



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} ab &\equiv 0 \pmod{3^{11} \cdot 7^4} \\ bc &\equiv 0 \pmod{3^8 \cdot 7^{16}} \\ ac &\equiv 0 \pmod{3^{21} \cdot 7^{38}} \\ abc &\text{ min. ?} \end{aligned}$$

1. Чтобы произведение a, b, c было минимальным,
то сначала возьмем что

$$\begin{cases} ab = 3^{11} \cdot 7^4 \\ bc = 3^8 \cdot 7^{16} \\ ac = 3^{21} \cdot 7^{38} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3^n \cdot 7^m \\ b = 3^{11-n} \cdot 7^{4-m} \\ c = 3^{8-11+n} \cdot 7^{16-4+m} = 3^{n-3} \cdot 7^{12+m} \end{cases}$$

$n, m \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} n + 7 + m = 21 \\ m + 5 + m = 38 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2n = 14 \\ 2m = 33 \\ n, m \in \mathbb{N} \\ a = 3^n \cdot 7^m \\ b = 3^{11-n} \cdot 7^{4-m} \\ c = 3^{n-3} \cdot 7^{12+m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = 7 \\ m = 11,5 \\ n, m \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow \text{не подходит.}$$

2. Пусть $ab = k \cdot 3^{11} \cdot 7^4$, где $k \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned} a &= 3^n \cdot 7^m \\ b &= 3^{11-n} \cdot 7^{4-m} \\ c &= 3^{n-3} \cdot 7^{12+m} \end{aligned}$$

Т.к. m получило не целое, то нужно взять такое
число $k \in \mathbb{N}$, чтобы $m \in \mathbb{N} \Rightarrow k = 7^m$ - минимальное возможное
число k , чтобы выполнялось $ab = 3^{11} \cdot 7^4 \cdot k \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3^n \cdot 7^m \cdot k \cdot 7^m \\ b = 3^{11-n} \cdot 7^{4-m} \\ c = 3^{n-3} \cdot 7^{12+m} \\ n, m \in \mathbb{N} \\ ac = 3^n \cdot 7^m \cdot 7^m \cdot 3^{n-3} \cdot 7^{12+m} = 3^{2n-2} \cdot 7^{2m+16} \end{cases}$$

Если $2n-2 = 21$ и $2m+16 = 38$,
то минимальное $k = 7^m$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2n+2 = 21 \\ 2m+15 = 38 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2n = 19 \\ 2m = 23 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 9,5 \\ m = 11,5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3^9 \cdot 7^{11} \cdot 7 \\ b = 3^2 \cdot 7^3; c = 3^9 \cdot 7^{16} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} a \cdot b \cdot c &= 3^9 \cdot 7^{22} \cdot 3^2 \cdot 7^{14} \cdot 7^{16} = \\ &= 3^{25} \cdot 7^{38} \end{aligned}$$

Ответ: $abc = 3^{25} \cdot 7^{38}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2. $\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2}$ (A) $\frac{a}{b} - \text{число/число}$

8/2

$$\begin{cases} a+b \equiv 0 \pmod{m} \\ a^2-2ab+b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \not\equiv b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+2ab+b^2-2ab-2ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+b)^2-4ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 \cdot (-b) \cdot (-b) \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \\ b^2 \not\equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

b	1	2	...	$m-1$	m
b^2	1	4	...	$(m-1)^2$	m
$4b^2$	4	16	...	$4(m-1)^2$	0
$-b$	-1	-2	...	$1-m$	0
a	-1	-2	...	$1-m$	0

$$\frac{a+b}{4b^2} \equiv \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \pmod{m}$$

$$a+b \equiv 4b^2 \pmod{m}$$

$$a \equiv 4b^2 - b \pmod{m}$$

$$a \equiv b(4b-1) \pmod{m}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{4b^2} \equiv \frac{b(4b-1)+b}{4b^2} = \frac{4b^2-b}{4b^2} = \frac{4b^2-2b^2+b^2}{4b^2} = \frac{3b^2+b^2}{4b^2} = \frac{4b^2}{4b^2} = 1$$

$a, b \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} b &\equiv \frac{m}{10} \pmod{m} \\ b &\equiv \frac{m}{10b} \pmod{m} \\ \Downarrow \\ a + \frac{m}{10b} &\equiv 0 \pmod{m} \\ 10ab + m &\equiv 0 \pmod{m} \\ 10ab &\equiv m \pmod{m} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 4b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4b^2 \equiv m \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \equiv \frac{a+b}{4b^2} \pmod{m}$$

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \equiv \frac{a+b}{4b^2} \pmod{m}$$

$$a^2-2ab+b^2 = 4b^2$$

$$m \mid a^2-2ab+b^2-4b^2 = 0$$

$$m \mid a^2+ab-2ab-b^2-4b^2 = 0$$

$$m \mid (a/a+b) - 2b/(a+b) = 0$$

$$m \mid (a+b)/(a-b) = 0$$

$$\begin{cases} a \equiv -b \pmod{m} \\ a = 4b \end{cases} \Rightarrow \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = \frac{-b+b}{16b^2-8b^2+b^2} = \frac{-b^2}{9b^2} = -\frac{1}{9}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 10b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases} \Rightarrow \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \equiv \frac{a+b}{10b^2} \pmod{m}$$

$$a^2-2ab+b^2 \equiv 10b^2 \pmod{m}$$

$$a^2+ab-9ab-9b^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a(a+b)-9a(-b)-9b^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$(a+b)(a-9b) \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{(a+b)(a-9b)} \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\frac{1}{a-9b} \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\frac{1}{a-9b} \equiv 1 \pmod{m}$$

