



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(N1) $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

Пусть $ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot k_1$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot k_2, \text{ где } k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{N}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot k_3$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot k_1 k_2 k_3$$

Т.к. $2^{51} \cdot 7^{64} \cdot k_1 k_2 k_3$ - точный квадрат, то $k_1 k_2 k_3 : 2$

Решим систему:

$$\begin{cases} ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot k_1 \\ bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot k_2 \\ ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot k_3 \end{cases}$$

Если максимальная степень
вхождения 7 в k_1, k_2 меньше
10, то

$$ac \cdot b^2 = 2^{31} \cdot 7^{27} \cdot k_1 k_2$$

Тогда максимальная степень вхождения

7 в $ac \cdot b^2$ не превосходит 36.

Но $ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot k_3$, степень вхождения 7 в ac

не менее 37

$$\Rightarrow k_1 k_2 : 7^{10}$$

Тогда $k_1 k_2 k_3 : 7^{10} \cdot 2$

значит, $k_1 k_2 k_3 \geq 7^{10} \cdot 2$

$$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37}$$

Пример для $k_1 k_2 k_3 = 7^{10} \cdot 2$

$$k_1 = 7^{10}$$

$$k_2 = 2$$

$$k_3 = 1$$

Тогда система имеет решение:

$$a = 7^{20} \cdot 2^8$$

$$b = 2^6$$

$$c = 7^{17} \cdot 2^{12}$$

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



12)

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

т.к. $\frac{a}{b}$ несократимо, то $(a, b) = 1$

$$a+b \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a^2-6ab+b^2 \equiv (a+b)^2-8ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\Rightarrow 8ab \equiv 0 \pmod{m}$$

Пусть $(a, m) \neq 1$
 $(a, m) = k, k \neq 1$

$$a+b \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a \equiv k, b \not\equiv k \Rightarrow (a+b) \not\equiv k, \text{ но } (a+b) \equiv 0 \pmod{m}, m \not\equiv k$$

$\Rightarrow$ противоречие

$$\Rightarrow (a, m) = 1$$

Аналогично: $(b, m) = 1$

$$\Rightarrow 8 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\Rightarrow m \mid 8$$

Пример где $m=8$: $a=1, b=7$

$$\frac{8}{1-6 \cdot 7 + 49} = \frac{8}{8} = 1$$

Ответ: 8

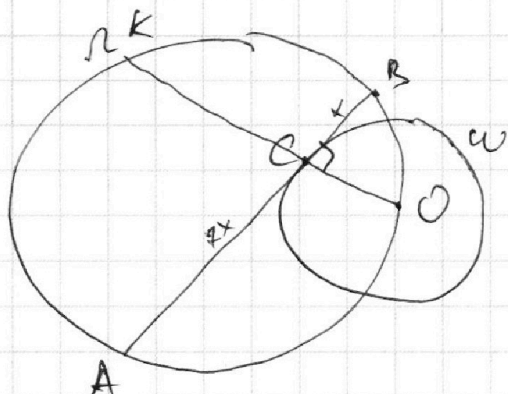
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



О-центр ω

Пусть $BC = x$

Large $AC = 2x$

1) $OC \perp AB$ т.к. AB - хорда

2) $OC = 1$ (как радиус ω)

3) депА - элемент морфем А

$$\det A = |AO^2 - I^2| = Ac^2 = 49x^2$$

7) 8 кл. $KO \perp AB$, то $KB^2 + AO^2 = 4R^2$, где R -радиус Ω

5) $Ar \cdot CH_3 = OC \cdot KC$

$$K_C = \frac{7x \cdot x}{1} = 7x^2$$

6) $KB^2 = 49x^4 + x^2$
 $AO^2 = 1 + 49x^2$

$$49x^4 + x^2 + 1 + 49x^2 = 4 \cdot 25$$

$$49y^4 + 50x^2 = 99$$

$$x = 1$$

$x=1$ - ~~линейное~~ ~~натуральное~~ произведение положительных
чисел

Orbiter: $AB = 8x = 8$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$8 > \sqrt{61} > 7$$

$$\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} < 0$$

не удовлетворяет

$$x \geq \frac{1}{7}$$

$$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} > \frac{1}{7}$$

Ответ: $\frac{2}{7}$; $\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



(4)

