



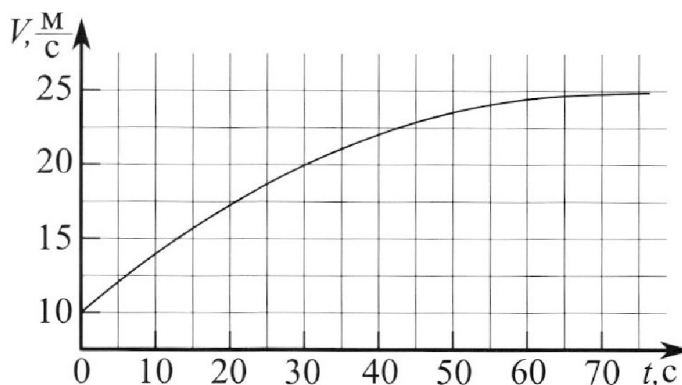
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 11-03

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Автомобиль массой $m = 1500$ кг движется с постоянной скоростью и затем разгоняется на прямолинейном горизонтальном участке дороги. График зависимости скорости от времени при разгоне показан на рисунке. В конце разгона сила тяги двигателя равна $F_k = 600$ Н. Считать, что при разгоне сила сопротивления движению пропорциональна скорости.



- 1) Используя график, найти ускорение автомобиля в начале разгона.
- 2) Найти силу тяги F_0 в начале разгона.
- 3) Какая мощность P_0 передается от двигателя на ведущие колеса в начале разгона?

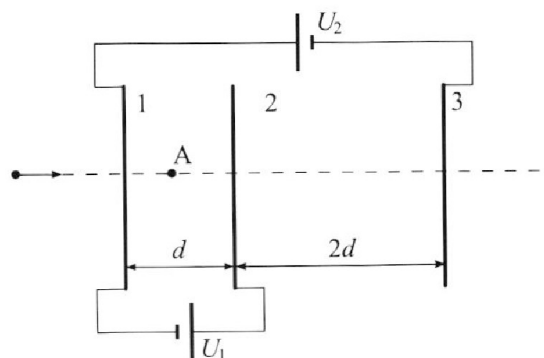
Требуемая точность численного ответа на первый вопрос ориентировочно 10%.

2. Герметичный вертикальный цилиндрический сосуд объемом V разделён тонким невесомым теплопроводящим герметичным поршнем (диск соосный с сосудом) на две равные части. Поршень может перемещаться без трения. В верхней части цилиндра находится гелий, а в нижней - вода и углекислый газ. В начальный момент система находилась в равновесии при давлении $P_0 = P_{\text{атм}}/2$ ($P_{\text{атм}}$ - нормальное атмосферное давление) и при комнатной температуре T_0 . При этом жидкость занимала объём $V/4$. Затем цилиндр медленно нагрели до $T = 373$ К. Установившийся объём его верхней части стал равен $V/5$.

По закону Генри, при заданной температуре количество Δn растворённого газа в объёме жидкости w пропорционально парциальному давлению p газа: $\Delta n = kpw$. Объём жидкости при этом практически неизменен. Для углекислого газа константа Генри для данной комнатной температуры $k \approx 0,5 \cdot 10^{-3}$ моль/(м³·Па). При конечной температуре T углекислый газ в воде практически не растворяется. Можно принять, что $RT \approx 3 \cdot 10^3$ Дж/моль, где R - универсальная газовая постоянная. Давлением водяных паров при комнатной температуре и изменением объёма жидкости в процессе нагревания пренебречь. Все газы считать идеальными.

- 1) Найти отношение количеств вещества в газообразном состоянии в верхней и нижней частях до нагревания.
- 2) Определите отношение конечной и начальной температур в сосуде T/T_0 .

3. Три проводящие плоские мелкие сетки находятся друг напротив друга на расстояниях d и $2d$ (см. рис.). Размеры сеток значительно больше d . Изначально сетки не заряжены. К сеткам подсоединили источники с напряжением $U_1 = U$ и $U_2 = 3U$. Частица массой m и зарядом $q > 0$ движется по направлению к сеткам и перпендикулярно сеткам, имея скорость V_0 на расстоянии от сеток, намного большем их размеров. Частица пролетает через сетки, не отклоняясь от прямолинейной траектории. Заряд q намного меньше модуля зарядов сеток.



