{5}{b}$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$= 3(ab + bc + ca)$$

$$(a + b + c)^3 =$$

$$a + \frac{5}{\sqrt{ac}} = \sqrt{ac} + \frac{5}{b}$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 + 3(ab + bc + ca)$$

$$\left(a + \frac{5}{b}\right) \left(b + \frac{5}{c}\right) \left(c + \frac{5}{a}\right) = \left(ab + 5 + \frac{5a}{c} + \frac{25}{bc}\right) \left(c + \frac{5}{a}\right) =$$

$$= abc + 5c + 5a + \frac{25}{b} + 5b + \frac{25}{a} + \frac{25}{c} + \frac{125}{abc} = S^3$$

$$abc + 5(a + b + c) + 25 \left(\frac{ab + bc + ca}{abc} \right) + \frac{125}{abc} = S^3$$

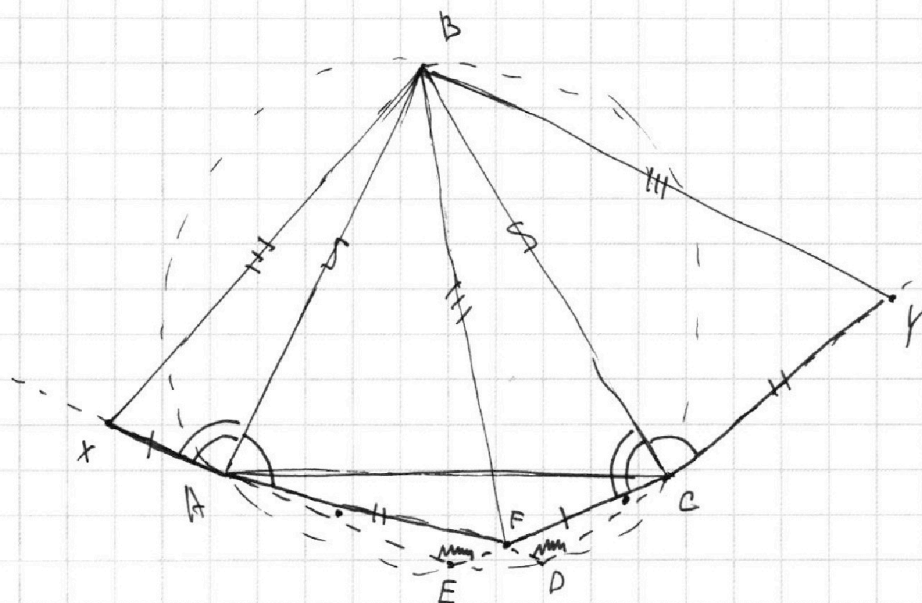
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$1) \angle AEC = \angle ADC \text{ (вне.)}, \angle EFA = \angle DFC \text{ (верт.)} \Rightarrow \angle EAF = \angle DCF = \angle$$

$$2) \angle BAD + \angle BED = 120^\circ \text{ (вне.)} = \angle BAD + \angle BCF + \angle \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BAD + \angle BCF = 120^\circ - \angle \Rightarrow \angle BCF = \angle BAD \text{ и } \angle BAX = \angle BCF$$

$$3) \triangle BAX = \triangle BCF \text{ (углы и две прил. стороны)} \Rightarrow BX = BF$$

$$\triangle BAF = \triangle BCY \text{ (углы и две прил. стороны)} \Rightarrow BF = BY \Rightarrow$$

$$\triangle XAF = \triangle FCY \text{ (углы и две прил. стороны)} \Rightarrow XF = FY$$

$$\Rightarrow BXFY - \text{ромб} \Rightarrow BF \perp XY \Rightarrow S_{BXFY} = BF \cdot XY \cdot \sin \frac{\pi}{2} =$$

$$= BF \cdot XY \cdot 1 = 17 \cdot 31 = 527.$$

Ответ: 527

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☒	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$b = \sqrt{ac}$$

$$abc = a^{\frac{3}{2}} c^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{150}{2}} \cdot 3^{\frac{300}{2}}$$

$$(ac)^3 = 2^{300} \cdot 3^{600}$$

$$ac = 2^{100} \cdot 3^{200} \Rightarrow b = 2^{50} \cdot 3^{100} = aq$$

$$a \cdot q^2 = c \Rightarrow a^2 q = 2^{100} \cdot 3^{200}$$

$$a, aq, aq^2 \quad aq = 2^{50} \cdot 3^{100} \Rightarrow aq = b = 2^{50} \cdot 3^{100} \quad 702$$