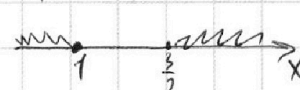
$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Пусть $a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$
 $b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

ОДЗ:

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$



$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a - b = (a - b)(a + b) \quad | : (a - b) \neq 0$$

$$a - b = 0$$

$$a = b$$

$$a + b = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$2 = 7x$$

$$x = \frac{2}{7}$$

~~$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$~~

~~$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$~~

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad |^2$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$1 - 7x = -2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$7x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad |^2$$

$$7x - 1 \geq 0$$

$$x \geq \frac{1}{7}$$

$$49x^2 - 14x + 1 = 4 \cdot (2x^2 + 2x + 1)$$

$$41x^2 - 30x - 3 = 0$$

$$x = \frac{30 \pm \sqrt{3600 + 492}}{82} = \frac{30 \pm \sqrt{4092}}{82}$$

$$41x = 36$$

$$x = \frac{36}{41}$$

$$D = 22^2 + (2 \cdot 41) = 484 + 82 = 566 > 0 \quad (2 \text{ корня})$$

$$x_{1,2} = \frac{22 \pm \sqrt{566}}{82} = \frac{11 \pm \sqrt{283}}{41}$$

Handwritten signature and scribbles



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Page

$$(1) \begin{cases} (x+8)^2 + (ax+10b)^2 = 1 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x^2 + (ax+10b)^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_1 = (16 + 20ab)^2 - 4(1+a^2)(63 + 100b^2) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_2 = (20ab)^2 - 4(1+a^2)(100b^2 - 4) = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

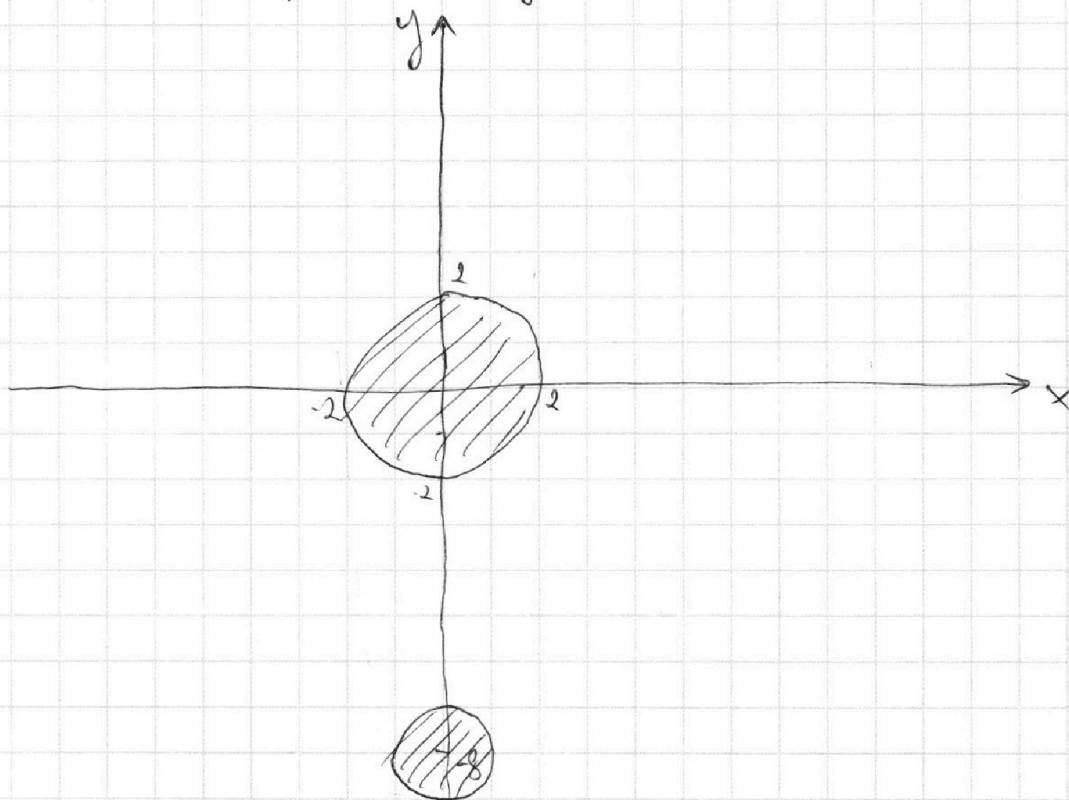
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

