



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 3^{19} 7^{17} k$$

$$bc = 3^{10} 7^{17} m$$

$$ac = 3^{28} 7^{42} p$$

$$\text{где } k, m, p \in \mathbb{N}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = 3^{56} 7^{72} k \cdot m \cdot p$$

$$\text{т.к. } a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{abc^2} = |abc| = abc$$

$$\text{т.к. } k, m, p \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{abc^2} = \sqrt{3^{56} 7^{72} k \cdot m \cdot p} = 3^{28} 7^{36} \sqrt{k \cdot m \cdot p}$$

$$\text{т.к. } a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow abc \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{т.к. } 3^{28} 7^{36} \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{k \cdot m \cdot p} \in \mathbb{N}$$

$$1) \frac{ab \cdot bc}{ac} = b^2 = \frac{3^{10} \cdot k \cdot m}{7^{17} \cdot p} \Rightarrow \begin{matrix} k \cdot m : 7^{12} \\ p : 3^{10} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 3^{10} \cdot k \cdot m : 7^{12} \cdot p \\ \text{т.к. } b \in \mathbb{N} \end{matrix}$$

$$2) \frac{ab \cdot ac}{bc} = a^2 = \frac{3^{18} \cdot 7^{28} \cdot p \cdot k}{m} \Rightarrow m : 3^{18} \cdot 7^{28} \cdot p \cdot k \quad \text{т.к. } a \in \mathbb{N}$$

$$3) \frac{ac \cdot cb}{ab} = c^2 = \frac{3^{28} \cdot 7^{42} \cdot m \cdot p}{k} \Rightarrow k : 3^{28} \cdot 7^{42} \cdot m \cdot p \quad \text{т.к. } c \in \mathbb{N}$$

из 1-го выражения найдем мин-я m и p для 1-го

$$\text{т.к. } k \cdot m = 7^{12}; p = 1 \quad (\text{т.к. } k, m, p \in \mathbb{N})$$

$$k \cdot m = 7^{12} \quad \text{т.к. } 3^{10} \cdot 7^{12} \quad p = 1 \quad \text{т.к. } k \cdot m = 7^{12}$$

$$p = 1 \quad \text{т.к. } \text{пока } b^2 = \frac{3^{10}}{p} \quad \text{и } p \text{ - мин-я}$$

для 2-го вып. - $m \cdot k = 7^{12}$ найдем мин-я $m \leq 7^{12}$ и

$$\text{т.к. } 7 \text{ простое то } m = 7^q, k = 7^L \quad \text{где } q, L \in \mathbb{N},$$

$$q + L = 12, q \leq 12 \Rightarrow \text{т.к. } 28 > 12 \text{ то } a^2 = 3^{18} \cdot 7^{28-q+L}$$

$$(\text{т.к. } a \in \mathbb{N}) \Rightarrow 28 - q + L : 2 \Rightarrow q + L = 2 + 2t : 2$$

$$q - L = 2r \quad r \in \mathbb{Z} \quad \text{для 3-го вып. - } c^2 = 3^{28} \cdot 7^{42+q-L} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \text{т.к. } c \in \mathbb{N} \Rightarrow q - L : 2$. Аналогично $k \cdot m = 7^{12}, p = 1$ найдем мин-я k и m для всех 3-х вып. - k и m мин-я $k \cdot m = 7^{12}$ но k, m 1-е вып. $k \cdot m = 7^{12}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

неверный м.к. $\frac{3}{2}$ (и 3,7 пропущено)

$$k \cdot m = 2^{12}, p = 1 \Rightarrow \sqrt{k \cdot m \cdot p} = 2^6 \Rightarrow abc = 3^{28} \cdot 7^{42}$$

Ответ $3^{28} \cdot 7^{42}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$a \nmid b$ ($\frac{a}{b}$ - несократима) $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ $m = ?$