$$a = \frac{2^{50} \cdot 3^{100}}{b}$$

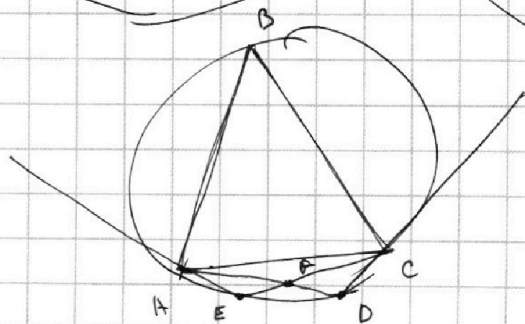
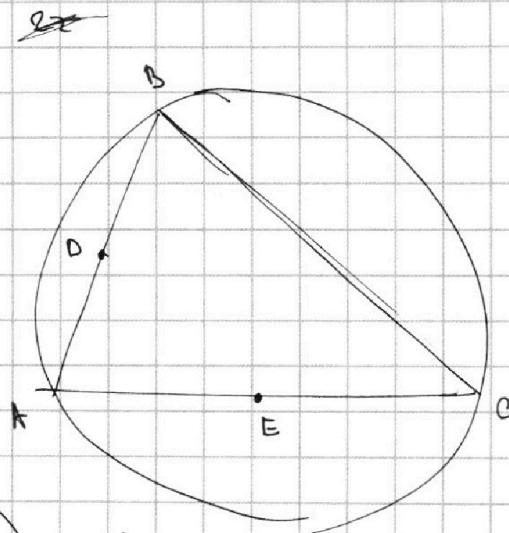
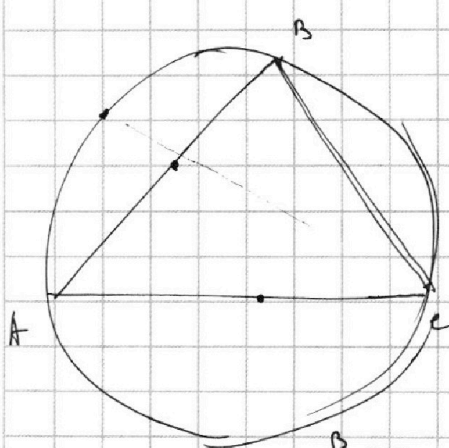
$$D = (13y - 27)^2 - 4(y - 2)(44y - 94) \geq 0$$

$$169y^2 - 702y + 729 - (4y - 8)(44y - 94)$$

$$= 400 - 4y =$$

$$51 \cdot 101 =$$

$$= 5151$$





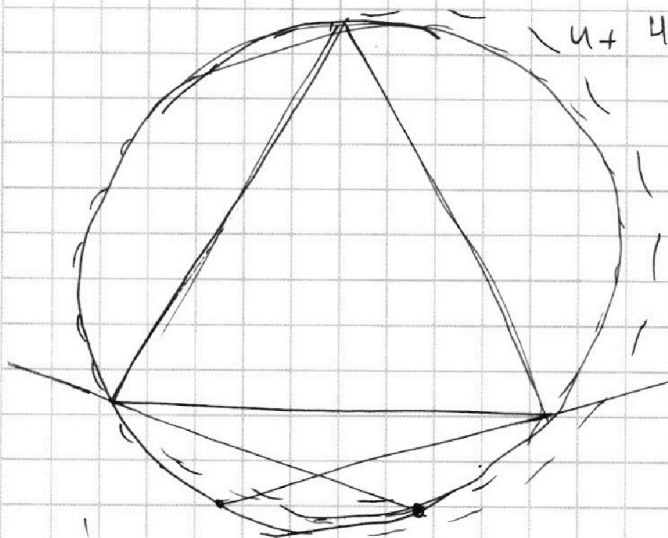
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$11 + 4 + 5 + 4 + 6 = 29$$