То есть график ~~неравенства~~ ~~уравнения~~ $((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$



Решением неравенства являются точки, принадлежащие или внутренней области окружностей.

Графиком ~~а~~ ~~у~~-~~ков~~ $y = ax + 10b$ является прямая. Система имеет ровно 2 решения, когда прямая $y = ax + 10b$ касается обеих окружностей.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$abc \rightarrow \min ?$$

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10} \quad k_1$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17} \quad k_2$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37} \quad k_3$$

$$abc \geq 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$(abc)^2 = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot k_1 \cdot 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot k_2 \cdot 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot k_3 =$$

$$= 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot k_1 k_2 k_3$$

$$\text{т.е. } 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot k_1 k_2 k_3 - \text{т.кв. } \Rightarrow k_1 k_2 k_3 : 2$$

$$\text{Таким } k_1 = 2$$

$$k_2 = 1$$

$$k_3 = 2$$

$$\begin{cases} ab = 2^{15} \cdot 7^{10} \\ bc = 2^{12} \cdot 7^{17} \\ ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \end{cases}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{1}{2^2 \cdot 7^7}$$

$$a = \frac{c}{2^2 \cdot 7^7}$$

$$c^2 = 2^2 \cdot 7^7 \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$c^2 = 2^{22} \cdot 7^{44}$$

$$c = 2^{11} \cdot 7^{22}$$

$$k_1 = 2$$

$$\begin{cases} ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc = 2^{18} \cdot 7^{17} \\ ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \end{cases}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{1}{2^4 \cdot 7^7}$$

$$c^2 = 2^{20} \cdot 2^4 \cdot 7^7 \cdot 7^{37}$$

$$b = \frac{ab}{a} = \frac{2^{14} \cdot 7^{10}}{2^4 \cdot 7^7} = 2^{10} \cdot 7^3$$

$$c = \frac{ac}{a} = \frac{2^{20} \cdot 7^{37}}{2^4 \cdot 7^7} = 2^{16} \cdot 7^{30}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 12$$

$$D_1 - D_2 = 16 \cdot (16 + 40ab) - 4(1+a^2) \cdot (63 + 100b^2 - 100b^2 + 4) = 0$$

$$16(16 + 40ab) - 4(1+a^2) \cdot 63 = 0$$

$$4(1+a^2) \cdot 63 + 63 \cdot 4a^2 - 16^2 - 16 \cdot 40ab = 0$$

$$b = \frac{63 \cdot 4a^2 + 16^2 - 462}{-16 \cdot 40a}$$

$$\frac{(20ab)^2}{(16+40ab)^2} = \frac{100b^2 - 4}{100b^2 + 63}$$

$$(100b^2 + 63)(20ab)^2 = (100b^2 - 4)(16 + 40ab)^2$$

$$100b^2 \cdot 400a^2b^2 + 63 \cdot 400a^2b^2 = 1600b^2 + 16$$

$$\begin{array}{r} 49x^4 + 50x^2 - 99 \\ 49x^4 - 49x^2 \\ \hline 49x^2 + 50x^2 \\ 49x^2 - 49x^2 \\ \hline 99x^2 - 99 \end{array} \quad \begin{array}{l} \div x-1 \\ \hline 49x^3 + 49x^2 + 99 \end{array}$$

