



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{11}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $3^{18}7^{16}$ ,  $ac$  делится на  $3^{21}7^{38}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC=1$  и  $BC=16$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения  $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .
7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA, AB, BC$  в точках  $D, E, F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX=2\sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD:DC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

что  $abc$  — тоже натуральными числами, причем что  
 $ab$ ,  $bc$ ;  $ca$  тоже натуральными.  
 $ab$ ;  $bc$ ;  $ca$  имеют, когда  $ab = 3^{14} 7^{14}$ ,  $bc = 3^{18} 7^{16}$ ;  
 $ac = 3^{21} 7^{38}$

Перемножим  $ac$ ;  $bc$  и  $ab$ .

$$ac \cdot bc \cdot ab = 21^{14} \times 21^{16} \times 3^2 \times 21^{21} \times 7^{17}$$

$$a^2 c^2 b^2 = 21^{46} \times 21^2 \times 7^{15}, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow acb = 21^{25} \times 7^7 \sqrt{7}.$$

$$\text{Ответ: } acb = 21^{25} \times 7^7 \sqrt{7}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Вариант!  $x = \frac{1}{4}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3} \sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

Пусть  $2x^2 + x + 3 = a, \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt{a + 1 - 4x} - \sqrt{a} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{a + 1 - 4x} = 1 - 4x + \sqrt{a}$$

$$a + 1 - 4x = ((1 - 4x) + \sqrt{a})^2$$

ОДЗ:  $1 - 4x + \sqrt{a} \geq 0$

$$4x \leq 1 + \sqrt{a}$$

$$x + 1 - 4x = (1 - 4x)^2 + 2\sqrt{a}(1 - 4x) + a$$

$$(1 - 4x)^2 + 2\sqrt{a}(1 - 4x) - (1 - 4x) = 0$$

$$(1 - 4x)(1 - 4x + 2\sqrt{a} - 1) = 0, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - 4x = 0 \\ 2\sqrt{a} - 4x = 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$2\sqrt{2x^2 + x + 3} = 4x \quad \text{ОДЗ: } 4x \geq 0, \Rightarrow$$

$$4(2x^2 + x + 3) = 16x^2 \Rightarrow x \geq 0$$

$$8x^2 + 4x + 12 = 16x^2$$

$$8x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = 25$$

$$x_1 = \frac{1+5}{4} = 1,5 \quad x_2 = \frac{1-5}{4} = -1$$

Смотря на ОДЗ делаем, что  $x \neq -1$

Всё  $x \geq 0$ , и  $x \neq 1,5$ , всё  $4x \leq 1 + \sqrt{a}$ , значит единств. корень уравнения  $x = \frac{1}{4}$ .





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{По теор. Пифа. } OM = \sqrt{8,5^2 - 4,5^2} = \sqrt{72,25 - 20,25} =$$

$$= \sqrt{52} = 2\sqrt{13}, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow NM = 2\sqrt{13}.$$

$$\text{Ответ: } 2\sqrt{13}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x + 2y = z$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 3x + 2y \neq 0 \\ x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$$

$$\frac{3y + x}{xy} = \frac{2}{z} \Rightarrow z = \frac{2xy}{3y + x}$$

$$3x + 2y = \frac{2xy}{3y + x}$$

$$(2y + 3x)(3y + x) = 2xy$$

$$6y^2 + 2xy + 9xy + 3x^2 = 2xy$$

$$6y^2 + 9xy + 3x^2 = 0$$

$$2y^2 + 3xy + x^2 = 0$$

$$y(2y + 3x) + x^2 = 0$$

$$y \cdot z + x^2 = 0$$

$$z = -\frac{x^2}{y}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - \left(-\frac{x^2}{y}\right)^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - \frac{x^4}{y^2}}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2y^2 - 4y^4 - x^4}{x^2y^2 - 6y^4}$$

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x + y)(x + 2y) = 0$$

$$\cancel{3x^2y^2 + 4y^4} \geq 0 \text{ при}$$

$$1) \begin{cases} x + y = 0 \\ \Rightarrow x = -y \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + 2y = 0 \\ \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = -2y$$

$$\text{числит.: } -y^4 + 3y^4 - 4y^4 = -2y^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{-2y^4}{y^4 - 6y^4} = \frac{-2y^4}{-5y^4} = \frac{2}{5} \neq 0, 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☒

6  
☐

7  
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \frac{3x^2y^2 - 4y^4 - x^4}{x^2y^2 - 6y^4} = \frac{3 \times 4y^2 + y^2 - 4y^4 - 16y^4}{4y^4 - 6y^4} =$$

$$= \frac{12y^4 - 8y^4}{-2y^4} = \frac{4y^4}{-2y^4} = -2$$

$$= \frac{-8y^4}{-2y^4} = 4$$

Итак, наиб. знач. выраж.  $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^4}$  равно 4.