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2} = k$$

Введем градус и множитель

сократим на m и $\frac{1}{k}$ множитель

$$\frac{1}{k} = \frac{a^2-9ab+b^2}{a+b} = a-10b + \frac{11b^2}{a+b}$$

$$= \frac{(a+b)(a-10b) + 11b^2}{a+b}$$

$$\begin{array}{r} a^2-9ab+b^2 \\ a^2+ab \\ \hline -10ab+b^2 \\ = -10ab-10b^2 \\ = 11b^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} a+b \\ a-10b \end{array}$$

$a+b = m \cdot L$ где $L \in \mathbb{N}$ и $m \in \mathbb{N}$

$$a^2-9ab+b^2 = a^2-9ab+20,25b^2-19,25b^2 =$$

$$= (a-4,5b)^2 - 19,25b^2 = (a-4,5b \pm b\sqrt{19,25})$$

$$\cdot (a-4,5b \pm b\sqrt{19,25}) = m \cdot d$$

$m \nmid \frac{a}{b}$ - несократима $\Rightarrow a \nmid b, b \nmid a \Rightarrow a = b + q$

где $q \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N}$ и $a, b \in \mathbb{N}, q < b$

$$\Rightarrow k = \frac{b+t+b+q}{(b+t+q)^2-9b(b+t+q)+b^2} = \frac{b(t+1)+q}{b^2t^2+2bte+q^2-9b^2t-9bq+b^2}$$

$$= \frac{b(t+1)+q}{b^2(t^2-9t+1)+q(2bq+2bt-9b)} = \frac{b(t+1)+q}{b^2(t^2-9t+1)+q(q+b(2t+9))}$$

$$\frac{t^2-9t+1=0}{t = 8,14 \pm 7,7}$$

$$\frac{1}{k} = a-10b + \frac{11b^2}{a+b}$$

$\frac{1}{k}$ множитель сократима

$m \Rightarrow a-10b \equiv m, \frac{11b^2}{a+b}$ множитель сократима и $m \nmid \frac{b^2}{a+b} = L$

$$\frac{1}{L} = \frac{a+b}{b^2} = \frac{a}{b^2} + \frac{b}{b^2}$$

и $\frac{a}{b}$ несократима $\Rightarrow \frac{a}{b^2}$ несократима

$$(a=b+q)$$

$\frac{b^2}{b^2+b+q}$ и $q < b$ но $b^2 \nmid b^2+b+q$ и $b^2 \nmid b^2+b+q$ и $b^2 \nmid b^2+b+q$

и $q = 11 \Rightarrow$ Ответ: 11.

Пример $a=3, b=2$

$$\frac{1}{k} = \frac{a}{b^2} + \frac{b}{b^2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{1}{k} = \frac{5}{4} \Rightarrow k = \frac{4}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y = 5u - 3z \quad \frac{8}{u} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \Rightarrow \frac{8y + u}{uy} = \frac{15}{z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8yz + uz = 15uy \quad \text{подставим } y = 5u - 3z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8z(5u - 3z) + uz = 15u(5u - 3z)$$

$$40uz - 24z^2 = 75u^2 - 45zu$$

$$86uz - 75u^2 - 24z^2 = 0$$

$$D = 86^2u^2 - 24 \cdot 4 \cdot 75u^2 = 84u^2(43^2 - 24 \cdot 25) =$$

$$= 4u^2(1849 - 1800) = 49 \cdot 4u^2 \quad \frac{25}{12}u$$

$$z_{1,2} = \frac{86u \pm 14u}{48}$$

$$z_1 = \frac{93u + 14u}{24} = \frac{107u}{24}$$

$$\frac{107u}{24} : \frac{36u}{24} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}u$$

$$z_1 = \frac{25}{12}u \quad z_2 = \frac{3}{2}u$$

$$1. \quad z = \frac{25}{12}u \Rightarrow y = 5u - \frac{25}{4}u = \frac{5}{4}u$$

$$\frac{25u^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = k = \frac{25u^2 - \frac{25}{16}u^2 - \frac{625}{144}u^2}{\frac{25}{16}u^2 + \frac{625 \cdot 3}{144}u^2} = \frac{25 \cdot 144u^2 - 25 \cdot 9u^2 - 625u^2}{25 \cdot 9u^2 + 625 \cdot 3u^2} =$$

