



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{N}; \quad ab : 3^{14} \cdot 7^{13} \quad \text{N1.}$$

$$bc : 3^{15} \cdot 7^{12}$$

$$ac : 3^{23} \cdot 7^{42}$$

$$\text{НОД}(ab; bc) = 3^{14 \cdot 15} \cdot 7^{12 \cdot 13} = 3^{266} \cdot 7^{221}$$

$$\text{НОД}(ab; bc; ac) = 3^{266 \cdot 23} \cdot 7^{221 \cdot 42} = 3^{6118} \cdot 7^{9282}$$

$$\Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2 = 3^{6118} \cdot 7^{9282}$$

$$\Rightarrow abc = \sqrt{3^{6118} \cdot 7^{9282}} = 3^{3059} \cdot 7^{4641}$$

$$\text{Ответ: } abc = 3^{3059} \cdot 7^{4641}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}; \quad \begin{matrix} (a+b)^2 \\ (11ab) \end{matrix} : (a+b)$$

$$\Rightarrow 11ab = x \cdot (a+b)$$

Если $x=11 \Rightarrow ab=a+b$, а такое возможно только
при $a=b=1$, тогда $\frac{a}{b}$ - сократимая дробь $\Rightarrow x \neq 11$

$$\Rightarrow a+b=11.$$

Значения:

a	1	2	3	8	9	10
b	10	9	8	3	2	1

$$\text{Если } a=1; b=10 \Rightarrow 11 \cdot 10 \cdot 9 = x \cdot 11 \Rightarrow x=10; 121 \cancel{10}$$

$$a=2; b=9 \Rightarrow 11 \cdot 2 \cdot 9 = x \cdot 11 \Rightarrow x=18; 121 \cancel{12}$$

$$a=3; b=8 \Rightarrow 11 \cdot 3 \cdot 8 = x \cdot 11 \Rightarrow x=24; 121 \cancel{24}$$

$$\Rightarrow m=11$$

Ответ: $m=11$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

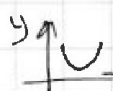
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. (Порча QR-кода недопустима!)

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x \quad N3.$$

$$3x^2 - 5x + 6 \neq 0; \text{ т.к. } D < 0.$$

старший. коэф. = $3 > 0 \Rightarrow$  x верши 1.

$$\Rightarrow 3x^2 - 5x + 6 > 0.$$

$$\text{Нисало шмо: } 3x^2 + x + 1 > 0.$$

$$1. \text{ Если } 3x^2 - 5x + 6 > 3x^2 + x + 1.$$

$$\Rightarrow -6x > -5.$$

$$x < \frac{5}{6}.$$

$$\text{Тогда } 5 - 6x > 0:$$

$$x < \frac{5}{6}.$$

$$2. \text{ Если } 3x^2 - 5x + 6 < 3x^2 + x + 1.$$

$$\Rightarrow x > \frac{5}{6}.$$

$$\Rightarrow 5 - 6x < 0 \Rightarrow x > \frac{5}{6}.$$

$$3. \text{ Если } 3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1$$

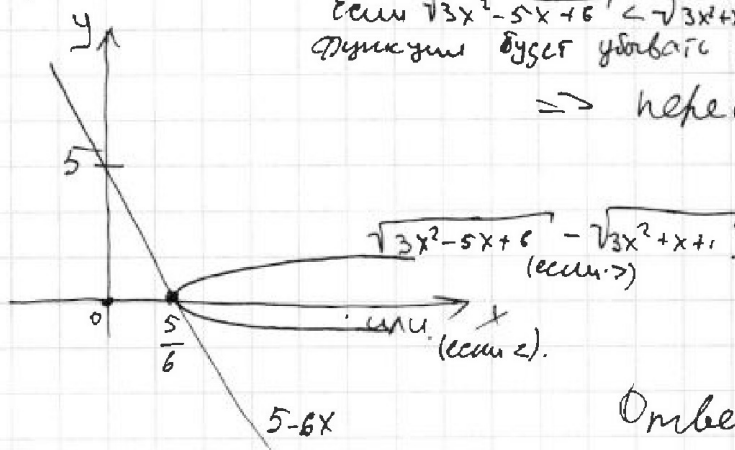
$$\Rightarrow -6x = -5 \Rightarrow x = \frac{5}{6} = x_{\text{верши}}.$$

$$5 - 6x = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{6}.$$

4. Заметим, что $5 - 6x = y$ — монотонно убывающая функция.
Функции $\sqrt{3x^2 - 5x + 6}$ и $\sqrt{3x^2 + x + 1}$ — во возрастающ. (если $>$)