$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$

$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$

$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$

$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$

$$\text{Если } m=1, m \text{ } \frac{1}{a-9b} \equiv 1 \pmod{m}$$

$$\text{Если } m=10, m \text{ } \frac{1}{a-9b} \equiv 10 \pmod{10}$$

$$\frac{a+b}{(a+b)(a-9b)} = \frac{1}{a-9b} \quad \text{и произведение}$$

при $m=a+b$, где b можно сократить на $(a+b)$

$$\text{Итак: } n=a+b$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \sqrt{2x^2+3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

$$\sqrt{2x^2+3x+4 - 1 + 1 - 4x + 4x} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

$$\sqrt{2x^2+x+3+1-4x} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

1) Замена $t = 2x^2+x+3$, $m = 1-4x$
 $t \geq 0$

$$\sqrt{t+m} - \sqrt{t} = m$$

$$\sqrt{t+m} - \sqrt{t} = m \quad | \cdot \sqrt{t+m} + \sqrt{t}$$

Если $m < 0$, то $\sqrt{t+m} - \sqrt{t} < 0$
Если $m > 0$, то $\sqrt{t+m} - \sqrt{t} > 0$ $\Rightarrow$ можно возводить в квадрат без ошибок.
Если $m = 0$, то $\sqrt{t} - \sqrt{t} = 0$ $\Rightarrow m = 0$

при $m = 0$, $1-4x = 0$ $x = \frac{1}{4}$, то $\sqrt{2 \cdot \frac{1}{16} + 3 \cdot \frac{1}{4} + 4} - \sqrt{2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + 3} = 1-1$
 $1-4x$
 $x = \frac{1}{4}$
 $\sqrt{\frac{1}{8} - \frac{3}{4} + 4} - \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 3} = 0$
 $\sqrt{\frac{1}{8} - \frac{6}{8} + 4} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + 3}$
 $\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$

Если $m \neq 0$, то $(\sqrt{t+m} - \sqrt{t})^2 = m^2$

$$t+m - 2\sqrt{t^2+tm} + t = m^2$$

$$-m^2 + 2t + m - 2\sqrt{t^2+tm} = 0$$

$$-m^2 + 2t + m = 2\sqrt{t^2+tm}$$

Обратная замена

$$-(1-4x)^2 + 2(2x^2+x+3) + 1-4x = 2\sqrt{(2x^2+x+3)^2 + (2x^2+x+3)(1-4x)}$$

$$-1+8x-16x^2+4x^2+2x+6+x-4x = 2\sqrt{4x^4+x^3+9+4x^3+12x^2+6x+2x^3+2x^2}$$

$$= 2\sqrt{4x^4+x^3+9+4x^3+12x^2+6x+2x^3+2x^2}$$

$$-10x^2+6x-6 = 2\sqrt{4x^4-4x^3+11x^2-9x+12}$$

$$-6x^2+3x+3 = 2\sqrt{4x^4-4x^3+11x^2-9x+12}$$

Ответ: $x = \frac{1}{4}$

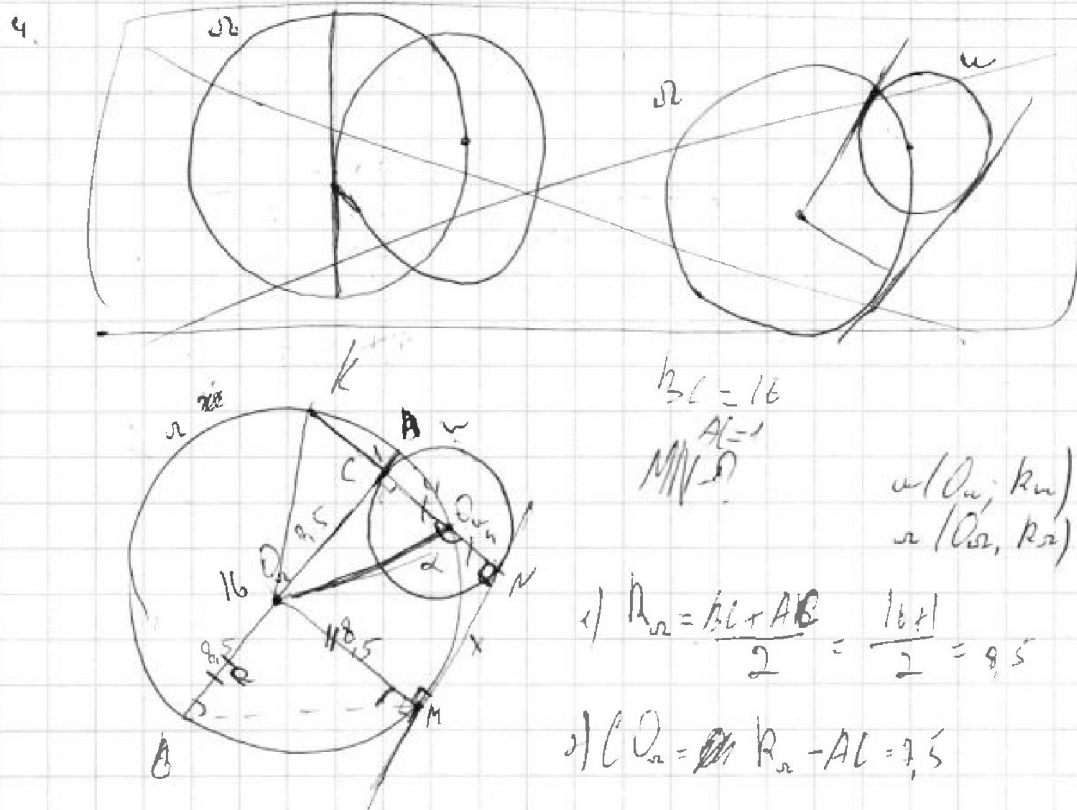
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2) AB касается ω в т. L (по условию) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow OL \perp AB$ (по свойству касательной)