$$= \frac{3600u^2 - 850u^2}{225u^2 + 1875u^2} = \frac{2750u^2}{2100u^2} = \frac{275}{210} = \frac{42}{55}$$

$$2. \quad z = \frac{3}{2}u \Rightarrow y = 5u - \frac{9}{2}u = \frac{1}{2}u$$

$$\frac{25u^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{25u^2 - \frac{1}{4}u^2 - \frac{9}{4}u^2}{\frac{1}{4}u^2 + 3 \cdot \frac{9}{4}u^2} = \frac{100u^2 - 10u^2 - 9u^2}{10u^2 + 27u^2} =$$

$$= \frac{81u^2 - 9u^2}{36u^2} = \frac{42}{36} = \frac{7}{6} \quad \frac{21}{38} < \frac{55}{42}$$

$$\text{Ответ: } \frac{21}{38}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



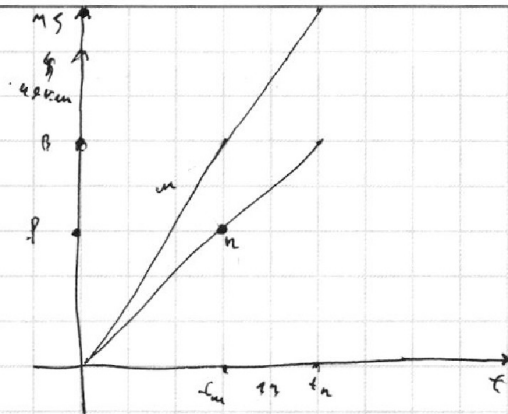
МФТИ

$$1. t_m \cdot V_m = (t_m + 1) V_b$$

$$36 \text{ км} \cdot \text{ч} = \frac{36}{60} = \frac{3}{5} \text{ ч}$$

$$2. V_b \cdot t_m + 49 = V_m (t_m + 1)$$

$$3. (7 + V_m) \cdot t_m = (V_b + 7) (t_m + \frac{3}{5})$$



$$1. t_m \cdot V_m = V_b \cdot t_m + V_b$$

$$2. V_b \cdot t_m + 48 = V_m t_m + 1 \Rightarrow V_b \cdot t_m + V_b + 1 = V_b \cdot t_m + 48 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_b = 48 \Rightarrow 48 t_m - V_m t_m = -48$$

$$t_m (V_m - 48) = 48 \quad t_m = \frac{48}{V_m - 48}$$

$$3. \frac{48}{V_m - 48} \cdot V_m = \left(\frac{48}{V_m - 48} + 1 \right) 48$$

$$\frac{(7 + V_m) 48}{V_m - 48} = \left(\frac{48}{V_m - 48} + \frac{7}{5} \right) (48 + 7)$$

$$\frac{48 V_m}{V_m - 48} - \frac{48^2}{V_m - 48} = 48$$

$$48 V_m = 48^2 + 48 V_m$$

$$2. V_b \cdot t_m + 49 = V_m t_m + V_m \Rightarrow V_m t_m - V_b \cdot t_m = V_m - 49$$

$$1. t_m \cdot V_m = V_m \cdot t_m + V_m + V_b - 49 \Rightarrow V_m + V_b = 49 \Rightarrow V_m = 49 - V_b$$

$$2. V_b \cdot t_m + 49 = 49 t_m - t_m V_b + 49 - V_b$$

$$2 t_m V_b - 49 t_m + V_b = 0$$

$$2 t_m V_b + V_b = 49 t_m$$

$$V_b (2 t_m + 1) = 49 t_m$$

$$V_b = \frac{49 t_m}{2 t_m + 1}$$

$$3. \left(49 - \frac{49 t_m}{2 t_m + 1} \right) t_m = \left(\frac{49 t_m}{2 t_m + 1} + 7 \right) \left(t_m + \frac{7}{5} \right) \quad t_m = 2$$