Если $\sqrt{3x^2 - 5x + 6} < \sqrt{3x^2 + x + 1}$, то все равно
функции будут убывать медленнее, чем
линия $(5 - 6x)$

$\Rightarrow$ пересекать только
в одной точке.
при $x = \frac{5}{6}$.



Ответ: $x = \frac{5}{6}$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

ω, Ω .

$AC=1, BC=25$

$Lk=?$

Решение: O_2 - центр ω ; R - радиус Ω
 O_1 - центр Ω ; r - радиус ω

Через точку C , проведем $O_2 K$;

$K \in \Omega$ (пересекающаяся хорда);

$$\Rightarrow AC \cdot CB = O_2 C \cdot CK. \quad O_2 C = CK.$$

$$\Rightarrow 25 = O_2 C^2 = CK^2 \Rightarrow O_2 C = CK = 5 = r.$$

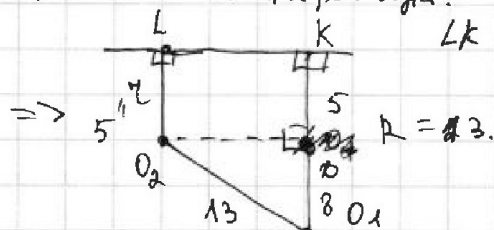
$$CO_1 = R - AC = \frac{AB}{2} - AC = \frac{AC+CB}{2} - AC = 13 - 1 = 12.$$

Рассмотрим $\triangle O_2 CO_1$; $\angle C = 90^\circ$, т.к. AO_1 - касат.
 $O_2 C$ - радиус.

$$\Rightarrow \text{по т. Пифагора. } O_2 O_1 = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = 13 = R.$$

Lk - касат.

$$O_2 D \perp Lk O_1.$$



$$KD = O_1 L = r = 5.$$

$$\Rightarrow O_1 D = R - r = 8.$$

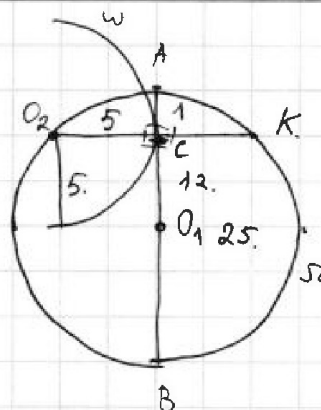
По т. Пифагора для $\triangle O_2 D O_1$:

$$O_2 D = \sqrt{O_2 O_1^2 - O_1 D^2} = \sqrt{13^2 - 8^2} = \sqrt{169 - 64} = \sqrt{105}$$

$O_2 D = Lk$, т.к. $O_2 D \perp Lk$ - н/у.

$$\Rightarrow Lk = \sqrt{105}$$

$$\text{Ответ: } Lk = \sqrt{105}.$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 5x - y = 3z \\ \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \end{cases} \xrightarrow{N5} \Rightarrow 25x^2 = 9z^2 + 6yz + y^2 \Rightarrow 25x^2 - y^2 - z^2 = 8z^2 + 6yz$$

$$\Rightarrow \frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 6yz}{y^2 + 3z^2}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \Rightarrow \frac{8z}{3z+y} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$$

$$\frac{40}{3z+y} = \frac{15y+z}{yz} \Rightarrow 40yz = 45yz + 15y^2 - 3z^2 - yz$$

$$\Rightarrow 3z^2 + y^2 = 16y^2 + 6yz$$

$$\Rightarrow \frac{8z^2 + 6yz}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 6yz}{16y^2 + 4yz} = \frac{4z^2 + 3yz}{8y^2 + 2yz}$$

Чтобы выражение было наименьшим, то
или числитель или знаменатель < 0 .

