



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N1

$$ab = k \cdot 2^{14} \cdot 4^{10}$$

$$bc = l \cdot 2^{14} \cdot 4^{14}$$

$$ac = l \cdot 2^{20} \cdot 4^{34}$$

$$\Rightarrow a^2 b^2 c^2 = k^2 l^2 \cdot 2^{14+14+20} \cdot 4^{10+14+34} = k^2 l^2 \cdot 2^{51} \cdot 4^{64}$$

$$\Rightarrow a^2 b^2 c^2 \geq 2^{52} \cdot 4^{64} \quad \Leftrightarrow \quad abc \geq 2^{26} \cdot 4^{32}$$

Пусть $a = 2^{a_1} \cdot 4^{a_2}$, $b = 2^{b_1} \cdot 4^{b_2}$, $c = 2^{c_1} \cdot 4^{c_2}$.

При $(a_1=8, b_1=6, c_1=12)$ достигается минимальное x_2 .

$$(abc = 2^{x_1} \cdot 4^{x_2})$$

Пусть $[x]_4$ - максимальная степень 4, на которую делится x .

$$\text{Покажем } [ab]_4 + [bc]_4 \geq [ac]_4 \geq 34$$

$$\Rightarrow [abc]_4 = [ab]_4 + [bc]_4 + [ac]_4 \geq 2[ac]_4 = 2 \cdot 34$$

$$\Rightarrow [abc]_4 \geq 34. \text{ Получается } (a_2=20, b_2=0, c_2=11).$$

$$\begin{cases} a = 2^8 \cdot 4^{20} \\ b = 2^6 \\ c = 2^{12} \cdot 4^{11} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } 2^{26} \cdot 4^{32}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2

~~$\frac{a+b}{a^2-bab+b^2}$~~ $\left[\frac{x}{y}\right]$ - максимальное число, на которое
делится x и y $\Rightarrow \max(a+b, a^2-bab+b^2)$
сопоставляется $a^2-bab+b^2$.

$$\left[\frac{a+b}{a^2-bab+b^2}\right] = \left[\frac{a^2-bab+b^2}{a+b}\right] = \left[\frac{(a+b)^2 - 8ab}{a+b}\right] = \left[\frac{8ab}{a+b}\right]$$

Уб-ие: $\max(8ab, a+b) = 8$ если $(a, b) = 1$.

Док-во: Пусть можно больше, тогда $(ab, a+b) > 1$,

$$\Rightarrow \exists t > 1: \begin{cases} ab : t \\ a+b : t \end{cases} \Rightarrow \exists k | t: \begin{cases} (a_{\max} b) : k \\ a+b : k \end{cases}$$

$\Rightarrow (a, b) \geq k > 1$ Противоречие

$\Rightarrow \max m = 8$ Пример: $a = 4, b = 1$

$$\left[\frac{a+b}{a^2-bab+b^2}\right] = \left[\frac{1+4}{1-4+16}\right] = \left[\frac{5}{12}\right] = 0$$

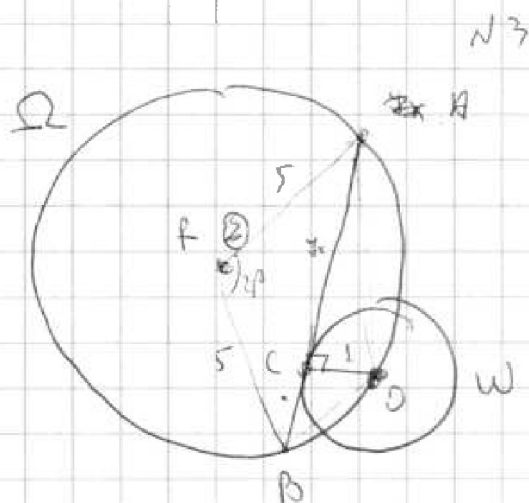
Ответ: 8

На одной странице можно оформлять **только одну задачу**.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $BC = x$, $AC = x$.