3) O_ω . MM' - касательная к ω и Ω

4) Аналогично п. 2. $MM' \perp O_\omega M$, $MM' \perp O_\Omega M$

5) Внешний отрезок продолжения отрезка $O_\Omega C$ по пересечению с Ω в т. K

6) O_Ω . $O_\Omega K$ и $O_\omega O_\Omega$ - радиусы Ω и ω $\Rightarrow O_\Omega K = O_\Omega O_\omega$ (по отл. отл.)

7) $O_\Omega K = O_\Omega O_\omega$ (из п. 6) $\Rightarrow \triangle OKO_\omega$ - р/б

8) $\triangle OKO_\omega$ - р/б (из п. 7)

$O_\Omega C \perp O_\omega C$ (из п. 2) $\Rightarrow O_\Omega L$ - высота, медиана и биссектриса $\triangle OKO_\omega$ (по свойству р/б) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ 9) $KL = LO_\omega$ (т.к. $O_\Omega L$ - медиана)

10) $KL \cdot CA = KL \cdot LO_\omega$ (по свойству секущей и хорды)

$$16 \cdot 1 = LO_\omega^2 \Rightarrow LO_\omega = 4 \Rightarrow R_\omega = 4$$

11) MM' - касательная к Ω и ω - диаметр Ω $\Rightarrow MM' = 2R_\Omega$ (по свойству касательной и диаметра)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



x, y, z — действительные числа, $x, y, z \neq 0$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - 2z^2}{x^2 - 6y^2} \quad (A)$$

$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3x}{x+y} = \frac{z}{z} \Rightarrow z = \frac{2xy}{\frac{3}{x+y} - 1} = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$3x + 2y = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$3x(3y+x) + 2y(3y+x) - 2xy = 0$$

$$3y + x \neq 0$$

$$3xy + 3x^2 + 6y^2 + 2xy + 2xy - 2xy = 0$$

$$x^2 + 3y^2 + 3xy = 0$$

$$x^2 + xy + 2xy + 2y^2 = 0$$

$$x(x+y) + 2y(x+y) = 0$$

$$(x+y)(x+2y) = 0$$

$$x \neq -y$$

$$x \neq -2y$$

$$x \neq -3y$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -y \\ x = -2y \\ x = -3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -y \quad (A) \\ x = -2y \quad (B) \\ x = -3y \quad (C) \end{cases}$$

$$(A) \quad \begin{cases} x = -y \\ z = \frac{2 \cdot (-y) \cdot y}{3y - y} = \frac{-2y^2}{2y} = -y \end{cases}$$

$$(B) \quad \begin{cases} x = -2y \\ z = \frac{2 \cdot (-2y) \cdot y}{3y - 2y} = \frac{-4y^2}{y} = -4y \end{cases}$$

1) (A) $\rightarrow$ (A)

$$\frac{3(-y)^2 - 4y^2 - (-y)^2}{x(-y)^2 - 6y^2} = \frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 - 6y^2} = \frac{-2y^2}{-5y^2} = \frac{2}{5}$$

2) (B) $\rightarrow$ (B)

$$\frac{3(-2y)^2 - 4y^2 - (-4y)^2}{x(-2y)^2 - 6y^2} = \frac{3 \cdot 4y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 - 6y^2} = \frac{-4y^2}{-2y^2} = 2$$

3) 2/3 н.с. н.с. (A) max 1/4

Problem 14

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$48 = y$$

$$f_1 x + f_2 x = f_1 y$$

$$f_1 (x-y) + f_2 x = 0$$

$$f_1 x = \frac{f_2 y}{f_1 - f_2}$$

$$f_1 = \frac{f_2 y}{x-y}$$

$$f_1 = \frac{2(48-y)}{y-48+y}$$

$$f_1 = \frac{96-2y}{2y-48}$$

$$f_1 = \frac{2(48-y)}{2(y-24)}$$

$$\frac{2(48-y)}{2(y-24)} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{48-y}{y-24} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{(48-y)y}{(y-24)(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{-2y(48-y)}{(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4} = 0$$