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Белосен.  $2 \text{ км/ч}$   $\frac{AB}{2} \text{ ч}$   $AB \text{ км}$   
 Момоу.  $9 \text{ км/ч}$   $\frac{AB}{9} \text{ ч}$   $AB \text{ км}$   
 И.т. Момоу, приехал на  $2 \text{ ч}$  раньше, но соот. и тем.  $9 \text{ км/ч}$ .

$$\frac{AB}{9} + 2 = \frac{AB}{2}$$

2) Бел.  $2 \text{ км/ч}$   $\frac{AB}{2} \text{ ч}$   $\frac{AB \cdot 2}{9} \text{ км}$   
 Мом.  $9 \text{ км/ч}$   $\left(\frac{AB}{9} + 2\right) \text{ ч}$   $9 \left(\frac{AB}{9} + 2\right) \text{ км}$

И.т. Мом. приехал на  $96 \text{ км.}$   $>$ , но соот. и тем.  $9 \text{ км/ч}$ .

$$\frac{AB \cdot 2}{9} + 96 = \frac{AB \cdot 2}{9} + 96$$

3) Бел.  $(2+6) \text{ км/ч}$   $\frac{AB}{2+6} \text{ ч}$   $AB$   
 Мом.  $(9+6) \text{ км/ч}$   $\frac{AB}{9+6} \text{ ч}$   $AB$   
 И.т. Белос. приехал на  $1,25 \text{ ч}$  позже, но соот. и тем.

$$\frac{AB}{9+6} + 1,25 = \frac{AB}{2+6}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

☐ 1
 ☐ 2
 ☐ 3
 ☐ 4
 ☐ 5
 ☒ 6
 ☐ 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{20(6x+x^2)}{60+20x-x^2} - \frac{20(6x+x^2) \cdot x \cdot (x-10)}{60+10x} = 96 - \frac{20(6+x)}{x-10}$$

$$20(6x+x^2) \left( \frac{1}{60+20x-x^2} - \frac{x^2-10x}{60+10x} \right) =$$

$$AB + 2y = \frac{ABx}{y} + 96$$

$$AB \left( 1 - \frac{x}{y} \right) + 2y = 96$$

$$AB = \frac{96 - 2y}{1 - \frac{x}{y}} \quad AB = \frac{96 - \frac{2 \cdot (60 + 10x)}{x-10}}{1 - \frac{x \cdot (x-10)}{60+10x}}$$

$$AB = \frac{\left( 96 - \frac{2 \cdot (60 + 10x)}{x-10} \right) \cdot (60 + 10x)}{60 + 10x - x(x-10)}$$

$$AB = \frac{(96x - 960 - 120 - 20x)(60 + 10x)}{x-10} \cdot \frac{1}{60 + 20x - x^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 120x + 20x^2 = \frac{(96x - 1080) \cdot (60 + 10x)}{x-10}$$

$$60x + 10x^2 = \frac{(38x - 540) \cdot (60 + 10x)}{x-10}$$

$$x = \frac{38x - 540}{x-10}$$

$$x^2 - 10x - 38x + 540 = 0$$

$$x^2 - 48x + 540 = 0$$

$$D = 144$$

$$x_1 = \frac{48 + 12}{2} = 30$$

$$x_2 = \frac{48 - 12}{2} = 18$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Еще ~~выставо~~  $x = 30 \text{ км/ч}$ , но  $y < x$ , что не соотв.  
При ~~анализе~~  $x = 30 \text{ км/ч}$   $x = 18 \text{ км/ч}$  ~~будет верным, см. зад.~~  
 $\Rightarrow x = 18 \text{ км/ч}, \Rightarrow$

~~Для удобства возьмем  $x = 18 \text{ км/ч}$~~

$$\Rightarrow y = \frac{60 + 180}{8} = 30 \text{ км/ч}, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB = \frac{1080}{12} = \frac{540}{6} = 90 \text{ км.}$$