и тогда $|\text{числ}| > |\text{знамен}|$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4z^2 + 3yz \geq 0 \\ 8y^2 + 2yz < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z(4z+y) \geq 0 \\ 2y(4y+z) < 0 \end{cases}$$

• Если $z < 0$ $y < -4z$ $y < -4z$

$$4z^2 + 3yz > 8y^2 + 2yz$$

$$4z^2 - yz - 8y^2 > 0$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6.

S (км) - расстояние между АВ.
 v_M (км/ч) - скорость мотоцикла.
 v_B (км/ч) - скорость бен.

$$\begin{cases} t_B - t_M = \frac{S}{v_B} - \frac{S}{v_M} = 1 \text{ ч.} & (1) \\ v_M \cdot \frac{S}{v_B} - v_B \cdot \frac{S}{v_M} = 49 \text{ км} & (2) \\ \frac{S}{v_B + 7} - \frac{S}{v_M + 7} = 0,6 \text{ ч.} & (3) \end{cases}$$

$$(1) \quad \frac{S}{v_B} = 1 + \frac{S}{v_M}; \quad v_B = 1 + \frac{S}{v_M}$$

$$\Rightarrow (2) \quad v_M \cdot \left(1 + \frac{S}{v_M}\right) - \left(1 + \frac{S}{v_M}\right) \cdot v_M = 49$$

$$v_M + S - \frac{S^2}{v_M + S} = 49.$$

$$v_M^2 + v_M S + v_M S + S^2 - S^2 = 49 v_M + 49 S$$

$$v_M^2 + 2 v_M S - 49 v_M - 49 S = 0.$$

$$v_M^2 + (2S - 49) v_M - 49 S = 0$$

$$D = 4S^2 - 2 \cdot 98S + 49^2 - 4 \cdot 49S = 4S^2 + 49^2$$

$$\Rightarrow v_M = \frac{-2S + 49 \pm \sqrt{4S^2 + 49^2}}{2}; \quad \text{Заметим, что } 49 - 2S < \sqrt{4S^2 + 49^2}$$

$$\Rightarrow (-) - \text{не может быть,}$$

$$\text{т.к. } \text{tg } \alpha \quad v_M < 0$$

$$\Rightarrow v_M = \frac{-2S + 49 + \sqrt{4S^2 + 49^2}}{2}.$$

$$\Rightarrow (3) \quad \frac{S}{v_B + 7} = \frac{S}{8 + \frac{S}{v_M}} = 8 + \frac{S}{\sqrt{4S^2 + 49^2} + 49 - 2S}$$

$$\frac{S}{v_M + 7} = \frac{S}{\frac{\sqrt{4S^2 + 49^2} + 49 - 2S}{2} + 7}$$

$$\Rightarrow$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

ω - впис.

$\triangle ABC$ - n/y .

$\omega \cap CA = D$

$\omega \cap AB = E$

$\omega \cap BC = F$

$ED \cap EK = Y$

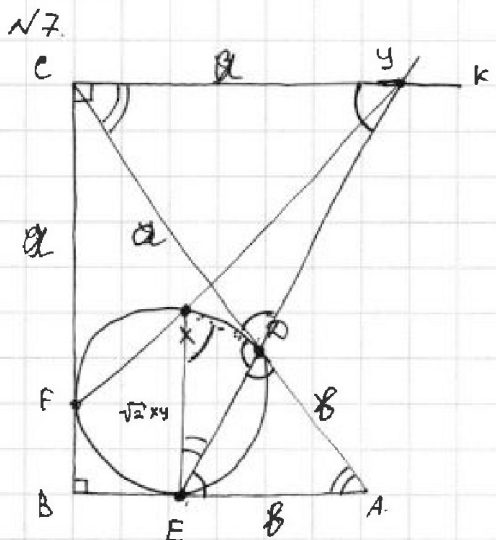
$EK \perp BC$

$FY \cap \omega = X$

$EX = \sqrt{2} XY$.