$$AR = BR = 5 \quad (R - \text{unip } R)$$

0 - yelp w

$$S_{ABO} = \frac{1 \cdot 8x}{1} = 4x$$

$\angle ABO = 2$

$$u_x = S_{ABO} = \frac{BO \cdot AO \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{\sqrt{(1+x^2)(49+x^2)}}{2} \cdot \sin \alpha$$

$$AB^2 = R^2 \quad AR^2 + BR^2 - 2AR \cdot BR \cos \angle BPA$$

$$\angle B \cap A = 2(180 - 2) \quad \cos \angle B \cap A = \cos(360^\circ - 4) = \cos 4$$

$$6hx^2 = 50(1 - \cos 2t)$$

$$64x^2 = (2r_{ABO})^2 = (1+x^4)(49+x^2) \cdot \sin^2 \theta$$

$$1 - \cos 2\theta = 1 - \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 2 \sin^2 \theta$$

$$(1+x^1)(49+x^2) \cdot \sin^2 = 100 \sin^2$$

$$\Rightarrow (1+x^2)(49+x^2) = 100 \quad x=1 \quad (x>0)$$

$$\Rightarrow AB = 8x = 8.$$

Our Gen: ~~8~~ 8

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$$

$$a = 2x^2 - 5x + 3, \quad b = 2x^2 + 2x + 1$$

$$f_a - f_b = 2 - 4x, \quad \text{но } a - b = 2 - 4x$$

$$a - b = (f_a - f_b)(f_a + f_b) = f_a - f_b \Leftrightarrow \begin{cases} f_a - f_b = 0 \\ f_a + f_b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 - 4x = 0 \\ I: x = \frac{2}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (f_a - f_b) + 2f_b = 0 \\ II: 2 - 4x + 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 0 \end{cases}$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 4x - 2 \quad x > \frac{2}{4}$$

$$8x^2 + 8x + 4 = 16x^2 - 16x + 4$$

$$41x^2 - 22x = 0 \quad x = 0, \frac{22}{41} \quad 0 < \frac{2}{4}$$

$$\frac{22}{41} \vee \frac{2}{4}$$

$$1104 \vee 41$$

Порожки

$$\text{Ответ: } x = \frac{2}{4}, \frac{22}{41}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

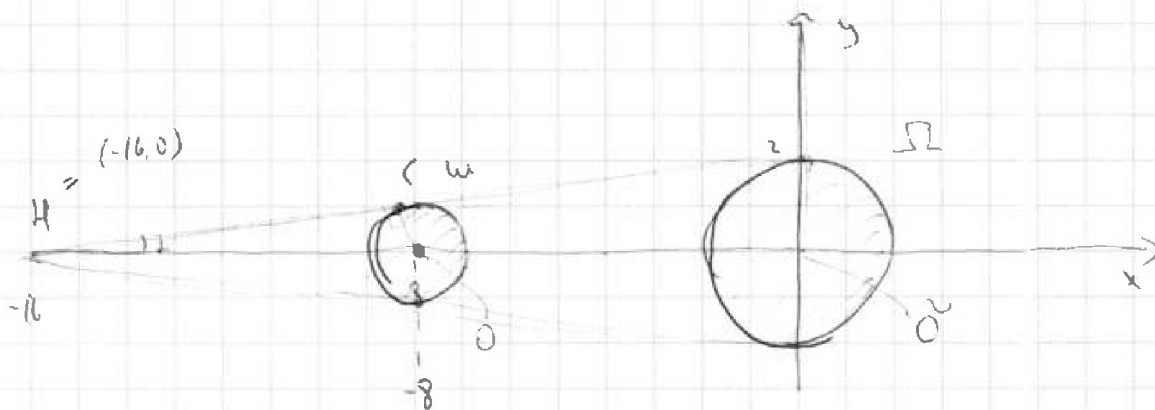
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\frac{dx}{dy}$
 $ax - y + 10b = 0$

N6

$$f(x, y) = ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$



Закрашенные области соответствуют $f(x, y) \leq 0$,
а граница: $f = 0$. Два решения $\Leftrightarrow$ прямая

$ax - y + 10b$ касается двух окружностей. Таких прямых

4: две внутри, две внеш, но они полностью

симметричны (исходят a и $-a$). Найдем

внеш. Рассмотрим геометрию с фиксом в H и $k=2$

O перейдет в O' и $2HO = 2HO' \Rightarrow O' = O$, а

т.к. $R_\omega = \frac{1}{2} R_\Omega$, то перейдет в $\Omega \Rightarrow$ внеш

касательная проходит через $H = (-16, 0)$.