- 1) Найти модуль ускорения частицы в области между сетками 1 и 2.
- 2) Найти разность $K_1 - K_2$, где K_1 и K_2 — кинетические энергии частицы при пролете сеток 1 и 2.
- 3) Найти скорость частицы в точке А на расстоянии $d/4$ от сетки 1.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 11-03

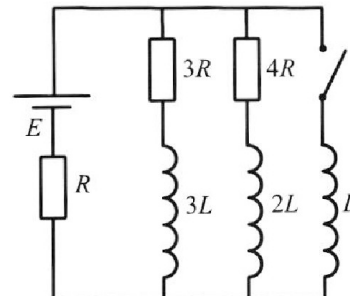
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



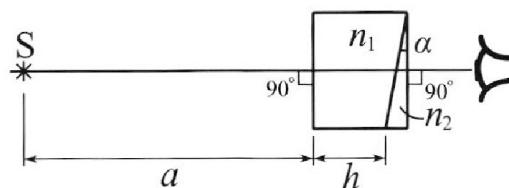
4. Параметры цепи указаны на схеме, все элементы идеальные. Ключ разомкнут, режим в цепи установился. Затем ключ замыкают.

- 1) Найти ток I_0 через резистор с сопротивлением $3R$ при разомкнутом ключе.
- 2) Найти скорость возрастания тока в катушке индуктивностью L сразу после замыкания ключа.
- 3) Какой заряд протечет через резистор с сопротивлением $3R$ при замкнутом ключе?

Ответы давать с числовыми коэффициентами в виде обыкновенных дробей.



5. Оптическая система состоит из двух призм с показателями преломления n_1 и n_2 и находится в воздухе с показателем преломления $n_v = 1,0$. Точечный источник света S расположен на расстоянии $a = 90$ см от системы и рассматривается наблюдателем так, что источник и глаз наблюдателя находятся на прямой, перпендикулярной наружным поверхностям призм (см. рис.). Угол $\alpha = 0,1$ рад можно считать малым, толщина $h = 14$ см. Толщина призмы с показателем преломления n_2 на прямой «источник – глаз» намного меньше h . Отражения в системе не учитывать.



- 1) Считая $n_1 = n_v = 1,0$, $n_2 = 1,7$, найдите на какой угол отклонится системой луч, идущий от источника перпендикулярно левой грани системы.
- 2) Считая $n_1 = n_v = 1,0$, $n_2 = 1,7$, найдите расстояние между источником и его изображением, которое будет видеть наблюдатель.
- 3) Считая $n_1 = 1,4$, $n_2 = 1,7$, найдите на каком расстоянии от источника будет его изображение, которое увидит наблюдатель.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н 1.

В конце разгона ускорение автомобиля $a = \frac{dv}{dt} \rightarrow 0$ (очень мало).

Можно записать условие равновесия для движущегося автомо-

биля: $F_k = \alpha v_k$ (здесь $v_k = 25 \text{ м/с}$ - скорость автомобиля в конце

разгона, α - коэффициент пропорциональности между силой сопротив-

ления движению и скоростью). Отсюда находим $\alpha = \frac{F_k}{v_k} = 24 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}$

Ускорение автомобиля в начальный момент времени определяется

как тангенс угла наклона касательной к графику $v(t)$ при $t=0$.

В первые 5 с скорость меняется почти линейно и в момент времени

5 с составляет примерно $10 \frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{4}{5} \cdot 2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, то есть изме-

нение скорости $\Delta v \approx 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, и ускорение $a_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{5 \text{ с}} \approx 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Запишем второй закон Ньютона для автомобиля в начальный

момент времени: $ma_0 = F_0 - \alpha v_0 \Rightarrow F_0 = ma_0 + \alpha v_0 = ma_0 + F_k \frac{v_0}{v_k} =$

$$= 1500 \text{ кг} \cdot 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + 24 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 840 \text{ Н}$$