Найти: $AD:DE$

Решение: 1) Рассмотрим $\angle FUE$: $YX \cdot YF = YD \cdot YE$



2) т.к. $EK \perp BC$ и $AB \perp BC \Rightarrow EK \parallel BA \Rightarrow \angle DEA = \angle CYD$ (н.л. при $CK \parallel BA$ и сск. YE)
 $\angle BAE = \angle ACY$ (н.л. при $CK \parallel BA$ и сск. CH).

$\Rightarrow \triangle EDA \sim \triangle CYD$ (по 2-м углам)

$$\Rightarrow \frac{AD}{DE} = \frac{CY}{YD}$$

3) т.к. $X = DA = EA$ (касат. из точки A) $\Rightarrow \triangle AED$ - $p./\delta \Rightarrow \angle DEA = \angle EDA$.
 $\angle EDA = \angle CYD \Rightarrow \triangle CYD$ - $p./\delta \Rightarrow CY = CD = y$.

$$\Rightarrow \text{из подобия } \triangle ADE \text{ и } \triangle DYC: \frac{EA}{CY} = \frac{DA}{CD} = \frac{y}{y} = 1$$

$CF = CD = y$, т.к. из точки C касательны; $CF = CY = y$.
 $\Rightarrow \triangle CFK$ - $p./\delta$; $\angle C = 90^\circ \Rightarrow FY = \sqrt{2} \cdot y$

$$XE = \sqrt{2} XY = \sqrt{2} (\sqrt{2} y - FX)$$

$$\Rightarrow FX = \frac{2y - \sqrt{2} XY}{\sqrt{2}}$$

По т. Птолемея: $XD \cdot FE + FX \cdot DD = XE \cdot FD$

Заметим, что $\angle XED = \angle EDA$ ($\angle XDE = \angle DEA$).

$\Rightarrow \angle XED = \angle XDE \Rightarrow \triangle XDE$ - $p./\delta \Rightarrow$

$$\Rightarrow XE = \sqrt{2} XY$$

$\Rightarrow \triangle XDE \sim \triangle EDA$ (по 2-м углам).

$$\Rightarrow DA$$



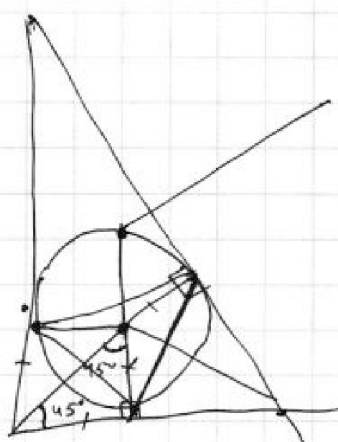
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

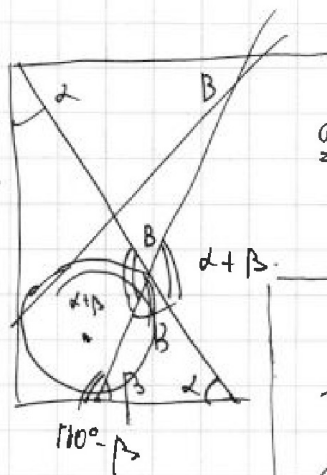
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порука QR-кода недопустима!



$90^\circ - \alpha$



$90^\circ - \alpha$

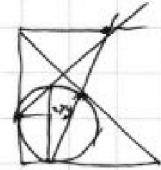
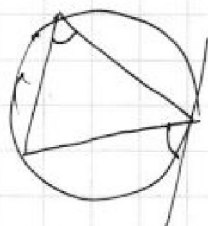
$\alpha + \beta$