$$\frac{-8y(48-y) - 5(y+6)(54-y)}{(y+6)(54-y)} = 0$$

$$-384y + 8y^2 - 5(y^2 + 6y + 54y + 324) = 0$$

$$-384y + 8y^2 + 5y^2 - 48y - 324 \cdot 5 = 0$$

$$13y^2 - 624y - 1620 = 0$$

$$D = 389376 + 52 \cdot 1620 = 389376 + 84240 = 473616$$

$$y = \frac{624 \pm \sqrt{473616}}{26} = \frac{624 \pm 688}{26}$$

$$y = \frac{312 \pm 8\sqrt{13156}}{13} = \frac{312 \pm 6\sqrt{3289}}{13}$$

$$y = \frac{312 + 6\sqrt{3289}}{13}$$

$$f_1 = \left(\frac{48-y}{y-24} \right) \cdot \frac{312 + 6\sqrt{3289}}{13}$$

$$f_1 = \frac{48-y}{y-24} \cdot \frac{312 + 6\sqrt{3289}}{13}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 26 \\ \hline 288 \\ 960 \\ \hline 1248 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 26 \\ \hline 288 \\ 960 \\ \hline 1248 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 26 \\ \hline 288 \\ 960 \\ \hline 1248 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 473616 \\ \div 26 \\ \hline 18216 \\ \times 26 \\ \hline 473616 \end{array}$$

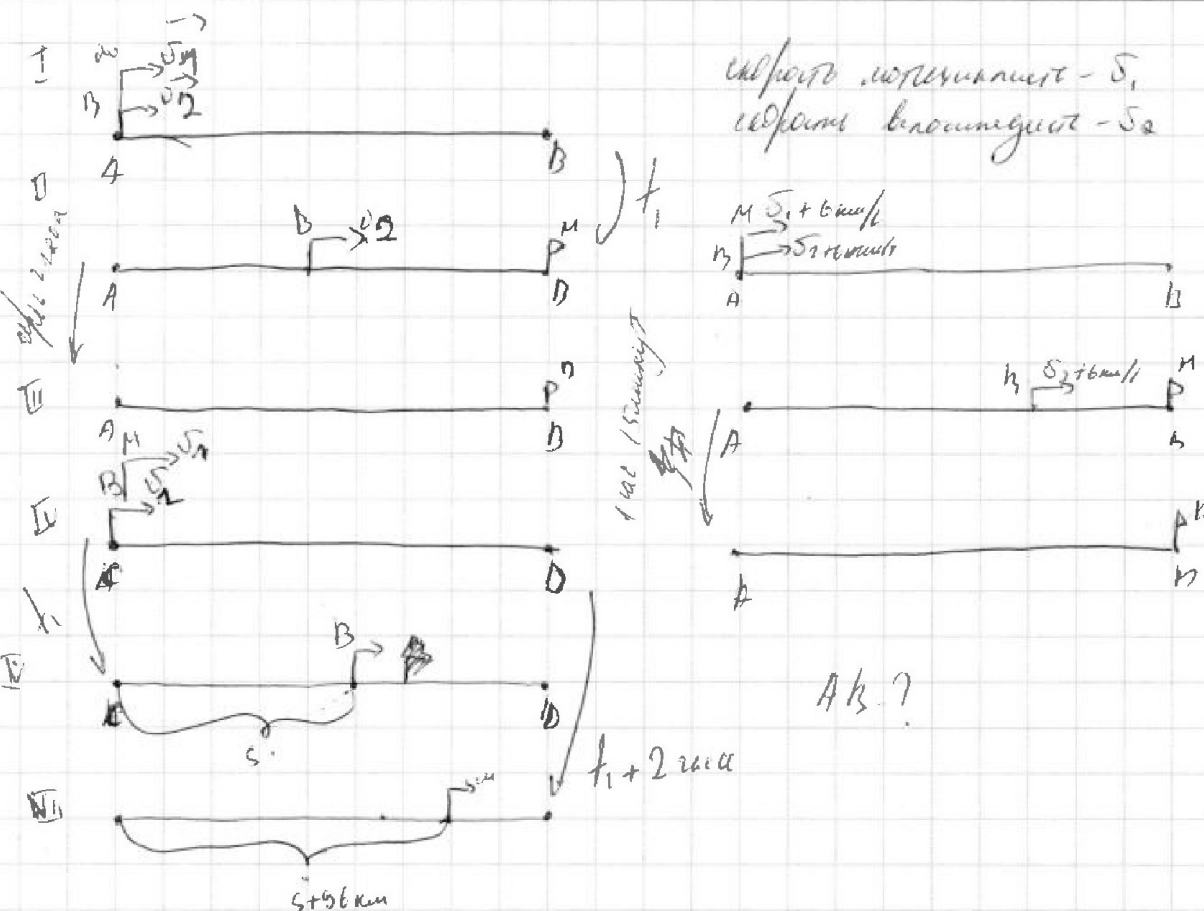
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть x - скорость велосипедиста, y - скорость мотоциклиста
 t_1 - время, за которое мотоциклист проезжает $A \rightarrow B$

Скорость	Время	Расстояние
x	$t_1 + 2$	$(t_1 + 2)x$
y	t_1	$t_1 y$
x	t_1	$t_1 x$
y	$t_1 + 2$	$(t_1 + 2)y$
$x + 6$	$\frac{t_1 y}{x + 6}$	$t_1 y$
$x + 6$	$\frac{t_1 + 2}{x + 6}$	$t_1 y$

на 96 км меньше

1) $(t_1 + 2)x = t_1 y$ - для AB $\Rightarrow (t_1 + 2)x = t_1 y$
 $t_1 y - AB$

2) $(t_1 + 2)y - t_1 x$ - разница в расстоянии от
велосипедиста, если время t_1 , а мотоциклист время $(t_1 + 2)$
 $(t_1 + 2)y - t_1 x = 96 \text{ км}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) $\left(\frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6}\right)$ - разнице во времени, потраченном на АБ,
если они оба увеличили скорость на 6 км/ч
$$\frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = 1 \frac{15}{60}$$