Мощность двигателя идёт на разгон автомобиля и работу

против ^{сопротивления} ~~трения~~ ~~воздуха~~ воздуха (в начале разгона колёса не про-
(у нижней точки колеса скорость не v_0 , поэтому про неё нужно сказать отдельно (силы нельзя
скальзывают, и мощность сил трения равна 0) $\Rightarrow P_0 = m v \frac{dv}{dt} + \alpha v^2$ ^{при} _{поиск мощности}

$$v = v_0 \text{ и } a = a_0 \quad P_0 = m v_0 a_0 + \alpha v_0^2 = F_0 v_0 \approx 8,4 \text{ кВт}$$

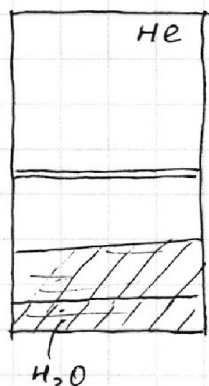
Ответ: $a_0 \approx 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $F_0 \approx 840 \text{ Н}$, $P_0 \approx 8,4 \text{ кВт}$.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



н 2.

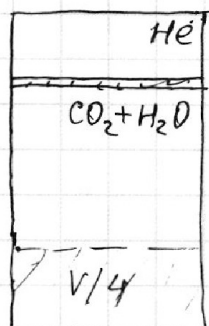


При комнатной температуре давление снизу создается только угл. газом (в газообразном состоянии), тогда его давление было равно $P_0 = \frac{P_{атм}}{2}$,

а для количества растворенного газа $\Delta V = k \frac{P_{атм}}{2} \cdot \frac{V}{4} = \frac{1}{8} k P_{атм} V$. Количество CO_2 в газообразном состоянии

найдем из уравн. Менд.-Клап.: $P_0 \left(\frac{V}{2} - \frac{V}{4} \right) = \nu_1 R T_0 \Rightarrow \nu_1 = \frac{P_0 V}{4 R T_0} = \frac{P_{атм} V}{8 R T_0}$

То есть полное количество CO_2 $\nu_{CO_2} = \nu_1 + \Delta \nu = \frac{P_{атм} V}{8} \left(k + \frac{1}{R T_0} \right)$



В конечном состоянии следует учитывать давление насыщенного вод. пара (в равновесии с жидкостью), при $T = 373 K = 100^\circ C$, равное $P_{атм}$.

Для газа в начале и в конце: $\frac{P_{атм}}{2} \cdot \frac{V}{2} = \nu_{He} R T_0$

$P_K \cdot \frac{V}{5} = \nu_{He} R T \Rightarrow \frac{4}{5} \cdot \frac{P_K}{P_{атм}} = \frac{T}{T_0} \Rightarrow P_K = \frac{5T}{4T_0} \cdot P_{атм}$

Давление CO_2 снизу найдем из условия $P_{CO_2} + P_{атм} = \frac{5T}{4T_0} \cdot P_{атм} \Rightarrow$

$\Rightarrow P_{CO_2} = \left(\frac{5T}{4T_0} - 1 \right) \cdot P_{атм}$. Объем CO_2 в конце $V_K = V - \frac{V}{5} - \frac{V}{4} = \frac{11}{20} V$.

Так как при темп. T CO_2 не растворится, его кол-во в газообразном

состоянии равно $\nu_{CO_2} \Rightarrow \left(\frac{5T}{4T_0} - 1 \right) P_{атм} \cdot \frac{11}{20} V = \frac{P_{атм} V}{8} \left(k + \frac{1}{R T_0} \right) \cdot R T$

Отсюда, сокращая на $P_{атм} V$, получим $\frac{11}{20} \left(\frac{5T}{4T_0} - 1 \right) = \frac{1}{8} \left(k R T + \frac{T}{T_0} \right)$

$\frac{11}{16} \cdot \frac{T}{T_0} - \frac{11}{20} = \frac{k R T}{8} + \frac{1}{8} \frac{T}{T_0} \Rightarrow \frac{9}{16} \frac{T}{T_0} = \frac{k R T}{8} + \frac{11}{20}, \frac{T}{T_0} = \frac{2}{9} k R T + \frac{44}{45} \Leftrightarrow$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