Ответ: 90 км.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☒

7  
☐

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{y} + 2 = \frac{AB}{x} \quad | \cdot xy$$

$$ABx + 2yx = AB y$$

$$ABx - AB y = -2yx$$

$$-AB(y - x) = -2yx$$

$$AB = \frac{2yx}{y - x}$$

$$\frac{AB}{y+6} + 1,25 = \frac{AB}{x+6} \quad | \cdot (y+6)(x+6)$$

$$AB(x+6) + 1,25(y+6)(x+6) = AB(y+6)$$

$$AB(y+6) - AB(x+6) = 1,25(y+6)(x+6)$$

$$AB(y+6-x-6) = 1,25(y+6)(x+6)$$

$$AB = \frac{5(y+6)(x+6)}{4(y-x)}$$

$$2yx = \frac{5(y+6)(x+6)}{4}$$

$$8yx = 5yx + 30y + 30x + 180$$

$$-3yx + 30y + 30x + 180 = 0$$

$$yx - 10y - 10x - 60 = 0$$

$$y(x-10) = 60 + 10x$$

$$y = \frac{60 + 10x}{x-10}$$

$$AB = \frac{2x(60 + 10x)}{\frac{60 + 10x}{x-10} - x}$$

$$AB = \frac{2x(60 + 10x)}{60 + 10x - x^2 + 10x}$$

$$AB = \frac{120x + 20x^2}{60 + 20x - x^2}$$

$$\frac{20(6x + x^2)}{60 + 20x - x^2} + \frac{20(6 + x)}{(x-10)} = \frac{20(6x + x^2) \cdot x}{\frac{60 + 10x}{x-10}} + 96$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |   |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|---|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        | М |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |   |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 3^{15} \cdot 7^{11} : 21^{11}$$

$$bc : 21^{15} \cdot 3^2$$

$$ac : 21^{15} \cdot 7^{17}$$

$$b < a < c$$

$$\frac{ac}{ba} = \frac{c}{b} = \frac{21^{25} \cdot 7^{12}}{21^{15}}$$

$$\frac{c}{b} = \frac{21^{10} \cdot 7^{12}}{3^{11} \cdot 7^{15}} = 21^{10} \cdot 7^{12}$$

$$c = b \cdot 21^{10} \cdot 7^{12}$$

$$a \cdot c = a \cdot b \cdot 21^{10} \cdot 7^{12}$$

$$21^{25} \cdot 7^{17} = a \cdot b \cdot 21^{10} \cdot 7^{12}$$

$$ab \cdot c = \cancel{21^{15}} \cdot ac \cdot \frac{c}{21^{10} \cdot 7^{12}} = 21^{25} \cdot 7^{17}$$

$$\frac{c}{a \cdot 21^{10} \cdot 7^{12}} = 21^{15}$$

$$\frac{ac}{7^{12}} = 21^{25}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 21 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 21 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac =$$

$$= b^2 \cdot c^2 \cdot a^2 : 21^{48} \cdot 7^{15} \cdot 21^{12}$$

$$b^2 \cdot c^2 \cdot a^2 : 21^{60} \cdot 7^{15}$$

$$21^{25} \cdot 7^{15}$$

$$\sqrt[3]{7^{15}}$$

$$b < a$$

$$b = \frac{c}{21^{10} \cdot 7^{12}}$$

$$\sqrt[3]{a^3}$$

$$21^{25} \cdot 7^{17} \sqrt[3]{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3} - 3$$

Решение не оформлено.

$$-8x + 4x + 12 = 0$$

$$2\sqrt{a} = 4x$$

$$8x - 4x - 12 = 0$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3} = 2x^2 \quad \text{ОДЗ: } 2x \geq 0$$