$\sqrt{2} \cdot a$

$\sqrt{2} \cdot xy$

$$yx \cdot yF = yD \cdot \sqrt{2} \cdot xy$$

$$yF = \sqrt{2} \cdot yD$$



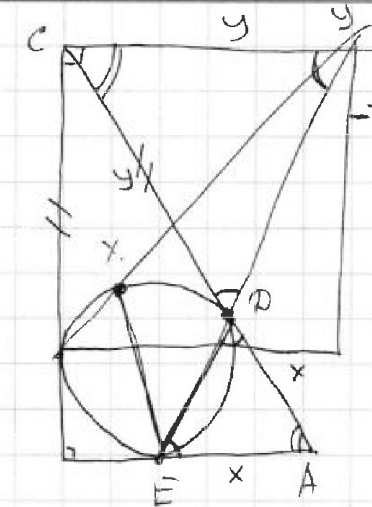
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. [Порча QR-кода недопустима!]



$$\rightarrow EA = AD \text{ и } CY = CD.$$

$$\frac{AD}{CD} = \frac{CY}{EA}.$$

$$EA \cdot AD =$$

$$x^2 = y^2.$$

$$\Rightarrow x = y.$$

$$AD = 25 -$$

$$1 -$$

$$12.6 \approx$$

U

$$S = v \cdot t.$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{5x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

$$\sqrt{3}x$$

$$56$$



$$\frac{S}{v_B} - \frac{S}{v_M} = 17.$$

$$\frac{S}{v_B} - \frac{S}{v_M} = 17.$$

$$v_M \cdot \frac{S}{v_B} - v_B \cdot \frac{S}{v_M} = 49 \text{ km}.$$

$$\frac{S}{v_B} = 1 - \frac{S}{v_M}.$$

$$v_B = \frac{S}{1 - \frac{S}{v_M}}.$$

$$\Rightarrow v_M \cdot \left(1 - \frac{S}{v_M}\right) = \frac{S}{1 - \frac{S}{v_M}} \left(\frac{S}{v_M}\right) = 49.$$

$$\frac{S}{v_B + 7} - \frac{S}{v_M + 7} = 36.$$

$$\frac{36}{60} = \frac{6}{10}.$$

$$v_M - S = \frac{S^2}{v_M - S} = 49.$$

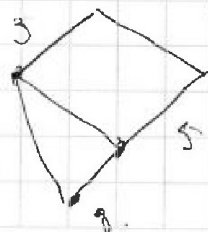
$$v_M^2 - v_M S - v_M S + S^2 - S^2 = 49.$$

$$v_M^2 - 2v_M S = 49 < 0.$$

$$\frac{CD}{4} = 3 + 49 = 52. S + 49.$$

$$\Rightarrow 4S \pm \sqrt{S^2 + 49}$$

13



$$\sqrt{105}.$$

$$5x - y = 38. \quad \frac{40}{32+y} + \frac{1}{y} = \frac{15}{2}.$$

$$x = \frac{32+y}{5}.$$

$$S^2? \quad S + 49. \quad \frac{40}{32+y} = \frac{15y-2}{2y}.$$

$$\sqrt{169 - 64} =$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c; \quad ab: 3^{14} 7^{13}$$

$$be: 3^{13} 7^{17}$$

$$ac: 3^{23} 7^{42}$$

$$\begin{array}{r} \times 266 \\ 23 \\ \hline 798 \\ + 531 \\ \hline 6118 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 221 \\ 42 \quad S \\ \hline 442 \quad v_B + 7 = \\ \hline 884 \\ \hline 9282 \quad S \end{array}$$

$$\sqrt{2} = \frac{884}{9282} S$$

$$= \frac{S}{1 + \frac{S}{M}} + 7 =$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

$$\frac{(a+b)^2}{(a^2 - 2ab + b^2) - 4ab} = \frac{a+b}{(a-b)^2 - 4ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab} = \frac{a+b}{a^2 + 2ab + b^2 - 11ab} = \frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}$$