4) Из 1 и 3 составим систему уравнений

$$\begin{cases} (1.12)x = t_1 y \\ (1.12)y - t_1 x = 56 \\ \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1 x - t_1 y = -24 \\ t_1 y - t_1 x + 2y = 56 \\ \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} t_1 y - t_1 x = 24 \\ t_1 y - t_1 x = 56 - 2y \\ \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 56 - 2y \\ \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = \frac{5}{4} \\ (1.12)x = t_1 y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 28 - y \\ \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{28-y+6} = \frac{5}{4} \\ (1.12)x = t_1 y \end{cases} \text{ II}$$

б.1) Решим II

$$\begin{aligned} \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{34-y} &= \frac{5}{4} \\ t_1 y \left(\frac{34-y-y-6}{(y+6)(34-y)} \right) &= \frac{5}{4} \\ t_1 y \left(\frac{28-2y}{(y+6)(34-y)} \right) &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

б.2) Решим в III

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x = 48 - y \\ (t_1 + 2)x = t_1 y \\ t_1 y \left(\frac{5(y+6)/(54-y)}{(y+6)/(54-y)} \right) = \frac{5}{4} \cdot y \left(\frac{48-y}{(y+6)/(54-y)} \right) \end{cases}$$

~~8/20~~

Если $y = 0$, то $0 = \frac{5}{4}$ - неверно $\rightarrow y = 0$ - не корень

Если $48 - 2y = 0$, то $y = 24$

$x = 24$ - не удов. усл., т.к.

вспомогат. и исходные
данные с разными
единицами.

$$\begin{cases} x = 48 - y \\ t_1 = \frac{5(y+6)/(54-y)}{4y(48-y)} \\ y \neq 6 \\ y \neq 54 \\ (t_1 + 2)x = t_1 y \end{cases}$$

$$\left(\frac{5(y+6)/(54-y)}{4y(48-y)} + 2 \right) (48-y) = \frac{5(y+6)/(54-y)}{4y(48-y)}$$

$$\frac{5(y+6)/(54-y)/(48-y)}{4y(48-y)} + 2(48-y) = \frac{5(y+6)/(54-y)}{4y(48-y)} = 0$$

$$\frac{5(y+6)/(54-y)}{4(48-y)} \left(\frac{48-y}{y} - 1 \right) + 2(48-y) = 0$$

$$\frac{5(y+6)/(54-y)(48-y)}{4(48-y)y} + 2(48-y) = 0$$

$$\frac{5(y+6)(54-y) + 2 \cdot 4y(48-y)}{4y} = 0 \quad | \cdot 4y$$

$$5(54y - y^2 + 324 - 6y) + 8y(48-y) = 0$$

$$5(-y^2 + 48y + 324) + 384y - 8y^2 = 0$$

$$-5y^2 + 240y + 1620 + 384y - 8y^2 = 0$$

$$-13y^2 + 624y + 1620 = 0$$

$$13y^2 - 624y - 1620 = 0$$

$$D = 423616$$

$$\begin{array}{r} 13y^2 - 624y - 1620 \\ \underline{324} \\ 384 \\ \underline{1620} \\ 1620 \\ \underline{1620} \\ 0 \end{array}$$



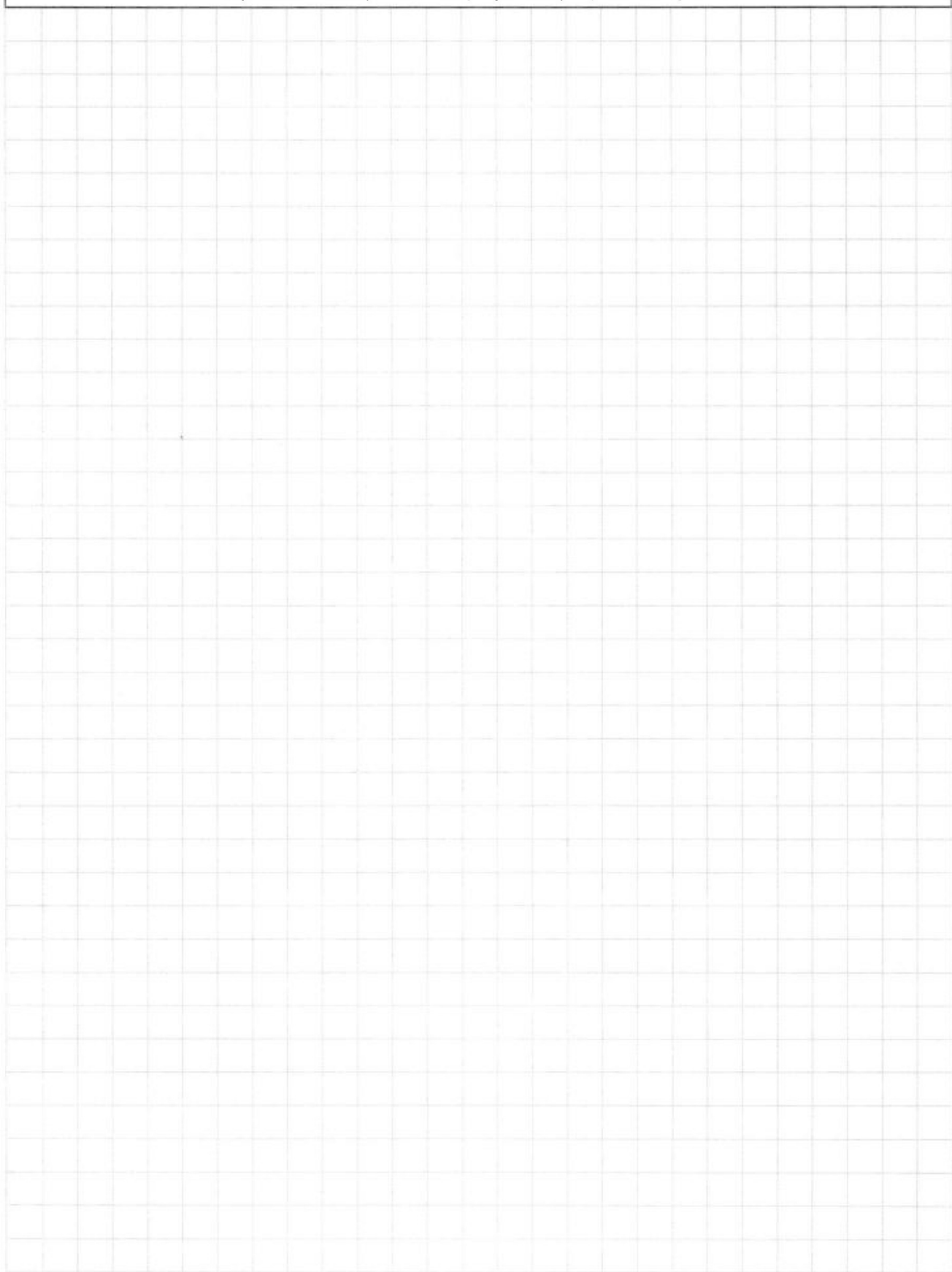
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порука QR-кода недопустима!