$$\frac{a+b}{6} \rightarrow \frac{a+b}{6} \rightarrow \frac{a+b}{6}$$

$$a+b+c+5\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) = 35$$

$$a+b+c+5\left(\frac{a+b+c}{abc}\right) = 35$$

$$(a+b+c)\left(1+\frac{5}{abc}\right) = 35$$

$$V \rightarrow R$$

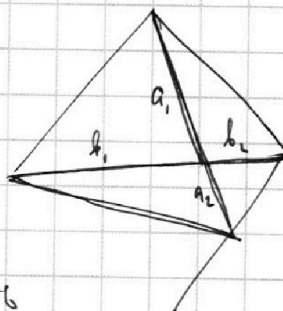
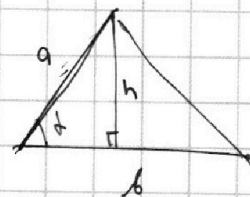
$$7 \cdot 16 - 26 \cdot 4 + 23 =$$

$$R \rightarrow X$$

$$C \rightarrow A = 112 + 23 - 104$$

$$abc$$

$$\frac{1}{2}bh$$



$$\frac{h}{a} = \sin \alpha$$

$$\angle \alpha + \angle \beta + \angle \gamma = 180^\circ$$

$$\angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ - \angle \gamma$$

$$D = 25^2 - 4 \cdot 2 \cdot 82 = 625 - 656$$

$$7 \cdot 9 - 26 \cdot 3 + 23 = 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 82 \\ \hline 8 \\ 656 \\ \hline 63 \\ + 23 \\ \hline 86 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ \times 26 \\ \hline 26 \\ + 3 \\ \hline 29 \\ + 26 \\ \hline 55 \\ \hline 4 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