Перв она касается ω в C . Тогда $HC = \sqrt{1+64} = \sqrt{65}$
 $\alpha = 2 \angle HO\omega$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx} = a \quad ?$$

$$HC = \sqrt{1+64} = \sqrt{65}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{OC}{HC} = \frac{1}{\sqrt{65}}$$

$$\alpha \text{ может быть } = \pm \frac{1}{\sqrt{65}} = \pm \frac{1}{\sqrt{65}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну задачу.**

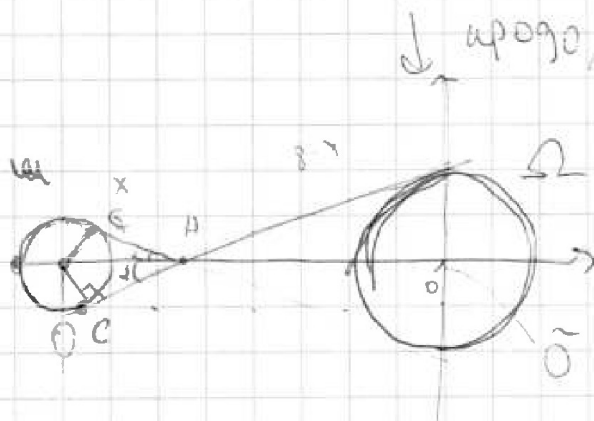
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $h \in [0, \tilde{0}]$
 $h0 = \frac{8}{3}, h\tilde{0} = -\frac{16}{3}$

Творче априори чино

Полюсы γ_H с $k=-2$ переводят ω в Ω

Пусть каменные с и в с. $\angle = \angle OHC$

$$f) \lambda = a = \frac{1}{4c} = \frac{1}{7\left(\frac{8}{3}\right)^2 - 1} = \frac{1}{\sqrt{\frac{64-9}{9}}} = \frac{3}{\sqrt{55}}$$

Выведем Показно что в силу непрерывности функции в каждой из этих точек.

Answer: $a = \pm \frac{1}{\sqrt{63}} \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$S_{ABO} = 4x = \sqrt{1+x^2}$

$\sqrt{4+x^2}$

$\sqrt{1+x^2} \sqrt{49+x^2} \sin 2$

$8x = \sqrt{(1+x^2)(49+x^2)} \sin 2$

$\frac{8x}{\sqrt{(1+x^2)(49+x^2)}} = \sin 2$

$2 \cdot 5^2 - 2 \cdot 5^2 \cos \beta = (8x)^2$

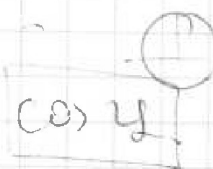
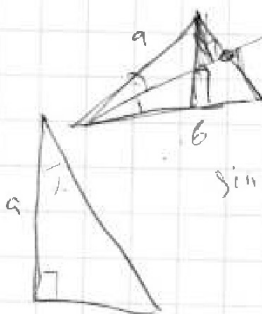
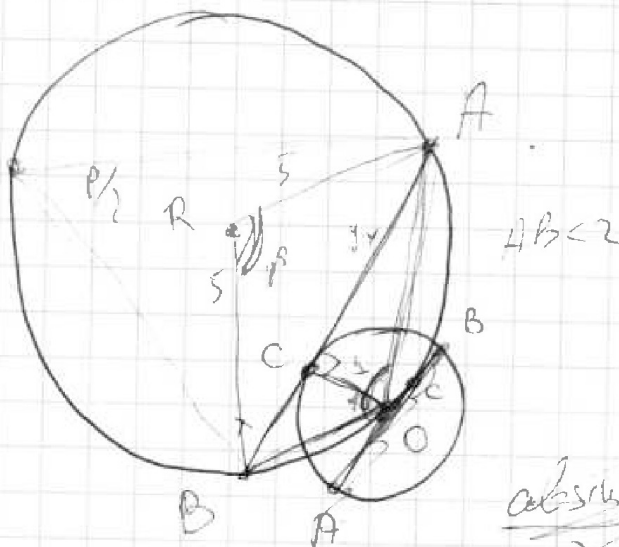
$50(1 - \cos 2) = 64x^2$

$\frac{64x^2}{(1+x^2)(49+x^2)} = \sin^2 2$

$50(1 - \cos 2) = \sin^2 2 (1+x^2)(49+x^2)$

$1 - \cos^2 2 + \sin^2 2 = 2 \sin^2 2$

$100 \sin^2 2 = \sin^2 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} a_2 + b_2 = 14 \\ b_2 + c_2 = 18 \\ a_2 + c_2 = 20 \end{cases}$$

$$a_2 = 8, b_2 = 6, c_2 = 12$$

$$2a_2^2 = 14 + 20 - 18$$

$$c_2 = 8 + 10 - 9 = 8$$

$$(ab, a \cdot b)$$

$$ab \cdot K \Rightarrow a \cdot b : K$$

$$\begin{cases} a_y + b_y = 20 \\ b_y + c_y = 17 \\ a_y + c_y = 34 \end{cases}$$

$$2b_y = 10$$

$$\frac{a \cdot b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a \cdot b}{(a-b)^2 - 4ab}$$