и 2 - продолжение

$$\Rightarrow \frac{2}{9} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^3 + \frac{44}{45} = \frac{1}{3} + \frac{44}{45} = \frac{44+15}{45} = \frac{59}{45} \approx 1,3$$

Ответим теперь на первый вопрос. Температура газов сверху и снизу равна, т.к. поршень теплопроводящий. Уравнения М.-К. для газов сверху и снизу: $P_0 \cdot \frac{V}{2} = \nu_{\text{верх}} RT_0$, $P_0 \cdot \left(\frac{V}{2} - \frac{V}{4}\right) = \nu_{\text{ниж}} RT_0$

Тогда $\frac{\nu_{\text{верх}}}{\nu_{\text{ниж}}} = \frac{P_0 V/2}{P_0 V/4} = 2$

Ответ: $\frac{\nu_{\text{верх}}}{\nu_{\text{ниж}}} = 2$, $\frac{T}{T_0} \approx \frac{59}{45} \approx 1,3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н 3.

Так как размеры сеток много больше d , будем считать сетки идеальными конденсаторами, электрическое поле внутри которых однородно (норазное в областях 12 и 23) и направлено перпендикулярно пластинкам. Пусть поле в области 12 равно E_{12} , в области 23 E_{23} . Тогда напряжение между пластинами 1 и 2 $U_1 = U = E_{12}d$ (E_{12} направлено влево, так как потенциал сетки 2 больше потенциала сетки 1) $\Rightarrow E_{12} = \frac{U}{d}$.

Значит в области 12 частица будет тормозиться, и на неё действует сила $F_{12} = E_{12}q = \frac{qU}{d} = ma_1 \Rightarrow a_1 = \frac{qU}{md}$ — ускорение в области 12.

При пролёте от сетки 1 к сетке 2 потенциал ее возрос на $U_1 = U$. Тогда можно записать закон сохранения энергии: $K_1 + q\varphi_1 = K_2 + q\varphi_2$ (изменением энергии взаимодействия заряда с ветками пренебрежем)

Тогда $K_1 - K_2 = q(\varphi_2 - \varphi_1) = qU_1 = qU$.

Суммарный заряд сеток равен нулю, поэтому, как и в случае плоского конденсатора, считаем поле вне пластин равным нулю. Тогда около пластины 1 скорость частицы всё ещё равна v_0 , и только при влёте в систему она начинает меняться.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~ 3- продолжение

В положении на расстоянии $\frac{d}{4}$ ~~потенциал~~ от сетки 1 потенциал больше, чем потенциал сетки 1, на $E_{12} \frac{d}{4} = \frac{U}{4}$.

Тогда закон сохранения энергии $q\varphi_1 + \frac{mv_0^2}{2} = q(\varphi_1 + \frac{U}{4}) + \frac{mv^2}{2}$

Отсюда $v^2 = v_0^2 - \frac{qU}{2m}$, и $v = \sqrt{v_0^2 - \frac{qU}{2m}}$ при $v_0^2 \geq \frac{qU}{2m}$. В противном

случае частица не долетит до нужного положения.

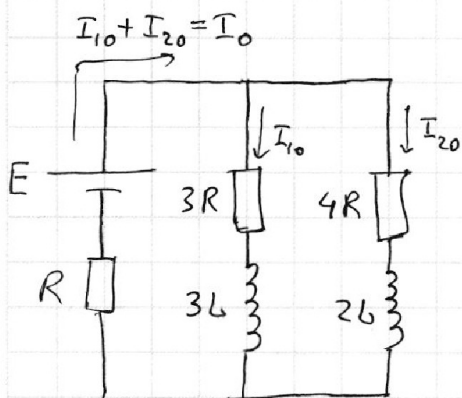
Ответ: $a_1 = \frac{qU}{m\omega}$, $K_1 - K_2 = qU$, $v = \sqrt{v_0^2 - \frac{qU}{2m}}$ при $v_0^2 \geq \frac{qU}{2m}$ и

решения не сущ. при $v_0^2 < \frac{qU}{2m}$.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~ 4.



В установившемся режиме ток через катушки не меняется, значит напряжение на них равно нулю.