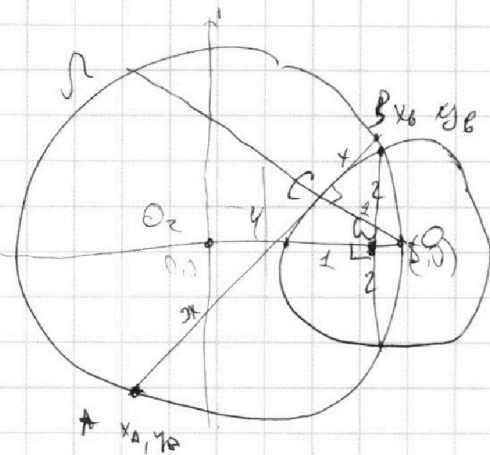
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$d^2 = d^2 - r^2$$

$$R = 8$$

$$y=0$$

$$y=0 \cdot x + 0$$

$$(x-5)^2 + y^2 = 1$$

$$A, B: x^2 + y^2 = 25$$

$$y=kx+b$$

$$y=kx+b$$

$$kab: m$$

$$C?$$

$$(a,b)=1$$

$$a+b: m$$

$$a^2 = kab + b^2: m$$

$$a+b^2 - kab: m$$

$$\begin{cases} +kab: m \\ a+b: m \end{cases}$$

$$a(8+1) + b \cdot 8$$

$$m \leq kab$$

$$m \neq kab$$

$$m \neq kab$$

$$m = kab, \text{ then } b=1$$

$$m = ab$$

$$kab + a+b = a(8b+1) + b$$

$$a+b \quad ab$$

$$kab: 2ab$$

$$\begin{cases} b=1 \\ a=8 \end{cases}$$

$$a+1: 2a$$

$$\sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} =$$

$$= \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2}$$

$$x_A^2 + x_C^2 - 2x_A x_C + y_A^2 + y_C^2 - 2y_A y_C = 49 x_B^2 + \dots$$

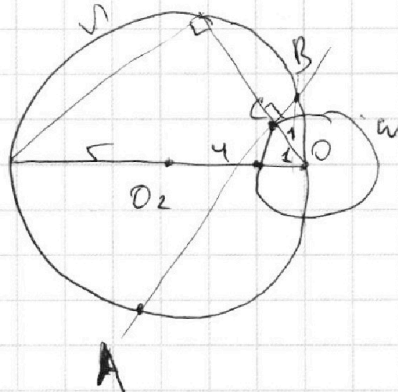
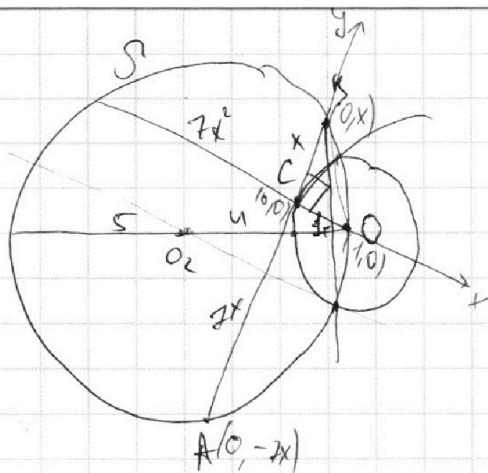
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$\frac{AC}{BC}$

AB-?

$$AC = 49x^2 = AO^2 - 1$$

№6

1 решение

внутри

подчеркнуто либо еще
либо другая окружность

$$y = ax + 10b$$

$$-2, 10$$

$$-2a = 0$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + (ax+10b)^2 = 1 \\ x^2 + (ax+10b)^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 &= 1 \\ x^2(a^2+1) + x(16+20ab) + 100b^2 + 63 &= 0 \\ (16+20ab)^2 - 4(a^2+1)(100b^2+63) &= 0 \\ (20ab)^2 - 4(a^2+1)(100b^2-4) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16 \cdot (16+40ab) - 4(a^2+1)(67) &= 0 \\ 16^2 + 16 \cdot 40ab - 4 \cdot 67a^2 - 4 \cdot 67 &= 0 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