☐

2

☐

3

☐

4

☐

5

☐

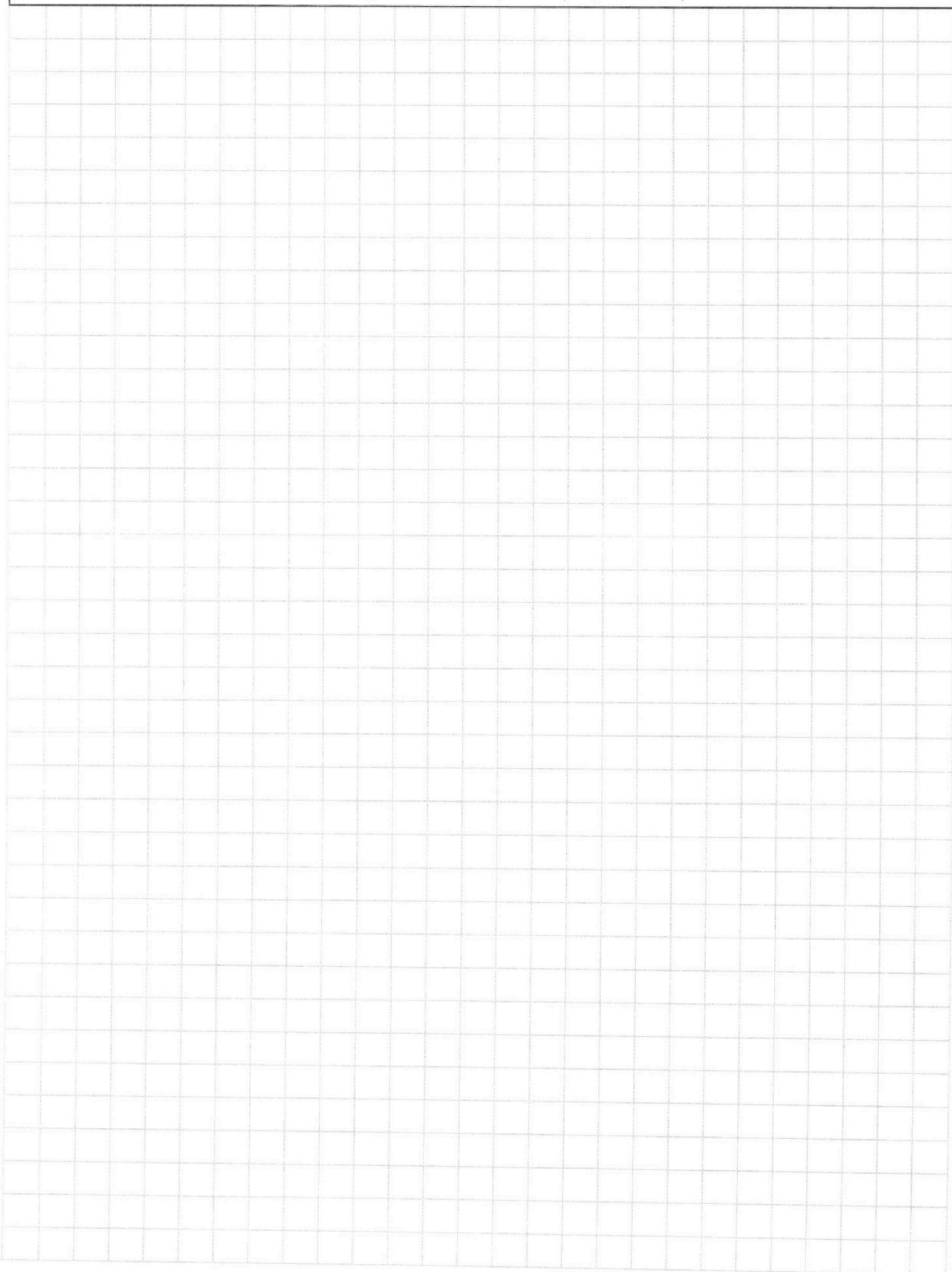
6

☐

7

☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

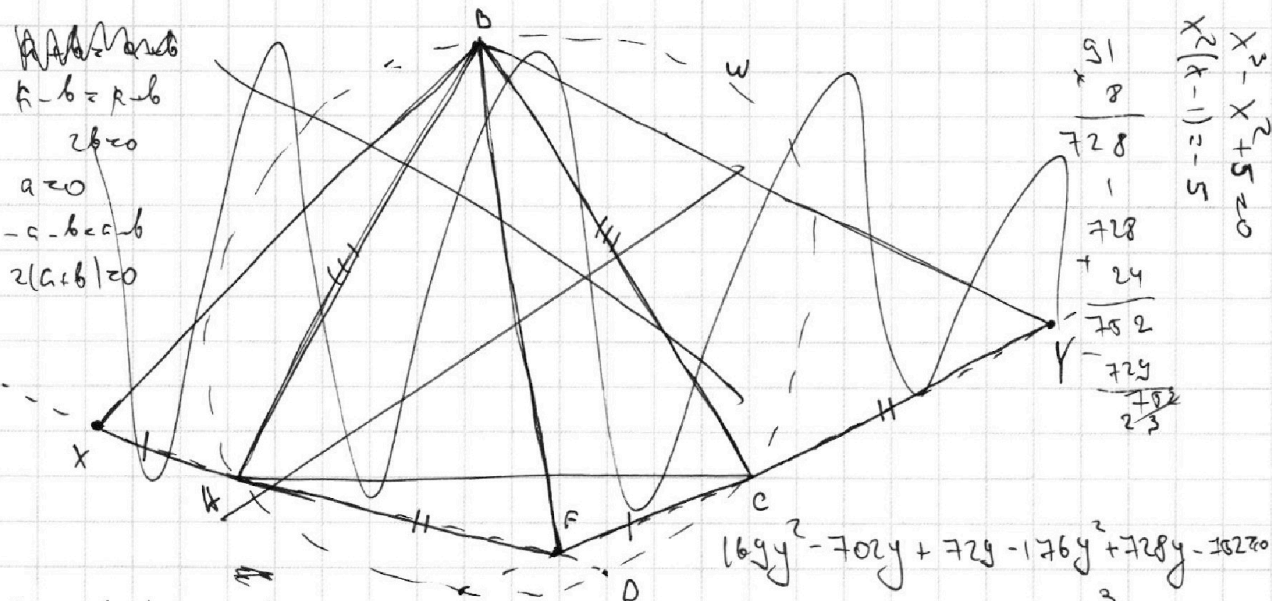
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a-b &= p-b \\ 2b &= 0 \\ a &= 0 \\ -a-b &= a-b \\ 2(a+b) &= 0 \end{aligned}$$



$$|a| + |b| \leq |a-b|$$

$$a-b \geq |a| + |b|$$

$$b-a \geq |a| + |b|$$

$$|a| + |-b| \leq |a+b|$$

$$|a| + |b| \leq |a+b|$$

$$|a| + |b| = |a+b|$$

$$|x^3 + u| + |1-x^2| = |x^3 - x^2 + 5|$$

$$x \leq 1$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

$$3x^2 - 2x = 0$$

$$x(3x-2) = 0$$

$$x = 0$$

$$3x-2 = 0$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} x^2 - x + 5 &= 0 \\ x^2(x-1) &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 91 \\ \times 8 \\ \hline 728 \\ 1 \\ \hline 728 \\ + 24 \\ \hline 752 \\ - 729 \\ \hline 23 \end{array}$$

$$169y^2 - 702y + 729 - 176y^2 + 728y - 752 = 0$$

$$-7y^2 + 26y - 23 = 0$$

$$7y^2 - 26y + 23 \leq 0$$

$$D = 26^2 - 4 \cdot 7 \cdot 23 = 676 - 644 = 32$$

$$676 - 644 = 32$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 23 \\ \hline 84 \\ + 560 \\ \hline 644 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 81 \\ \hline 4(2-9) \neq 581 \\ 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + \\ 9 \\ \hline 18 \end{array}$$