Пусть ток через $4R$ I_{20} , тогда

$$3RI_{10} = 4RI_{20} \text{ и } I_{20} = \frac{3}{4}I_{10}, \text{ и общий}$$

ток (через E) $I_0 = I_{10} + I_{20} = \frac{7}{4}I_{10}$. Закон Кирхгофа:

$$E = 3RI_{10} + R \cdot \frac{7}{4}I_{10} = \frac{19}{4}RI_{10} \Rightarrow I_{10} = \frac{4E}{19R}$$

Токи I_{10} и I_{20} через катушки не могли поменяться мгновенно, значит не поменялся и ток через E I_0 (в катушке L в начальный момент ток тоже равен нулю). Тогда напряжение на катушке L

$$U_L = E - I_0 R = I_{10} \cdot 3R = \frac{12}{19}E = L \frac{dI_L}{dt} \Rightarrow \frac{dI_L}{dt} = \frac{12E}{19L}$$

В установившемся режиме напряжение на катушке L равно нулю, тогда конечный ток I_K удовл. условию $E - RI_K = 0 \Rightarrow I_K = \frac{E}{R}$

Весь ток I_K течёт через L , т.к. на каждой катушке напряж. 0 и напряж. на катушке + резисторе = 0 $\Rightarrow$ ток через резисторы $3R$ и $4R$ 0.

Закон Кирхгофа: $3L \frac{dI_1}{dt} + 3RI_1 = L \frac{dI_L}{dt}$ (направл. токов совпадают). Делим на dt : $3L dI_1 + 3RI_1 dt = L dI_L$. Но $I_1 dt = d\varphi$ - заряд, прошедший через резистор $3R$ за время dt . Суммируем это выраж.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~ 4 - продолжение

-шение: $3L \Delta I_1 + 3R \Delta \varphi = L \Delta I_L$. Но $\Delta I_1 = I_{1K} - I_{10} = 0 - \frac{4E}{19R} = -\frac{4E}{19R}$,

$$\Delta I_L = I_K - 0 = \frac{E}{R}. \text{ Подставляем: } -3L \cdot \frac{4E}{19R} + 3R \Delta \varphi = \frac{LE}{R}$$

$$\text{Отсюда } 3R \Delta \varphi = \frac{LE}{R} \left(1 + \frac{12}{19}\right) = \frac{31LE}{19R}. \text{ Выражаем } \Delta \varphi = \frac{31LE}{57R^2}$$

$$\text{Ответ: } I_{10} = \frac{4E}{19R}, \quad \frac{dI_L}{dE}(0) = \frac{12E}{19L}, \quad \Delta \varphi = \frac{31LE}{57R^2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

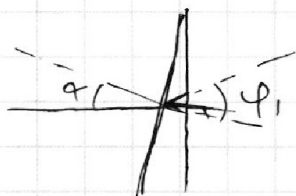
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~ 5.



Излучений перпендикулярно левой грани луч

впервые преломляется на гипотенузе призмы.

Для этого преломление введём угол φ к нормали

гипотенузы, под кот. ~~выходит~~ ~~начинает~~ идти луч внутри призмы.

Закон Снелля $n_1 \alpha = n_2 \varphi_1 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{n_1}{n_2} \alpha < \alpha$ (рисунок сделан не

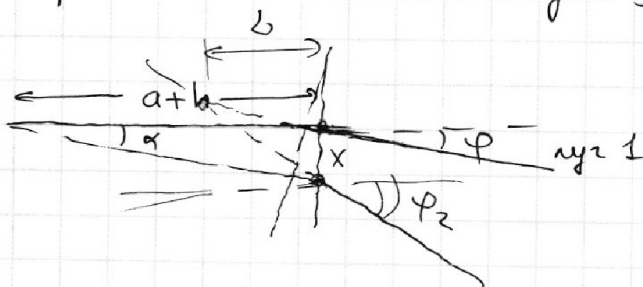
вполне корректно). Угол к нормали правой грани $\varphi_2 = |\varphi_1 - \alpha| =$

$= \alpha \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right)$. Закон Снелля для преломления на этой поверхности