$$49 t_m - \frac{49 t_m^2}{2 t_m + 1} = \frac{49 t_m^2}{2 t_m + 1} + 7 t_m + \frac{3 \cdot 49 t_m}{10 t_m + 5} + \frac{21}{5}$$

$$49 t_m - \frac{49 t_m^2}{2 t_m + 1} = \frac{3 \cdot 49 t_m}{10 t_m + 5} + \frac{21}{5} \quad | \cdot 10 t_m + 5 \Rightarrow \text{one answer} \rightarrow$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$490 u^2 + 245 u - 490 u^2 = 189 u + 21$$

$$49 t_m (10 t_m + 5) - 98.5 t_m^2 = 3.49 t_m + 21 (2 t_m + 1)$$

$$490 u^2 + 245 u - 490 u^2 = 189 u + 21$$

$$56 u = 21 \Rightarrow t_m = \frac{3}{8} \quad \Rightarrow V_6 = \frac{49 - \frac{3}{8}}{\frac{6}{8} + 1} =$$

$$= \frac{197}{8} \cdot \frac{8}{14} = \frac{21}{2} = 10.5 \text{ км/ч} \Rightarrow V_m = 49 - 10.5 = 38.5 \text{ км/ч}$$

$$\Rightarrow S = V_m \cdot t_m = 38.5 \cdot \frac{3}{8} = \frac{77}{2} \cdot \frac{3}{8} = \frac{231}{16}$$

$$\text{Ответ: } \frac{231}{16} \text{ км}$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\angle EX = \sqrt{2} \cdot XY$

F, G, I - точки кас. к окружностям W

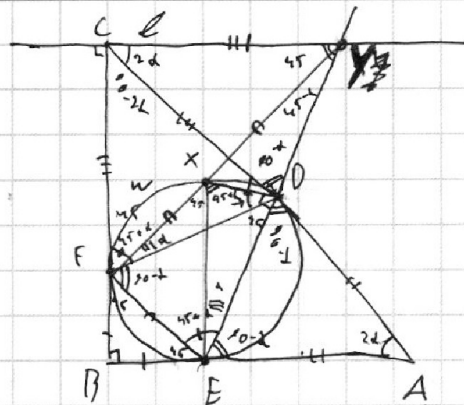
$ED \cap l$ в м. Y $l \perp BC$, $C \in l$

$FY \cap W$ в м. X

Найти:

AD

PC



Решение: 1. По теореме о кас-вах из одной точки $\Rightarrow AD = AE$,
 $BE = BF$, $CF = CD$, $\angle YCD = \angle CAB = 22$, м.к. в $\triangle DAE$, $AD = AE \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ADE = \angle AED = 90 - 2$ м.к. уг-а равнод, $\angle FDA = \angle CDY \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CYD = 180^\circ - 90^\circ + 2 - 2 = 90^\circ \Rightarrow \triangle YD$ равнод - м.к. $\angle CDY =$

$\angle CYD \Rightarrow CY = CD = \frac{1}{2} BC$. В $\triangle ABC$, м.к. $\angle B = 90^\circ \Rightarrow \angle BCD = 90^\circ - 22$.

м.к. в $\triangle FCD$ равнод $\Rightarrow \angle CFD = \angle CDF = \frac{180^\circ - 90^\circ + 2}{2} = 45^\circ + 2$

3. м.к. $CY = CF \Rightarrow \triangle FCY$ равнод $\Rightarrow \angle CYF = \angle CFY = 45^\circ$ м.к. $\angle C = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle YFD = \angle CFD - \angle CFY = 45^\circ + 2 - 45^\circ = 2$, $\angle FYD = \angle CYD - \angle CFY =$

$90^\circ - 2 - 45^\circ = 45^\circ - 2$

4. (пог. F и E) $\Rightarrow$ м.к. $BF = BE$, $\angle B = 90^\circ \Rightarrow \angle BFE = \angle BEF = 45^\circ$

5. м.к. $\angle YCD = \angle DAE$, $\angle EDA = \angle CDY \Rightarrow \triangle YCD \sim \triangle EAD \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{ED}{YD}$

6. $\angle DFE = 180^\circ - 45^\circ - 2 = 133^\circ - 45^\circ = 90^\circ - 2$, $\angle DEF = 180^\circ - 90^\circ + 2 - 45^\circ =$
 $45^\circ + 2$

7. м.к. $\angle XED$ м.к. м.к. $\angle XFD = 2$ м.к. м.к.