$$+2ab - 11ab$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2$$

$$\sqrt{2} xy$$

$$\frac{AD}{DE} = ?$$

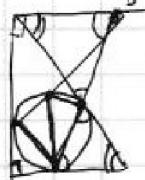
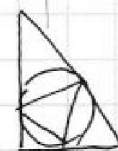
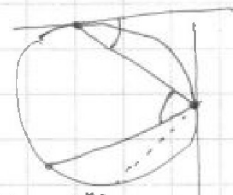
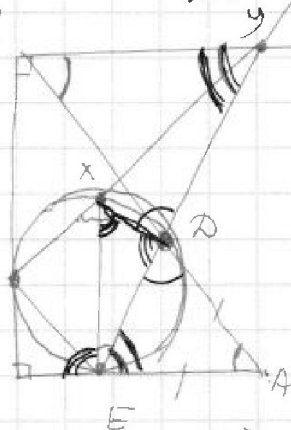
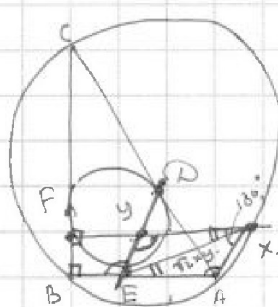
$$\begin{array}{r} 266 \mid 23 \\ 23 \mid 1 \\ \hline -36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 14 \\ 13 \\ \hline 126 \\ + 14 \\ \hline 266 \end{array}$$

$$\left(\frac{3}{v_B} - \frac{S}{v_M} \right) (v_M + v_B) = 50$$

$$\begin{array}{r} 14 \cdot 13 \quad 17 \cdot 17 \\ 3 \quad 2 \quad \times 13 \quad 2 \\ \hline 51 \\ \hline 17 \end{array}$$

$$yx \cdot fy = yd \cdot ey$$



$$\sqrt{2} xy \cdot yf =$$

$$\frac{XE}{\sqrt{2}} = \frac{y \cdot d \cdot ey}{fx}$$

$$fx \cdot ed + fe \cdot xd = xe \cdot fd$$

$$fx \cdot ed + fe \cdot xd = \sqrt{2} \cdot \frac{yd \cdot ey}{fx}$$

$$\frac{da}{ab} = \frac{yd}{de}$$

$$\frac{x}{y} = ?$$

$$XE = \sqrt{2} xy \quad \frac{11}{21-11} =$$

$$\frac{XE}{\sqrt{2}} = \frac{y \cdot d \cdot ey}{fx}$$

$$4s^2 - 4.49s + 4s^2 <$$

$$\frac{yx}{yd} = \frac{fy}{ey} \Rightarrow$$

$$\frac{xy}{yd} = \frac{\sqrt{2} fy}{ey}$$

$$8f8 \quad 8s + 2s$$

$$11ab = x(a+b)$$

$$11ab = a+b$$

$$a+b - 11ab = 0$$

$$1 \cdot 2$$

$$3 = 11 \cdot 2$$

$$a+b = 11$$

$$11 \Rightarrow ab = a+b$$

$$1 \cdot 2 = 1+2$$

$$\frac{1}{10} \quad \frac{2}{9} \quad \frac{3}{8}$$

$$11 \cdot 10 = 10 \cdot 11$$

$$yx \cdot$$

$$\sqrt{2} xy = \sqrt{2} (\sqrt{2} y - fx)$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} fx =$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x^2 - 5x + 6 - 2\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + 3x^2 + x + 1 - 2\sqrt{3x^2 + x + 1} = 25 - 60x + 36x^2$$

$$9x^2 - 4x + 7 - 2\sqrt{9x^2 - 4x + 7} = \dots$$

$$25x^2 - 56x + 18 + 2\sqrt{(3x^2 - 5x + 6)(3x^2 + x + 1)} = 0$$

$$3x^2 - 5x + 6 \geq 3x^2 + x + 1$$

$$25x^2 - 56x -$$

$$1. -6x > 7 \Rightarrow x < -\frac{7}{6}$$

$$\begin{array}{r} \times 56 \\ 25 \\ \hline 280 \\ 112 \\ \hline 1400 \end{array}$$

$$5 - 6x < 0 \Rightarrow 6x > 5 \Rightarrow x > \frac{5}{6} \Rightarrow x \in \emptyset$$