$$\frac{3x^2 - 4y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 18y^2 + 18y^2 - 4y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$= \frac{3(x^2 - 6y^2) + 14y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2} = 3 + \frac{14y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 4y^2 - 2^2 \\ - 3x^2 - 18y^2 \\ \hline 14y^2 - 2^2 \end{array} \bigg| \frac{x^2 - 6y^2}{9}$$

$$3 = \frac{2-2y}{x}$$

$$3 = \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{y}\right)x$$

$$\frac{2-2y}{x} = \frac{2x}{x} - \frac{x}{y}$$

$$\frac{2-2y}{x} = 2 - \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = 2 - \frac{2-2y}{x}$$

$$\frac{2-2y}{x} + \frac{14y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$\begin{array}{l} 3x^2 - 4y^2 - 2^2 = 0 \\ 3x^2 - 4y^2 - 2^2 = 0 \end{array}$$

$$3x + 2y = 2$$

$$2 = \frac{2}{\frac{3}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$3x + 2y = \frac{2xy}{3y+x}$$

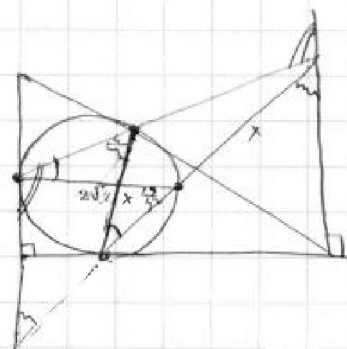
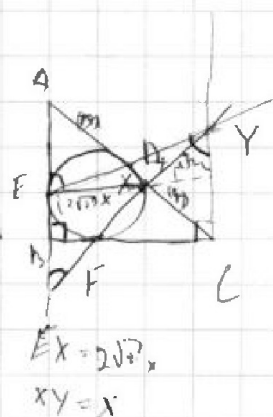
$$\left\{ \begin{array}{l} 3x(3y+x) + 2y(3y+x) - 2xy = 0 \\ 3y = -x \end{array} \right.$$

$$9xy + 3x^2 + 6y^2 + 2yx + 2xy = 0$$

$$x^2 + 2y^2 + 3xy = 0$$

$$x^2 + 2y^2 + xy + 2xy = 0$$

$$\begin{array}{l} x(x+2y) + 2y(y+x) = 0 \\ (y+x)(x+2y) = 0 \\ y = -x \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5. $x, y, z \neq 0$, x, y, z - действительные

$$\begin{cases} 3x + 2y = z \\ \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z} \end{cases}$$

$$\frac{3x^2 + y^2 = z^2}{x^2 = 6y^2} \quad - \text{как?}$$

$$x + y = z$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y} \Rightarrow \frac{3y(3x+2y) + x(3x+2y) - 2xy}{xy(3x+2y)} = 0$$

$$\begin{cases} 9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy - 2xy = 0 \\ 3x+2y \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 + 6y^2 + 9xy = 0 \\ x + \frac{2}{3}y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 + 3xy = 0 \\ x + \frac{2}{3}y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x + 2y = 0, |x| \\ x + \frac{2}{3}y = 0 \end{cases}$$

1) Рассмотрим x_1

$$x^2 + 3x + 2y = 0$$

$$D = 9 - 8y^2 \geq 0, \text{ т.к. } x, y - \text{действительные числа}$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8y^2}}{2}$$

$$\text{Ели } 9 - 8y^2 = 0, \text{ то } x = -\frac{3}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