$$2x^2 + x + 3 = 4x^2$$

$$2x - x - 3 = 0$$

$$\sqrt{4,5 - 4,5 + 4} = \sqrt{4,5 + 4,5}$$

$$9 + 1 - 6$$

$$3 - 2 = 1$$

$$a + 1 + 4 = 9$$

$$a = 4$$

$$\sqrt{4} - \sqrt{3} = 1 - \sqrt{4} = 1 - 2 + 3$$

1

$$1 + 4 + 4 - 1$$

$$4,5 - 4,5 + 4 = 4,5 + 1,5 + 3$$

$$\sqrt{a + 1 - 4x} - \sqrt{a} = 1 - 4x$$

$$2 - 9$$

$$1 - 4x = m$$

$$(\sqrt{a+m})^2 = (\sqrt{a} + m)^2$$

$$\sqrt{\frac{27}{8}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + 3$$

$$4,5 + 1,5 + 3 =$$

$$a + m = a + 2m\sqrt{a} + m^2$$

$$\frac{1}{16}$$

$$\frac{3}{8} + 3$$

$$= 9$$

$$6 -$$

$$m^2 + 2m\sqrt{a} - m = 0$$

$$\frac{1}{8} - \frac{3}{4} + 4$$

$$m(m^2 + 2\sqrt{a} - 1) = 0$$

$$\frac{1}{8} - \frac{6}{8}$$

$$2x = \sqrt{2x^2 + x + 3}$$

$$m = 0$$

$$4x^2 = 2x^2 + x + 3$$

$$-\frac{5}{8} + 4$$

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

$$m + 2\sqrt{a} - 1 = 0$$

$$D = 1 - 3 \times (-4) \times 2 = 25$$

$$a = \frac{27}{8}$$

$$1 - 4x + 2\sqrt{2x^2 + x + 3} - 1 = 0$$

$$x_1 = \frac{1+5}{4} = 1,5 \quad \frac{1-5}{4} = -1$$

$$4x = 2\sqrt{2x^2 + x + 3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**МФТИ**

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$\text{Пусть } 2x^2 + x + 3 = m, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{m + 1 - 4x} - \sqrt{m} = 1 - 4x$$

$$\text{Пусть } n = 1 - 4x$$

$$(\sqrt{m+n} - \sqrt{m})^2 = (n)^2$$

$$m+n - 2\sqrt{m^2+mn} - m = n^2$$

$$n - 2\sqrt{m(m+n)} = n^2$$

$$-2\sqrt{m(m+n)} = n(n-1)$$

$$4m(m+n) = (n^2 - n)^2$$

$$4m(m+n) = (n^2 - n)^2$$

$$4m(m+n) = n^4 - 2n^3 + n^2$$

$$4m(m+n) = n^2(n^2 - 2n + 1)$$

$$4m^2 + mn = n^2(n-1)^2$$

$$m = \frac{n^2(n-1)^2}{4(m+n)}$$

$$m = \frac{(1-4x)^2 + (-4x)^2}{4(2x^2 + x + 3 + 1 - 4x)}$$

$$2x^2 + x + 3 = \frac{(16x^2 - 8x + 1)(16x^2)}{8x^2 - 12x + 16}$$

$$2x^2 - 3x + 4$$



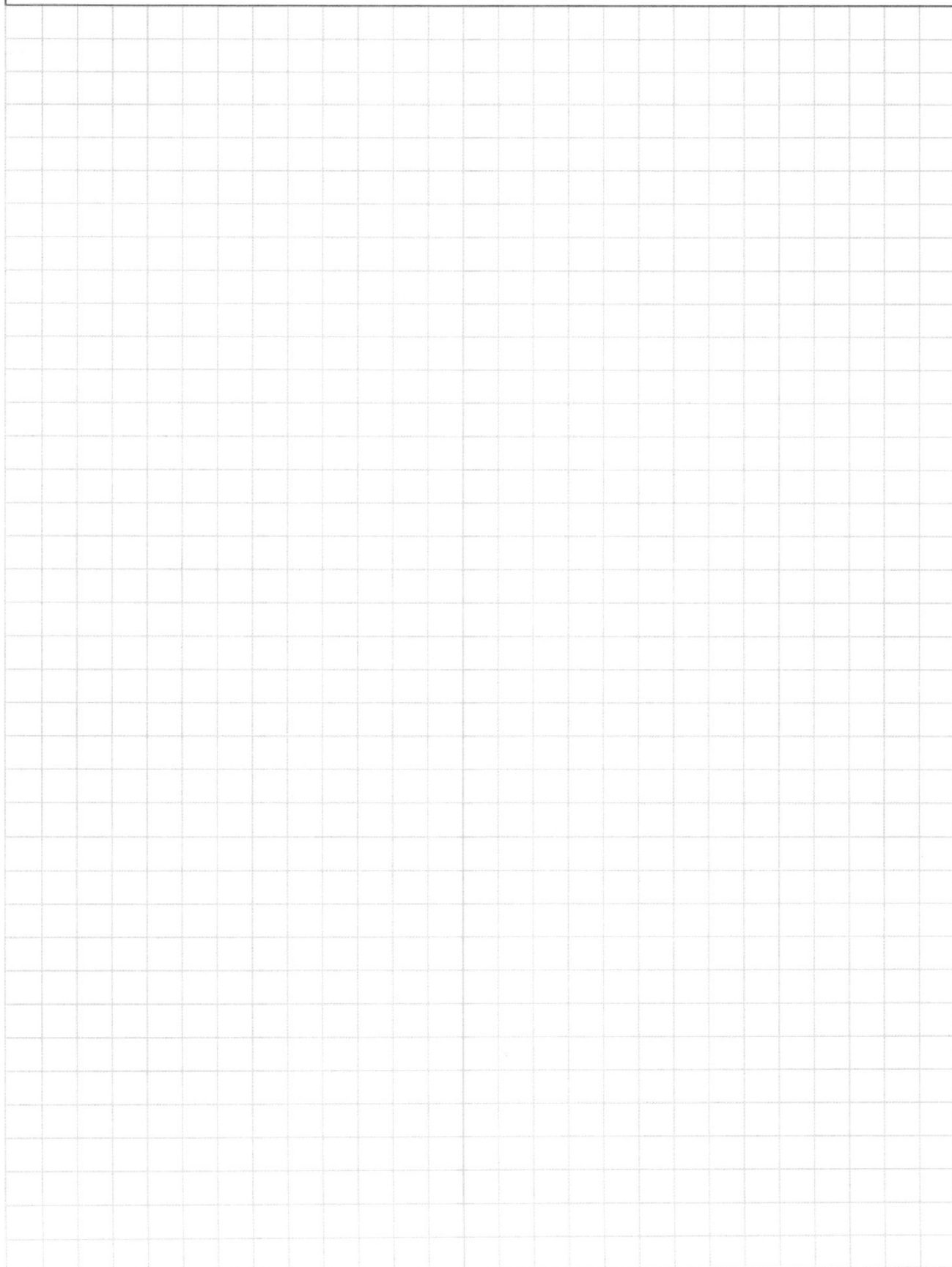
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