$$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a+b}$$

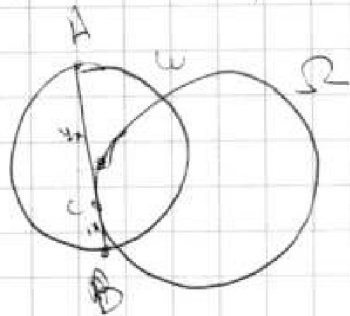
$$\frac{1+b}{b^2 - 6b + 1}$$

$$\frac{(ab)^2 - 8ab}{a+b} \Rightarrow (8ab, a \cdot b) > 1. (a, b) = 1.$$

$$(3a+1)(b+1)$$

$$(a+1)(b+1) = ab + 2a + 2b + 1$$

$$(a+1)(b+1) = 1, a \cdot b$$



$$\frac{1+y}{1-6 \cdot 4+y^2} = \frac{8}{1-42+44} = \frac{8}{3}$$

$$2x^2 - 3x + 2$$

$$(2x-1)(x-2)$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-16}}{2}$$

1
2
3
4
5
6
7

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



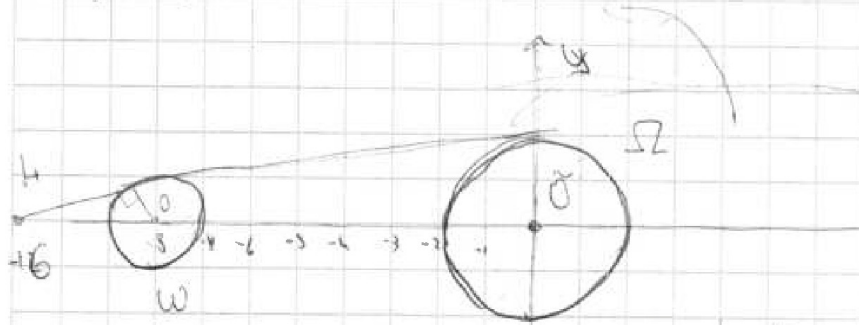
$$2x - y + 10b = 0.$$

$$dx = a dy = 0$$

$$f(x, y) = ((x+8)^2 + y^2 - 1)((x^2 + y^2 - 4)) \leq 0.$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dx}{dy} = x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$$



$$2x = 8 - x$$

$$4 dx = dy$$

$$\frac{dy}{dx}$$

Закрытые области
- те, в которых $f < 0$.

На контуре $f = 0$.

Ровно два решения $\exists$ только если две касательные
к обеим окружностям. Таких 4, но поскольку
обе окружности имеют центр в 0 по y
можно искать только 2 (а и -а подкасает).

Гомология с центром в $O'(-8, 0)$ и $k=1$

переводит одну точку $u \rightarrow \Omega$ т.к.

$$HO = 8, \Rightarrow HO' = 16 \Rightarrow O' = \vec{0}, \text{ а } 2R_w = R_\Omega.$$

$\Rightarrow$ касательная окружностям внешняя касательная проходит
через M .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten solution on graph paper:

Diagram 1: A circle with center \$O\$ and radius \$r\$. Points \$N\$ and \$M\$ are on the circle. A horizontal line segment \$NM\$ is drawn. A vertical line segment \$AB\$ is drawn through \$O\$. The distance from \$O\$ to \$NM\$ is labeled \$2\$. The distance from \$O\$ to \$M\$ is labeled \$r\$.

Equations:

$$y - fx = 4 - fy$$

$$(fx - fy)(fx + fy) = \sqrt{x^2 - fy} - fy$$

$$\sqrt{x^2 + fy} = 1600 + 25 = 1625$$

$$1600 + 400 + 25 = 2025$$

$$25 \cdot 9 = 180 + 45$$

$$2\sqrt{6} \cos 2 = 5x$$

$$\cos 2 = \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$x - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0$$

$$1 = \frac{\sqrt{a}}{b} - \frac{1}{\sqrt{b} \sqrt{x}}$$

$$1 = \frac{a}{b} - \frac{\sqrt{a}}{b} - \frac{1}{b}$$

$$a - b = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$(a - b)^2 = a + b - 2\sqrt{ab}$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = a + b - 2\sqrt{ab}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = (2x^2 + 2x + 1)$$

$$2 - 5x$$

$$a - b = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$(a - b)^2 = a + b - 2\sqrt{ab}$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = a + b - 2\sqrt{ab}$$

Diagram 2: A triangle with sides \$a, b, c\$ and angles \$A, B, C\$. The side \$a\$ is labeled \$2\sqrt{6} \cos 2\$. The side \$b\$ is labeled \$5x\$. The angle \$C\$ is labeled \$2\$.