(м.к. м.к. $\Rightarrow$) $\angle XED = 2 \Rightarrow \angle XEF = 45^\circ + 2 - 2 = 45^\circ$, а м.к. $\angle XFE = 90^\circ + 2 = 90^\circ$

$\Rightarrow XF = FE$, $\angle FXE = \angle FEF = 45^\circ$, $\Rightarrow$ м.к. м.к.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

ч.к. $\angle XFE = 90^\circ \Rightarrow FX = FE = \frac{XE}{\sqrt{2}} = \frac{XY\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = XY \Rightarrow$

ч.к. $\Rightarrow FY = 2XY \quad XY = n \quad FY = 2n$

8. $\angle YXE = 180^\circ - \angle FXE = 135^\circ \Rightarrow \triangle YXE \sim \triangle YDF$

ч.к. $\angle XYD$ - общий, $\angle YDF = 90^\circ + 45^\circ + 2^\circ = 137^\circ = \angle YXE$

9. (след. из 8) $\Rightarrow FXDE$ вписан $\Rightarrow \angle XFE = 90^\circ = \angle XDE$,

$\angle EXD = 45^\circ + 5^\circ - 2^\circ = 48^\circ = 90^\circ - 2^\circ$

то из пункта 8 $\Rightarrow \frac{YD}{YX} = \frac{DF}{XE}$, а $XE = XY\sqrt{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{YD}{YX} = \frac{DF}{XY\sqrt{2}} \Rightarrow DF = YD\sqrt{2}$, также из п. 8 $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{YD}{YX} = \frac{FE}{YE} \quad YF = 2XY = (12 \cdot 7) \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{YD}{Yn} = \frac{2YX}{YE} \quad \frac{YD}{n} = \frac{2n}{YE} \quad YE = \sqrt{4n^2 + n^2} = n\sqrt{5}$

ч.к. $\angle YFE = 90^\circ$ (по теореме Пифагора).

11. $\frac{2n}{n\sqrt{5}} = \frac{YD}{n} \Rightarrow YD = \frac{2n}{\sqrt{5}} \quad YE = n\sqrt{5}, \quad DE = YE -$

$YD = n\sqrt{5} - \frac{2n}{\sqrt{5}} = \frac{5n}{\sqrt{5}} - \frac{2n}{\sqrt{5}} = \frac{3n}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{DE}{DY} = \frac{3n}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2n} =$
 $= \frac{3}{2}$

12. $\triangle DCY \sim \triangle DAE$ по двум углам ($\angle CDA = \angle EDY$,
 $\angle YCD = \angle DAE$ ч.к. $\angle \perp CB$ и $AB \perp CB$ (ч.к. $\angle CBA$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{DE}{DY} = \frac{3}{2}$