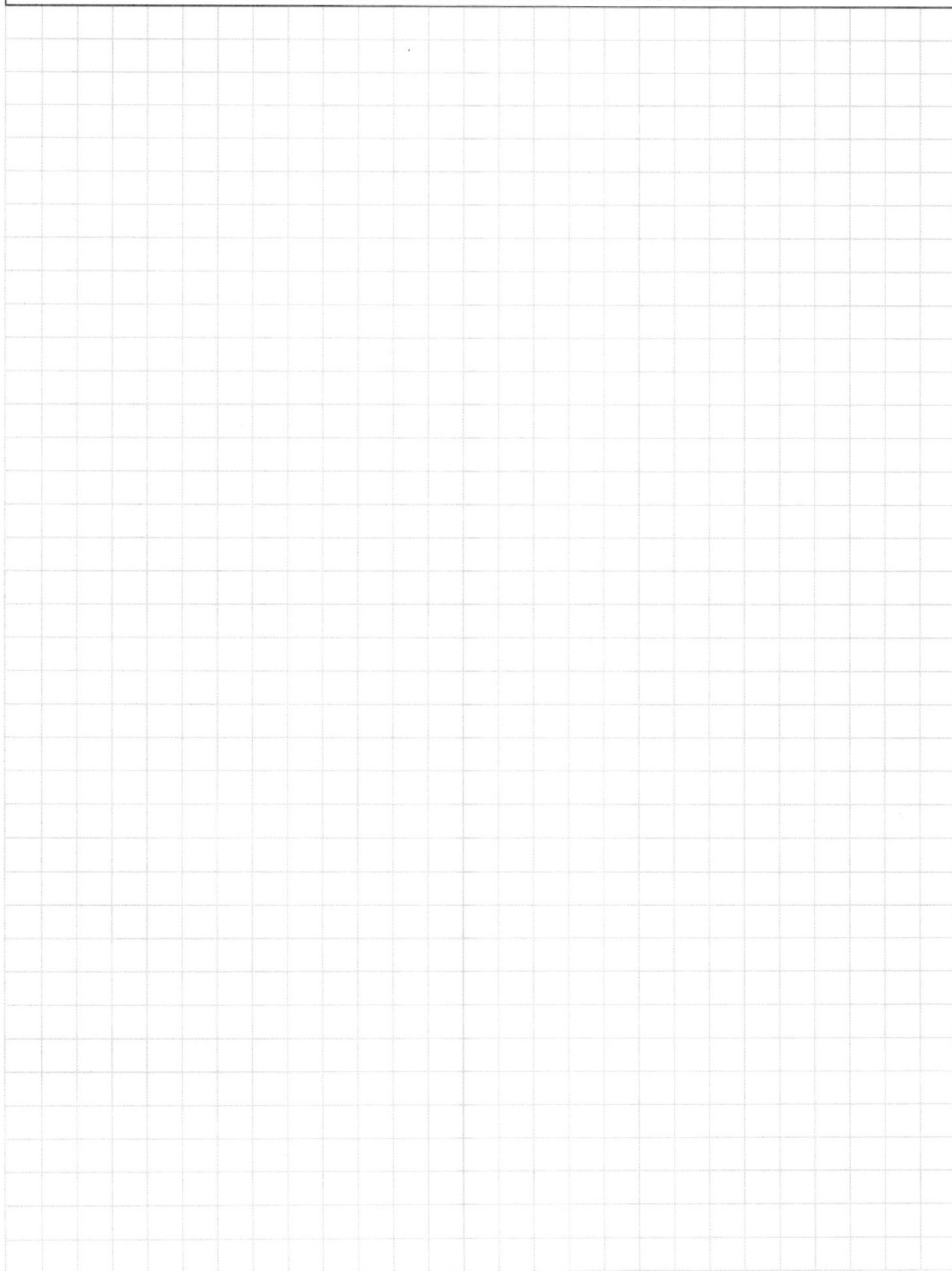
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 149 \\ 5 \overline{) 745} \\ \underline{375} \\ 375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 45 \times 45 \\ \underline{225} \\ 180 \\ \underline{2025} \end{array}$$