Diagram 3: A triangle with sides \$a, b, c\$ and angles \$A, B, C\$. The side \$a\$ is labeled \$2\sqrt{6} \cos 2\$. The side \$b\$ is labeled \$5x\$. The angle \$C\$ is labeled \$2\$.

Diagram 4: A triangle with sides \$a, b, c\$ and angles \$A, B, C\$. The side \$a\$ is labeled \$2\sqrt{6} \cos 2\$. The side \$b\$ is labeled \$5x\$. The angle \$C\$ is labeled \$2\$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$6x - y + 106 = 0 \quad (x+1)(2x)(x-1)$$

$$((x+8)^2 + y^2 - 1) (x^2 + y^2 - 4) \leq 0.$$

$$(2x-3)/(x+1)$$

$$\frac{9}{2} + 3 + 1(1 \cos \alpha)$$

$$x^2 + y^2 \leq R^2$$

$$-2 \quad 3$$

$$8 + 10 + 3$$

$$(-2 \sin \alpha, 2 \cos \alpha)$$

$$\left(\frac{5}{9}, 0\right) \quad \left(0, \frac{5}{9}\right)$$

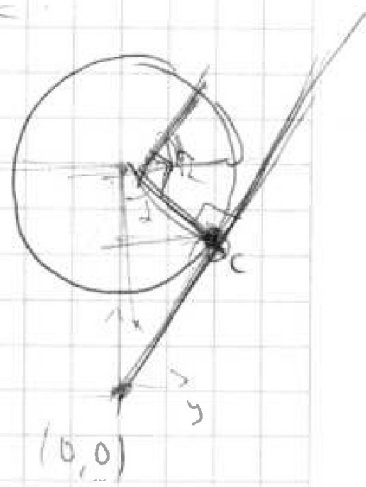
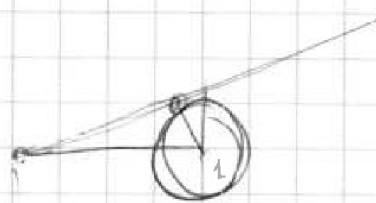
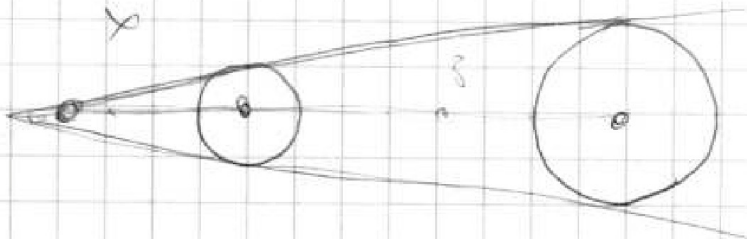
$$x_A \left(\frac{3}{2}, 2\right)$$

$$2(8 - \sin \alpha)$$

$$9x^2 - 5x \leq 0$$

$$x + 8 = 2x$$

$$x =$$



$$y_A = \frac{8 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$C = (e - R \cos \alpha, R \sin \alpha)$$

$$a = \frac{ds}{dx} = \frac{R \sin \alpha}{e - R \cos \alpha} = \cot \alpha$$

$$x = -1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{(2x-3)(x-1)(2x^2+2x+1)} = 4 + 49x^2 - 28x$$

$$45x^2 - 25x = -2\sqrt{(2x-3)(x-1)(2x^2+2x+1)}$$

$$25x^2(9x-5)^2 = 4(2x-3)(x-1)(2x^2+2x+1)(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)$$

$$45x^2 - 25x \leq 0 \quad 9x^2 - 5x \leq 0$$

$$x \in [0, \frac{5}{9}]$$

$$25x^2(81x^2 - 90x + 25) = 4(4x^4 - 10x^3 + 6x^2 + 4x^3 - 10x^2 + 6x + 2x^2 - 5x + 3)$$

$$-20 + 4x^3 - 10x^2$$

$$105 - 18 = 87 \quad 144 - 84$$

$$25x^2(81x^2 - 90x + 25) = 4(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)$$