Ответ: $\frac{3}{2}$



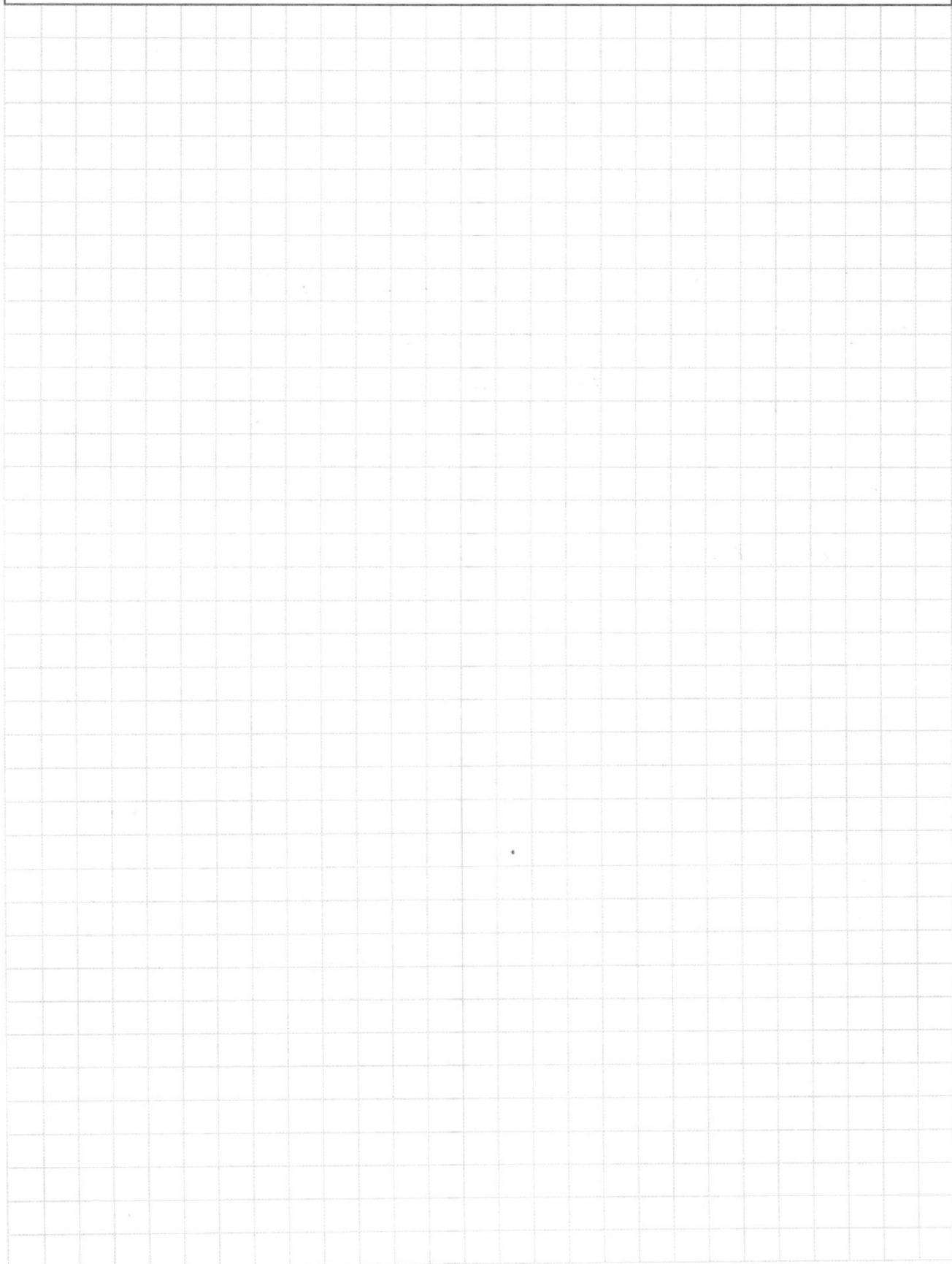
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(7 + 42 - 49) t_m = 49$$

$$\left(7 + 42 - \frac{49 t_m}{2 t_m + 1} \right) t_m = \left(\frac{49 t_m}{2 t_m + 1} + 7 \right) \left(t_m + \frac{7}{5} \right)$$

$$56 t_m - \frac{49 t_m^2}{2 t_m + 1} = \frac{49 t_m^2}{2 t_m + 1} + 7 t_m + \frac{3 \cdot 49 t_m}{10 t_m + 5} + \frac{21}{5}$$

$$41 t_m - \frac{98 t_m^2}{2 t_m + 1} = \frac{3 \cdot 49 t_m}{10 t_m + 5} + \frac{21}{5}$$