46

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 288} \\ \underline{32} \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 56 \\ 16 \overline{) 896} \\ \underline{336} \\ 560 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ 16 \overline{) 928} \\ \underline{32} \\ 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 22 \\ 26 \overline{) 572} \\ \underline{138} \\ 492 \end{array}$$

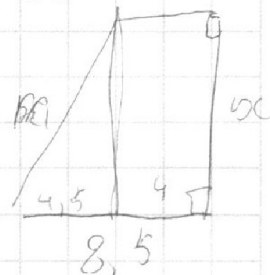
$$\begin{array}{r} 85 \\ 85 \overline{) 7225} \\ \underline{680} \\ 425 \end{array}$$

$$2\sqrt{13}$$

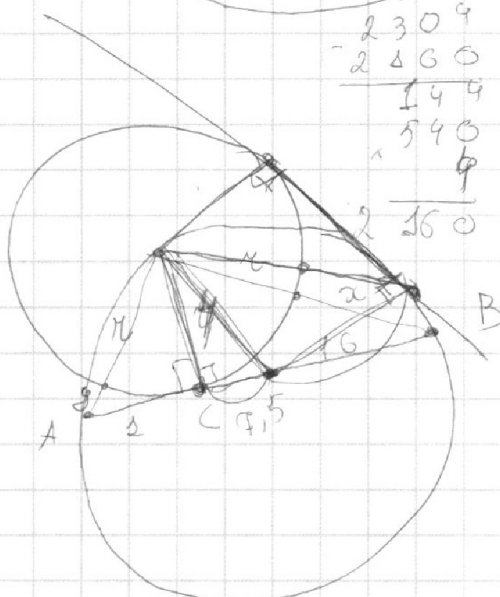
$$\begin{array}{r} 13 \\ 19 \overline{) 247} \\ \underline{52} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2304 \\ - 2400 \\ \hline 1440 \\ 1540 \\ \hline 2560 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ 48 \overline{) 384} \\ \underline{192} \\ 2304 \end{array}$$