$n_2 \varphi_2 = n_1 \varphi$, где φ - искомый угол отклонения луча. Тогда

$$\varphi = n_2 \cdot \alpha \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) = \alpha (n_2 - n_1) = 0,07 \text{ рад}$$

Изображение находится в точке пересечения лучей от источника, прошедших через призму. Можно рассмотреть луч, идущий перпендикулярно гипотенузе (в таком случае он не будет на ней преломляться). Призма с показ. прелом. $n_1 = 1$ - воздух, и луч на ней не преломляется. Для этого луча закон преломления $n_2 \alpha = \varphi_2$



(φ_2 - угол, под которым
выходит второй луч)

Расстояние между точка-

ми преломления лучей $x \approx (a+b)\alpha$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~ 5 (продолжение)

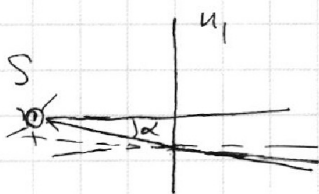
Пусть продолжения лучей пересекаются на расстоянии L от преломляющей поверхности. Тогда, поскольку углы малы:

$$L\varphi_2 - L\varphi = L(\varphi_2 - \varphi) = L(n_2\alpha - (n_2 - n_1)\alpha) = \alpha L = (a + h)\alpha$$

Отсюда $L = a + h$, то есть лучи пересекаются над источником.

$$\text{Высота изображения над источником } h \approx \varphi L = (\varphi \alpha (n_2 - 1)(a + h)) = \\ = 0,07 \cdot 104 \text{ см} \approx 7,3 \text{ см}.$$

Когда $n_1 = 1,4$, второй луч провести не так просто. Для этого построим изображение источника в призме с показателем преломления n_1 . Оно находится в точке пересечения продолжений



лучей от источника. Перпендикулярный луч идет без преломления, вышедший под углом α преломляется: $\alpha = n_1 \varphi_3 \Rightarrow \varphi_3 = \frac{\alpha}{n_1}$ —

угол к нормали, под которым распространяется второй луч в среде n_1 . Расстояние между точками входа в среду

$x = a \cdot \alpha$, тогда продолжение пересекутся слева от границы на расстоянии z $a^* = \frac{x}{\varphi_3} = n_1 a$ от нее. То есть можно считать,

что лучи изначально распространяются в среде с показателем преломления n_1 ~~то~~ от источника, находящегося на расстоянии

$n_1 a + h$ от призмы n_2 .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

и 5-продолжение

~~В та~~

В такой системе угол отклонения нормального луча

$\varphi' = \alpha(n_2 - n_1) = 0,03$ рад (по введенной формуле), перпендику-

лярного гипотенузе $\varphi'_2 = \varphi_2 = n_2 \alpha$, но расстояние между

точками преломления $x' = (\alpha' + h) \alpha = (n_1 a + h) \alpha$.

Для аналогичного расстояния L' получим

$$L'(\varphi'_2 - \varphi') = L' \cdot n_1 \alpha = x' = (n_1 a + h) \alpha \Rightarrow L' = a + \frac{h}{n_1} -$$

- расстояние от границы $n_2 \approx 1$ до ~~от~~ второго изображения

источника, который находится левее. Данное изображение

находится на $a + h - a - \frac{h}{n_1} = h(1 - \frac{1}{n_1})$ ближе к наблюдателю по

горизонтали, а также имеет координату $h_n = L' \cdot \varphi' = (a + \frac{h}{n_1})(n_2 - n_1) \alpha$

по вертикали. Т.е. $L_x = 14 \text{ см} \cdot (1 - \frac{1}{1,4}) = 4 \text{ см}$ по горизонтали

и $(90 + 10) \cdot 0,3 \cdot 0,1 \text{ см по вертикали} = 3 \text{ см по вертикали}$.

Таким образом, расстояние до источника $l_2 = \sqrt{3^2 \text{ см}^2 + 4^2 \text{ см}^2} = 5 \text{ см}$

Ответ: $\varphi = 0,07$ рад, $l_1 \approx 7,3 \text{ см}$; $l_2 = 5 \text{ см}$.