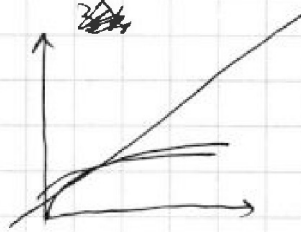
$$2. -6x > 7 \Rightarrow x < -\frac{7}{6}$$

$$5 > 6x \Rightarrow x < \frac{5}{6}$$

$$(25x^2 - 56x + 18)(25x^2 - 56x + 18) = 625x^4 - 1400x^3 + \dots$$

$$\frac{v_B}{v_M} = 49 \text{ km}$$

$$\frac{5}{6} =$$



5-

$$40yz = 45yz + 15y^2 - 3z^2$$

$$= yz$$

$$40yz = 44yz + 15y^2 - 3z^2$$

$$3z^2 + y^2 = 4yz + 16y^2$$

$$4z^2 + 3yz = 8y^2 - 1yz$$

$$4z^2 + 5yz - 8y^2 = 0$$

$$4z + y < 0$$

$$y < -4z$$

$$2(4z + y) > 0$$

$$2y(4y + z) < 0$$



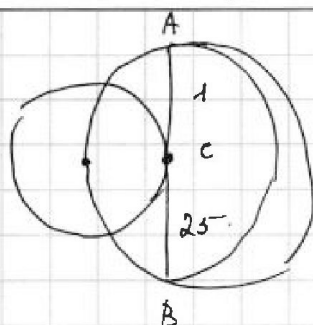
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

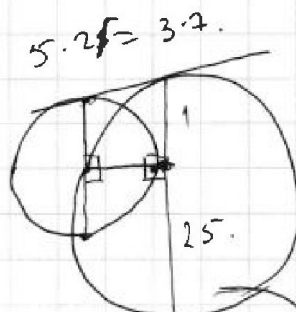
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

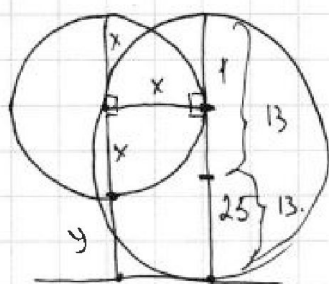
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



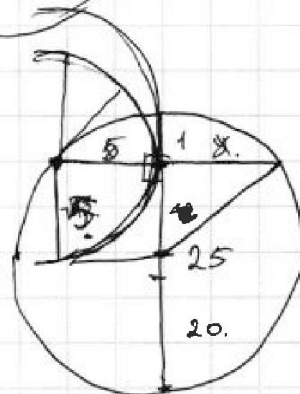
$$\begin{array}{r} 169 \\ - 64 \\ \hline 105 \end{array}$$



$$5 \cdot 25 = 3 \cdot 2$$

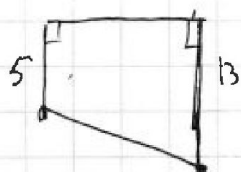


$$\begin{array}{r} 169 \\ + 64 \\ \hline 233 \end{array}$$



$$1 \cdot 12 = x \cdot y$$

$$\Rightarrow \sqrt{12} \cdot \sqrt{12}$$



$$\sqrt{2} \cdot FX = 2y - \sqrt{2} \cdot xy$$

$$FX = \frac{2y - \sqrt{2} \cdot xy}{\sqrt{2}}$$

x, y, z :

$$5x - y = 3z$$

$$5x - y - 3z = 0$$

$$\frac{5}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$$

$$5x = 3z + y$$

$$25x^2 = 9z^2 + 6yz + y^2$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} :$$

$$8yz + xz = 15xy$$

$$25x^2 - 15xy = 9z^2 - 2yz - xz + y^2$$

$$25x^2 - y^2 - z^2 < 0$$

$$25x^2 - 15xy$$

$$z(8z - x) + y(15x - z)$$

$$z(8z - x) - y(z - 15x)$$

$$25x^2 - y^2 - z^2 = 8z^2 - 2yz - xz + 15xy$$

$$8z^2 - 2yz - xz + 15xy = 3z^2$$

$$2(4z^2 - yz)$$

$$2z(4z - y) + y$$