$$x^2 - 20x - 60$$



$$\begin{array}{r} 36 \\ 18 \overline{) 648} \\ \underline{180} \end{array}$$

$$y \cdot (y + 4) = 1$$

$$y^2 + 4y = 1$$

$$x(2 + 4) = 16$$

$$36$$

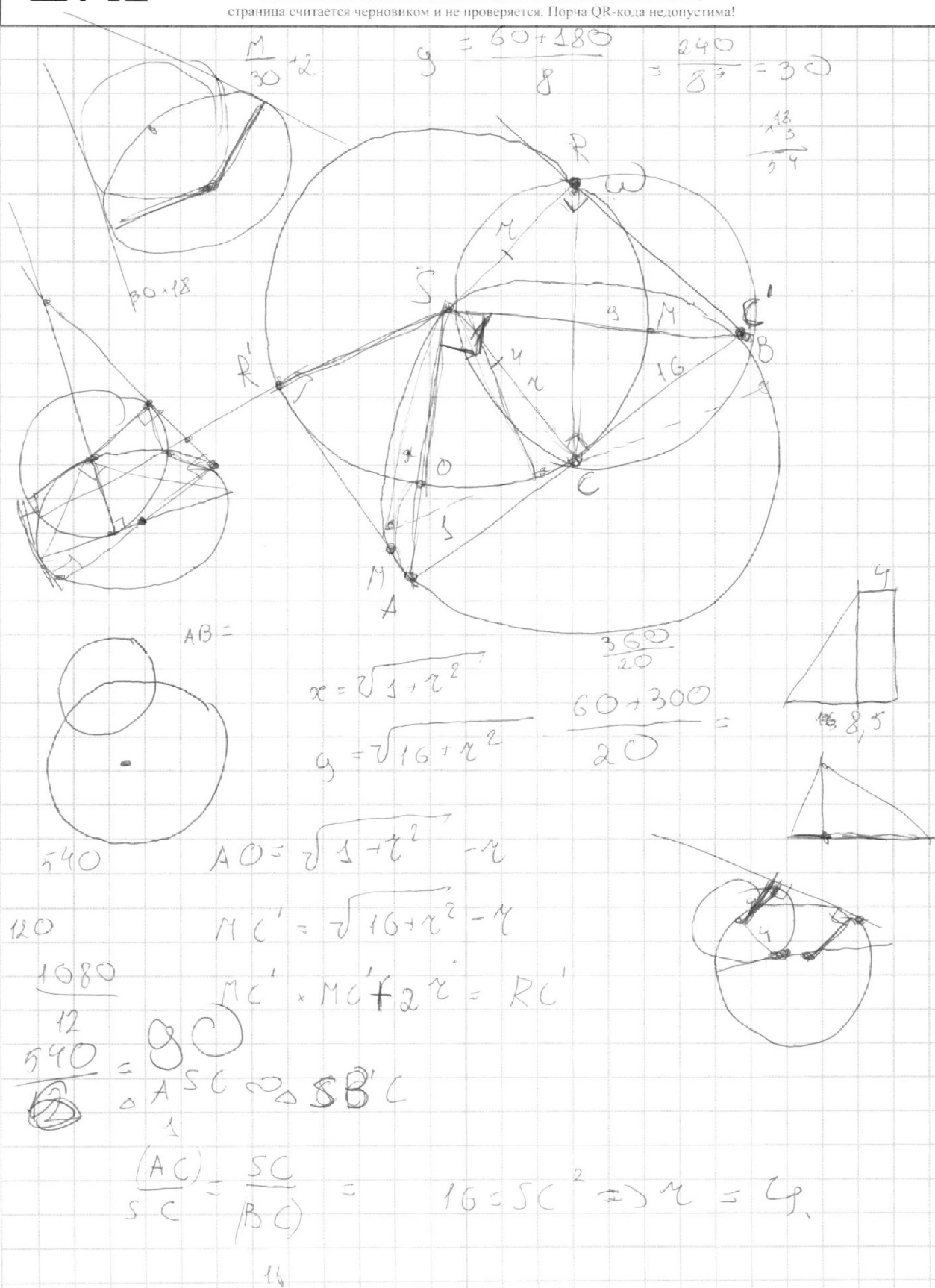
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**МФТИ**



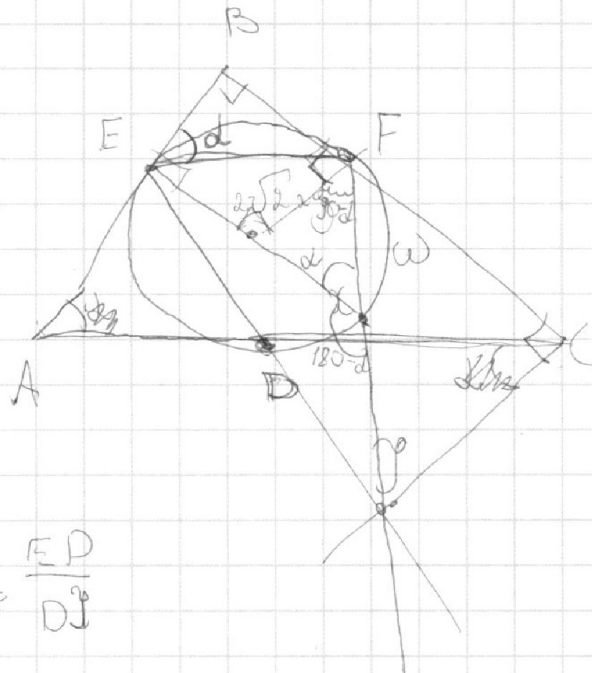
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**МФТИ**