$$49 t_m (10 t_m + 5) - 98 \cdot 5 t_m^2 = 3 \cdot 49 t_m + 21 (2 t_m + 1)$$

$$490 t_m^2 + 245 t_m - 490 t_m^2 = 189 t_m + 42 t_m + 21 \quad t_m = u$$

$$245 u - 189 u = 21$$

$$56 u = 21 \quad u = \frac{21}{56} = \frac{3}{8}$$

$$49 \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{8} \cdot \frac{14}{8}$$

$$\frac{147}{8} \cdot \frac{8}{14} = \frac{147}{14} = \frac{58}{2} = 10,5$$

$$\frac{147}{14} = \frac{58}{2}$$

$$\frac{21}{2} = 10,5$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ + 1 \times 1 \\ \hline 112 \\ + 56 \\ \hline 245 \end{array}$$

$$v_m = 38,5$$

$$\frac{21}{21}$$

$$18,5 \cdot 3$$

$$10,5 \cdot 11$$

$$\frac{38,5 \cdot 3}{8} = \frac{11}{8} \cdot 10,5$$

$$231 \overline{) 10} \quad 16$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ + 14 \\ \hline 35 \end{array}$$

$$18,5 \cdot 2 = \frac{37}{2}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 72 \\ \hline 231 \end{array}$$

$$\frac{21}{2} \cdot \frac{3}{8} + 49 = \frac{37}{2} \cdot \frac{11}{8}$$

$$\frac{231}{26} \cdot \frac{2}{21} = \frac{11}{8}$$

$$\begin{array}{r} 38,5 \\ + 2 \\ \hline 40,5 \end{array}$$

$$\frac{231}{16} \cdot \frac{2}{27} = \frac{7}{8}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1



2



3



4



5



6



7



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

черта

$$48 + 7 = 55$$

$$(V_m + 7) \cdot t_m =$$

$$= (V_m + 7) \cdot \left(t_m + \frac{3}{5}\right)$$

$$\frac{60}{36} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

$$28 + 5$$

$$33$$

$$\frac{84 + 24}{24} = \frac{108}{24} = \frac{9}{2}$$

$$\begin{aligned} 824 + 24 &= 1544 \\ 544 - 4 &= 12 \end{aligned}$$

$$\frac{336 + 48 V_m t}{V_m - 48} = \frac{48}{V_m - 48} + \frac{3 V_m - 144}{5 V_m - 48 \cdot 5} \cdot 55 \cdot \frac{1}{48}$$

$$48 + 48$$

$$96 + 48$$

$$106 + 38$$

$$26$$

$$336 \cdot 5 + 48 \cdot 5 V_m = \left(\frac{240}{48 \cdot 5} + 3 V_m - 144 \right) 55 \cdot \frac{1}{48}$$

$$1680 + 240 V_m = (240 + 3 V_m - 144) \cdot 55 \cdot \frac{1}{11}$$

$$1680 + 240 V_m = 2640 \cdot 25 + 33 \cdot 25 V_m - 1584 \cdot 25$$

$$96 \cdot 25 +$$

$$1680 - 96 \cdot 25 = 5 \cdot 48 \cdot 5 (165 V_m - 48 V_m)$$

$$336 - 96 \cdot 8$$

$$37.5$$

$$150$$

$$15$$

$$165$$

$$V_6 \cdot t_m = V_m t_m - 48$$

$$\frac{24}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{40}{25}$$

$$376 \cdot 5$$

$$2 \sqrt{5} = \frac{24}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{24}{\sqrt{5}} = \frac{544 - 24}{\sqrt{5}} = \frac{520}{\sqrt{5}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☒	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