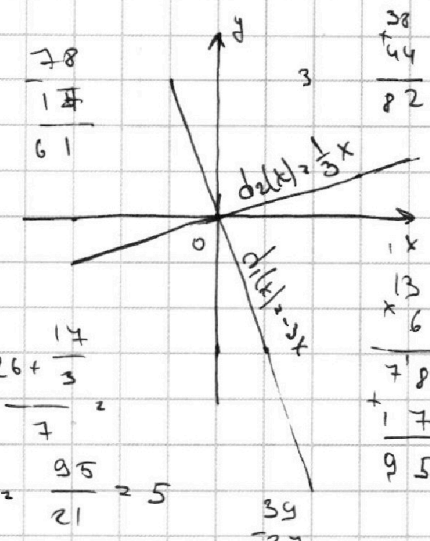
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$4x + 4x + 4x + 4 = 13$$

$$2 \cdot 10 + 10 + 13 = 33$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 7 \\ \hline 161 \end{array}$$

$$20^2 - 7^2 = \frac{3^2 - 1^2}{2} = 2$$

$$400 - 49 = 351$$

$$1 + \frac{2}{2} = \frac{3}{2}$$

$$22y^2 - 91y + 94$$

$$8(22y^2 - 91y + 94)$$

$$\frac{17}{12} 24^2 = 3$$

$$\frac{17}{12} \cdot 4 = \frac{17}{3}$$

$$2a = -\frac{91}{3}$$

$$a = -\frac{91}{27}$$

$$20^2 - 7^2 = 301$$

$$\frac{91}{27} \cdot 2 = \frac{182}{27}$$

$$x^2(y-2) + x(3y-27) + 2(22y-47) = 0$$

$$D = (3y-27)^2 - 8(y-2)(22y-47) = 0$$

$$169y^2 - 202y + 729 - 176y^2 = 0$$

$$f(x) = x^5 + ax$$

$$d_1(x) = -3x$$

$$d_2(x) = \frac{1}{3}x$$

$$\sqrt{\frac{\frac{1}{3}-a}{-a-3}} = 100$$

$$\frac{\frac{1}{3}-a}{-a-3} = 100$$

$$f(x) - d_1(x) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^5 + (a+3)x = 0$$

$$x^4 + a + 3 = 0$$

$$x^4 = -a-3$$

$$x^4 - (-a-3) = 0$$

$$(x^2 - \sqrt{-a-3})(x^2 + \sqrt{-a-3}) = 0$$

$$\frac{1}{3} - a = 10(-a-3)$$

$$\frac{1}{3} - a = -10a - 30 \Rightarrow 9a = -30\frac{1}{3} \Rightarrow a = -3\frac{1}{3}$$

$$x^2 = -\sqrt{-a-3}$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-a-3}$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-a-3}$$

$$P(x, y) = P(0, (x, y))$$

$$= \sqrt{\frac{1}{3}-a} + \sqrt{\frac{1}{3}-a} = P(0, (x_3, y_3)) =$$

$$10\sqrt{-a-3} = \frac{1}{10}\sqrt{\frac{1}{3}-a}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{3}-a} + \frac{1}{9}\sqrt{\frac{1}{3}-a}}$$

$$f(x) - d_2(x) = 0$$

$$x^5 + (a - \frac{1}{3})x = 0$$

$$x^4 + a - \frac{1}{3} = 0$$

$$x^4 = (\frac{1}{3} - a)$$

$$(x^2 - \sqrt{\frac{1}{3}-a})(x^2 + \sqrt{\frac{1}{3}-a}) = 0$$

$$(x - \sqrt{\frac{1}{3}-a})(x + \sqrt{\frac{1}{3}-a}) = 0$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{1}{3}-a}$$

$$x_{3,4} = \pm \sqrt{\frac{1}{3}-a}$$

$$x_{3,4} = \pm \sqrt{\frac{1}{3}-a}$$

$$y_{3,4} = \pm \sqrt{\frac{1}{3}-a}$$