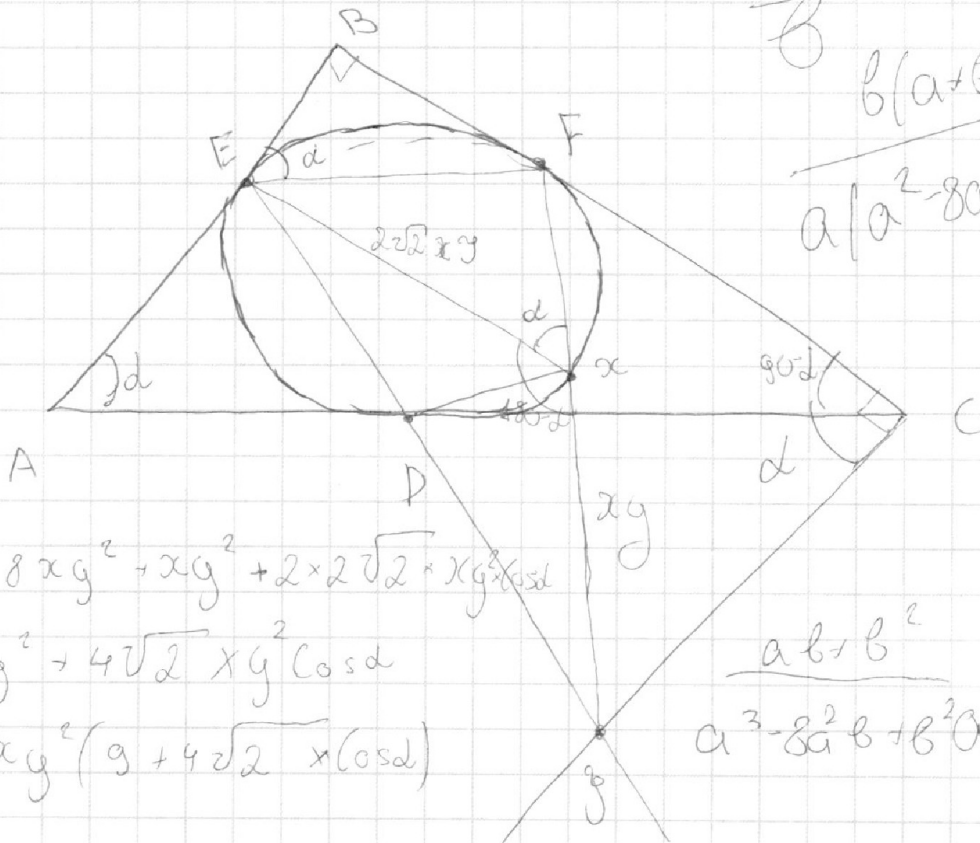
$$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DF}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2}$$

$$a \neq b$$

$$\frac{a}{b}$$

$$\frac{b(a+b)}{a(a^2-2ab+b^2)}$$



$$Eg = 8xg^2 + xg^2 + 2 \times 2\sqrt{2} \times xg^2 \cos \alpha$$

$$Eg = 9xg^2 + 4\sqrt{2} xg^2 \cos \alpha$$

$$Eg = xg^2 (9 + 4\sqrt{2} \cos \alpha)$$

$$\frac{ab+b^2}{a^3-2a^2b+b^2a}$$

$$a^2+b^2$$

$$a^2-4ab-4ab+b^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

*m*

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{8}{15}$

$$\begin{array}{r|l} a^2 - 8ab + b^2 & a+b \\ \hline a^2 + ab & a - 9b^2 \\ \hline -9ab & \\ -9ab - 9b^2 & \\ \hline & 10b^2 \end{array}$$

$$a - 9b + \frac{10b^2}{a^2 - 8ab + b^2}$$

$$a - 9b + \frac{10b^2}{a+b}$$

$\frac{a}{b}$

$$a+b \div m$$

$$a^2 - 8ab + b^2 \div m \quad a^2 - 9ab + ab - 9b^2 + 10b^2$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline a - 9b + \frac{10b^2}{a+b} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} -10ab & b+a \\ \hline 10ab + 10a^2 & \\ \hline & -10a^2 \end{array}$$

$$10b + \frac{10ab}{b+a}$$

$$a^2 - 4ab - 4ab + b^2$$

$$10b - (10a - \frac{10a^2}{a+b})$$

$$a(a - 4b) + b(b - 4a)$$

$$10b - 10a + \frac{10a^2}{a+b}$$

$$a+b$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - 10ab$$

$$\begin{array}{r|l} 10b^2 & b+a \\ \hline 10b^2 + 10ab + 10a^2 & \\ \hline & -10ab \end{array}$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 10ab}$$

$$a+b$$

$$a+b \left( a - 9b + \frac{10b^2}{a+b} \right)$$

$$\frac{10b^2}{a+b}$$

$$10b + \frac{10ab}{a+b}$$

$$\frac{(m+n)^2}{m+n+a}$$