$$= 4(4x^4 - 10x^3 + 6x^2 + 4x^3 - 10x^2 + 6x + 2x^2 - 5x + 3)$$

$$= 4(4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3) = 25x^2(81x^2 - 90x + 25)$$

$$\Leftrightarrow (2025 - 16)x^4 + (-2250 + 24)x^3 + (625 + 8)x^2$$

$$150 - 3 - 40 - 35 + 18.$$

$$105 - 18 = -90$$

$$60 - 18 + 42 + 49 \sqrt{108}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4(2x^2 - 5x + 3) = 3 - 4x \quad 100$$

$$8x^2 - 20x + 12 = 3 - 4x$$

$$8x^2 - 13x + 9 = 0$$

$8x$

$$100 - 32.9$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

Пусть $2x^2 - 5x + 3 = a, 2x^2 + 2x + 1 = b$.

Тогда $a - b = 2 - 4x = \sqrt{a} - \sqrt{b}$.

$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

$\sqrt{a} = \sqrt{b}$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 1$

$a = b$

$2 - 4x = 1$

$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$

$x = \frac{3}{4}$

$4x = 3$

$x = \frac{3}{4}$

$x = \frac{3}{4}$

$x = \frac{3}{4}$

Проверяем, что оба выражения

$2x^2 + 2x + 1 > 0 \quad \forall x$

$2x^2 - 5x + 3 = (2x - 3)(x - 1) \geq 0$ при $x \in [1, \frac{3}{2}]$

$\sqrt{2 \cdot \frac{9}{16} - \frac{15}{4} + 3} = \sqrt{2 \cdot \frac{9}{16} + \frac{6}{4} + 1} = -1$

$\sqrt{\frac{18 - 15 \cdot 4 + 3 \cdot 16}{4}} = \sqrt{\frac{18 + 6 \cdot 4 + 16}{4}} = -1$

$x = \frac{3}{4}$

$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$

II

$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 2 - 4x$
 $1 = \sqrt{a} + \sqrt{b} = 2 - 4x + 2\sqrt{b}$

$1 = 2 - 4x + 2\sqrt{b}$

$4x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \Rightarrow 49x^2 - 14x + 1 = 8x^2 + 8x + 4$

$41x^2 - 22x - 3 = 0$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

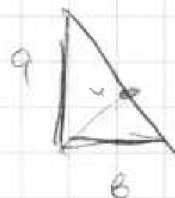
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



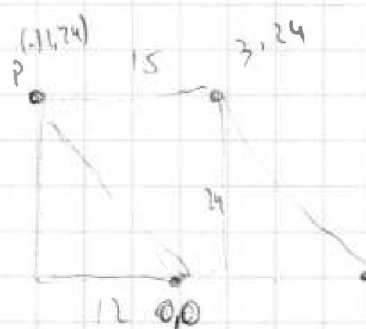
$$2x^2 - 5x + 3 = (2x - 3)(x - 1).$$

$$2x^2 + 7x + 1 = (2x + 1)(x + 1).$$

$$x = -2 \pm \sqrt{4 - 8}$$



~~Вопрос~~



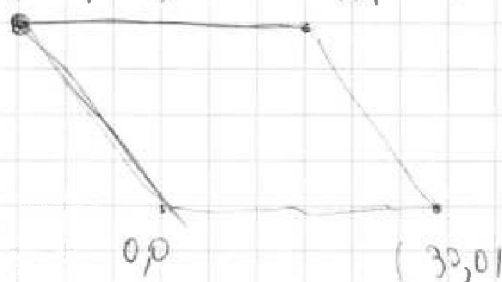
~~Вопрос~~

$$(2x_B - 2x_A) + (y_B - y_A) = 12$$

$$2dx + dy = 12$$

$\rightarrow$

$$(-24, 24) \quad (6, 24)$$

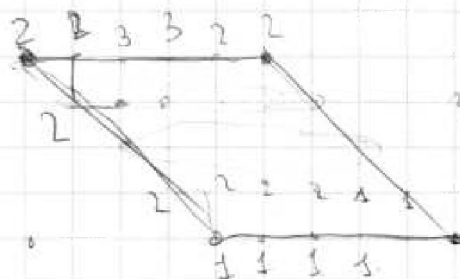


$$dx + dy = 12$$

$\rightarrow$

$$dx + dy = 2$$

$$2 + 1 + 3 + 3 + 2 + 2 = 14$$



$$3 \cdot 14$$

$$4 \cdot 14$$

$$14$$