~~$$2x^2+4x$$~~

$$\sqrt{2x^2-3x+4 + 1-4x - 1+4x} - \sqrt{2x^2+x+3 + 1-4x + 4x} = 1-4x$$

$$\sqrt{2x^2+x+3+1-4x} - \sqrt{2x^2-3x+4+1-4x} = 1-4x$$

~~$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2-3x+4+1-4x} = 1-4x$$~~

$$2x^2-3x+4 = f$$

$$2x^2-3x+4$$

$$1-4x$$

$$\sqrt{f} - \sqrt{f+1-4x} = 1-4x$$

~~$$2x^2$$~~

$$\sqrt{2x^2+x+3+1-4x} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

$$\sqrt{f+1-4x} - \sqrt{f} = 1-4x$$

$$\sqrt{f+1-4x} \cdot \sqrt{f} = m \cdot \sqrt{f} + t$$

$$m^2 \cdot f + t^2 + 2mt \cdot \sqrt{f} = 0$$

$$m^2 \cdot f^2 - 2mt \cdot \sqrt{f} + t^2 = 0$$

$$t^2 - t = 0$$

$$t(t-1) = 0$$

$$t = 0$$

$$t-1 = 0$$

$$t = 0$$

$$t = 1$$

$$\sqrt{2x^2-3x+4+1-4x} - \sqrt{2x^2-3}$$

$$\sqrt{2x^2+x+3+1-4x} - \sqrt{2x^2-3x+4+1-4x} = 1-4x$$

$$t = 1-4x$$

$$\sqrt{2x^2+x+3+t} - \sqrt{2x^2-3x+4+t} = t$$

~~$$\sqrt{2x^2+x+3+t} = \sqrt{2x^2}$$~~

~~$$2x^2+x+3+t = 2x^2-3x+4$$~~

~~$$4x+3+t = 4$$~~

~~$$t = 1-4x$$~~

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 15 \\ \hline 240 \\ + 80 \\ \hline 2400 \end{array}$$

~~$$1-4x < 0 \quad 1-4x = 1$$~~

~~$$x = \frac{1}{4} \quad x = 0$$~~

$$2x^2-3x+4 = \frac{1}{4} / 4$$

$$8x^2-12x+16-1=0$$

$$8x^2-12x+15=0$$

$$D = 144 - 480$$

$$2x^2+x+3 = \frac{1}{4} / 4$$

$$8x^2+4x+12=4$$

$$8x^2+4x+8=0$$

$$D = 16 -$$

$$-(1-4x)^2 + 2(2x^2-3x+4)$$

$$2\sqrt{(2x^2-3x+4)(1-4x)}$$

$$= \sqrt{4x^4 + x^3 + 9x^2 + 4x + 4x^3 + 4x^2 + 16x + 16}$$

$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2-3x+4+1-4x} = 1-4x$$

$$\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{3}{4} + 4} - \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 3} = 0$$

$$\sqrt{4 - \frac{2}{4}} - \sqrt{3 + \frac{2}{4}} = 0$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. a, b, c

$$ab \equiv 0 \pmod{3^{11} \cdot 7^{11}}$$

$$bc \equiv 0 \pmod{3^{11} \cdot 7^{11}}$$

$$ac \equiv 0 \pmod{3^{11} \cdot 7^{11}}$$

ab, c - min?

$$\begin{aligned} a &= 3^5 \\ b &= 2^6 \\ c &= 3^{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 3^4 \cdot 7^2 \\ b &= 3^7 \cdot 7^2 \\ c &= 3^4 \cdot 7^2 \end{aligned}$$

$$a = 3^7 \cdot 7^m$$

$$b = 3^{11-n} \cdot 7^{11-m}$$

$$c = 3^{16-11+n} \cdot 7^{16-11+m} = 3^{5+n} \cdot 7^{5+m}$$

$$n + 2 + n = 21$$

$$2n = 14 \Rightarrow n = 7$$

$$2m = 31 \Rightarrow m = 15,5$$

$$a \cdot b \cdot c = 3^{25} \cdot 7^{38,5}$$

$$\begin{aligned} ab &= (a+b) \cdot k \\ ab - ak - bk &= 0 \end{aligned}$$

$$m \mid (a-b)$$

$$m \mid (a+b) + (a-b) = 2a$$

$$m \mid a$$

$$ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\Rightarrow a+b \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot 3 &= 6 \\ 2+3 &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot 5 &= 10 & 2 \cdot 9 &= 18 \\ 2 \cdot 7 &= 14 & 2+5 &= 7 \\ 2+7 &= 9 & 2+9 &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \cdot 4 &= 12 & 3+4 &= 7 \\ 4 \cdot 5 &= 20 & 4+5 &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \cdot 5 &= 15 & 3+5 &= 8 \\ 3+5 &= 8 & 2 \cdot 5 &= 10 \end{aligned}$$

$$2 \cdot 5 = 10$$

$$ab \equiv a+b \pmod{m}$$

$$a+m = a+b+m$$

$$a+m-b-m = a-b = 0$$

$$a+m-b-m = a-b = 0$$

$$\begin{aligned} &389326 \\ &\times 324 \\ &\hline &116352 \\ &778652 \\ &\hline &1265184 \end{aligned}$$