механика

$$\sqrt{3u^2 - 5u + 6} - \sqrt{3u^2 + u + 1} = 5 - 6u$$

$$3u^2 - 5u + 6$$

$$3u^2 - 5u + 6 + 3u^2 + u + 1 - 2\sqrt{(3u^2 - 5u + 6)(3u^2 + u + 1)} = 5 - 6u$$

$$6u^2 - 4u + 8 - 25 + 60u - 36u = 2\sqrt{(3u^2 - 5u + 6)(3u^2 + u + 1)}$$

$$-10u^2 + 56u + 17 = 2(3u^2 - 5u + 6)(3u^2 + u + 1)$$

$$744 = 16 \cdot 9$$

$$5u - y = 12$$

$$y = 5u - 12$$

$$y = 5u - 32$$

$$\frac{8}{u} + \frac{7}{5u - 32} = \frac{15}{2}$$

$$25u^2 - 25$$

$$86 \cdot 14$$

$$\frac{100u}{48}$$

$$25u^2 - 86uz + 29z^2 = 0$$

$$z = \frac{72}{48}$$

$$40uz - 248z + uz = 25u(5u - 32)$$

$$2(40u - 248) = 25u(5u - 32)$$

$$125u^2 - 800u$$

$$41u - 248$$

$$\frac{8(5u - 32) + u}{(5u - 32)u} = \frac{15}{2}$$

$$8402u - 292^2 + uz = 15u(5u - 32)$$

$$412u - 242^2 = 15u^2 - 45u + 1800$$

А B

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☒	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$28 \cdot 9 \quad 180 + 25 \quad 225$$

$$ab^2 = 3^{33} \cdot 7^{30} \cdot k \cdot m \cdot 625$$

$$ac = 283^{23} \cdot 7^{42} \cdot p \quad 1825 \quad 144/4$$

$$b^2 = \frac{3^{10} \cdot k \cdot m}{7^{22} \cdot p}$$

$$k \cdot m \cdot 7^{12} \cdot t$$

$$4 \cdot 4 \cdot 9$$

$$\frac{a}{b} \text{ нек-м } 144/25$$

$$b \neq 1 \quad -240/5$$

$$\frac{2+9}{4-162+81}$$

$$\frac{a+b}{b^2} = -71$$

$$= \frac{a}{b^2} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{a^2 b^2}{b^2} = \frac{3^{37} \cdot 7^{55} \cdot p \cdot k}{3^{22} \cdot 7^{22} \cdot m} = \frac{3^{18} \cdot 7^{28} \cdot p \cdot k}{m}$$

$$3^{18} \cdot 7^{28} \cdot p \cdot k : m$$

$$\frac{a^2 b^2}{ab} = \frac{3^{42} \cdot 7^{59} \cdot m \cdot p}{3^{19} \cdot 7^{17} \cdot k} = 3^{28} \cdot 7^{46} \cdot m \cdot p : k$$

$$a+b = km$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = km$$

$$4 = 1 \cdot 2 \cdot 2$$

$$3^{14} \cdot 7^{13} \cdot 51$$

$$m = ?$$

$$m=1, k=1$$

$$p=3^4$$

$$a+b : m$$

$$a^2 - 2ab + b^2 : m$$

$$\left(a - \frac{b(1-\sqrt{17})}{2} \right) \left(a - \frac{b(1+\sqrt{17})}{2} \right)$$

$$a^2 - 2ab + b^2$$

$$k=7^{12}, m=1, p=7^{10}$$

$$Q = 81b^2 - 16^2 = 77b^2$$

$$k=2^6, k=2^6$$

$$a_{112} = \frac{16 \pm 8\sqrt{77}}{2}$$

$$a+b=11b^2$$

$$11b^2 - b - a = 0$$

$$(a-10b)(a+b) = a^2 - 10ab + ab - 10b^2 + 10b^2$$

$$\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 + ab} \left| \frac{a+b}{a-10b} \right.$$

$$\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 + ab} = \frac{10ab - 10b^2}{11b^2}$$

$$11b^2 : a+b$$

$$a-10b = \frac{11b^2}{a+b}$$

$$91 = a+b$$

$$\frac{6}{27}$$

$$\frac{27}{6}$$

$$-105 \left(\frac{3}{15} \right)$$

$$2 \cdot 5 \cdot 7$$