$$90^2 = 8100$$

$$100^2 = 10000$$

$$1000^2 = 1000000$$

$$900^2 = 810000$$

$$500^2 = 250000$$

$$600^2 = 360000$$

$$2 \cdot 1$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

473616

$$600^2 = 360000$$

$$700^2 = 490000$$

$$600^2 < 473616$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$660^2 = 435600$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ 670 \\ \times 670 \\ \hline 402 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 447.900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 447.900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 447.900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 447.900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 447.900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 447.900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 447.900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 447.900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 447.900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 447.900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 447.900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 447.900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 447.900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 447.900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 447.900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 447.900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 660 \\ \times 680 \\ \hline 544 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ 408 \\ \hline 462.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ 408 \\ \hline 462.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ 408 \\ \hline 462.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ 408 \\ \hline 462.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ 408 \\ \hline 462.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ 408 \\ \hline 462.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ 408 \\ \hline 462.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ 408 \\ \hline 462.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ 408 \\ \hline 462.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ 408 \\ \hline 462.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ 408 \\ \hline 462.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ 408 \\ \hline 462.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ 408 \\ \hline 462.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ 408 \\ \hline 462.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ 408 \\ \hline 462.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ 408 \\ \hline 462.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 423400 \\ -4 \\ \hline 423396 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 423396 \\ -4 \\ \hline 423392 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 423392 \\ -4 \\ \hline 423388 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 423388 \\ -4 \\ \hline 423384 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 423384 \\ -4 \\ \hline 423380 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 423380 \\ -4 \\ \hline 423376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 423376 \\ -4 \\ \hline 423372 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 423372 \\ -4 \\ \hline 423368 \end{array}$$

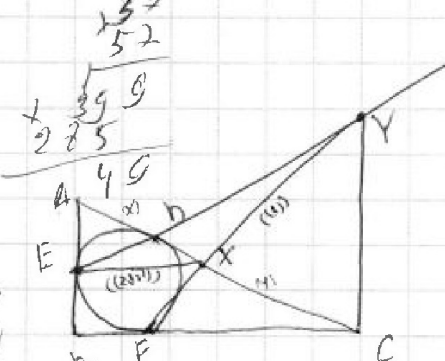
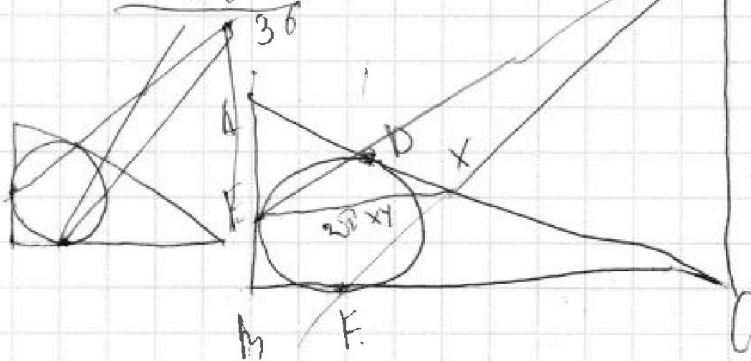
$$\begin{array}{r} 423368 \\ -4 \\ \hline 423364 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 423364 \\ -4 \\ \hline 423360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 423360 \\ -4 \\ \hline 423356 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 423356 \\ -4 \\ \hline 423352 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 423352 \\ -4 \\ \hline 423348 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y_{1,2} = \frac{624 \pm \sqrt{473400 + 216}}{26} = \frac{624 \pm \sqrt{54 + 1183501}}{26} =$$

$$\frac{312 \pm 3\sqrt{6} \pm 13150}{13} = \frac{312 \pm 3 \cdot 2\sqrt{3780}}{13} =$$

$$\begin{array}{r} 835 \\ \times 656 \\ \hline 5015 \\ 5015 \\ \hline 54960 \\ + 6264 \\ \hline 51196 \end{array}$$

$$\begin{cases} (t+2)x = ty \\ (t+2)y = tx = 56 \\ \frac{tx}{y+6} - \frac{tx}{x+6} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 796 \\ \times 656 \\ \hline 5015 \\ 5015 \\ \hline 54960 \\ + 6264 \\ \hline 51196 \end{array}$$

$$x = 48 - y$$

$$t = \frac{y - 48}{24 - y}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 246 \\ \hline 750 \\ 2500 \\ \hline 3110 \end{array}$$

$$\begin{cases} x = 48 - y \\ (t+2)x = ty \\ \frac{tx}{y+6} - \frac{tx}{x+6} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$x = \frac{ty}{t+2}$$

$$\frac{ty}{t+2} = 48 - y$$

$$ty = (48 - y)(t+2)$$

$$ty = 48t + 96 - ty - 2y$$

$$9y^2 - 374 - 5y^2 + 54y = 0$$

$$4y^2 - 374 + 54y = 0$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 16 \\ \hline 324 \\ + 864 \\ \hline 864 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 48 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\frac{(y-48)y}{(24-y)(y+6)} - \frac{(y-48)y}{(24-y)(y+6)} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{(y-48)y}{(24-y)(y+6)} - \frac{1}{54-y} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{(y-48)y}{(24-y)(y+6)} - \frac{1}{54-y} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{(y-48)y}{(24-y)(y+6)} - \frac{1}{54-y} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{(y-48)y(48-24)}{(24-y)(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{(y-48)y(48-24)}{(24-y)(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{(y-48)y(48-24)}{(24-y)(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{24(y-48) - 5(y+6)(54-y)}{(y+6)(54-y)} = 0$$

$$\begin{array}{r} 3784 \\ + 240 \\ \hline 624 \end{array}$$