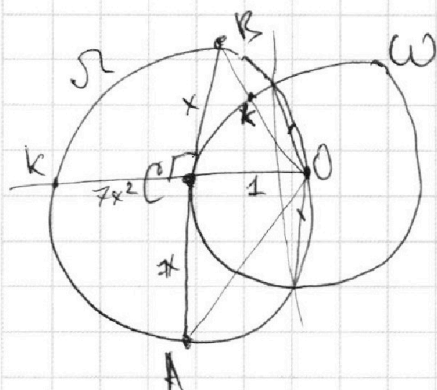
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



МФТИ



$$\frac{AC}{AB} = 7$$

Ans-?

$$x^2 = 7x^2$$

$$r_{b1} = 1$$

$$n = 5$$

$$F_x^2 = Kc$$

$$1 = 1 \times 1 = 1 \times \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$x^2 = 10(10+1)$$

$$x^2 + 1 \pm 130^2$$

$$x^2 = 10^2 + 10$$

$$(Bk + k0)^2 = x^2 - 1$$

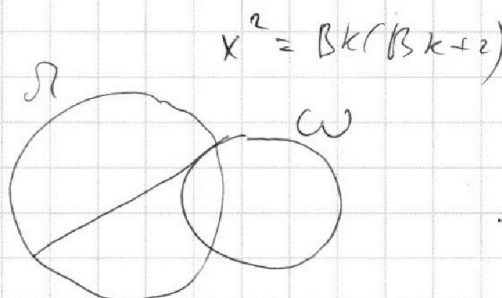
$$B_k(B_{k+2}) = x^2$$

$$\beta k^2 + k\omega^2 + \mu \beta k \cdot \omega = \beta k^2 + \mu \beta k + 1$$

$$(R_k + k\omega)^2 = (R_{k+1})^2$$

$$\beta_{k+1} = \beta_k + 1$$

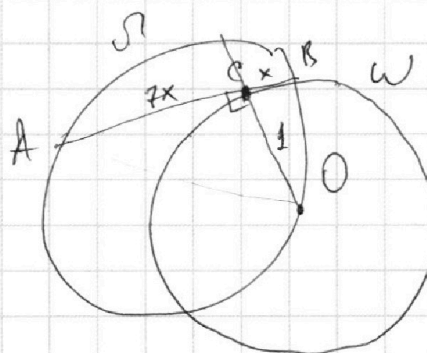
$$k_0 = 1$$



$$X^2 = B_k(B_{k+2})$$

AK-5

$$r_n = 5$$



$$\frac{1-7}{1-6 \cdot 7+49} = \frac{8}{8}$$

$$\beta_{k+k_0} = c \beta_{k-1}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$n \in \mathbb{Z}$

$$(a, b) = 1$$

$$a, b \in \mathbb{N}$$

$$M \rightarrow \max ?$$

$$a+b = ab - 23$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$\begin{cases} a+b : m \\ a^2 - 6ab + b^2 : m \end{cases}$$

$$a \not\equiv m, b \not\equiv m$$

$$a \equiv -b \pmod{m}$$

$$+$$

$$b^2 + 6b^2 + b^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\begin{cases} 8b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ 8a^2 \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$m \geq 8$$

$$(a+b)^2 - 8ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$-8ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$(a, b) = 1$$

$$8ab \equiv 0 \pmod{m}$$

Если

$$m \text{ — чёт}$$

$$\Rightarrow a, b \text{ — чёт}$$

$$a \geq b$$

$$\begin{cases} 8ab : m \\ a+b : m \end{cases}$$

$$m \leq 8ab$$

$$m \leq a+b \leq 2ab$$

$$m \leq a+b \leq 2ab$$

$$m \leq a+b$$

$$8ab = k(a+b)$$

$$a+b : m$$

$$a^2 - 6ab + b^2 : m$$

$$a \equiv k_1 z_1, b \equiv k_2 z_2$$

$$a \equiv k_1 z_1, b \equiv k_2 z_2$$

$$8ab : m$$

$$m = 8 \rightarrow 8k$$

$$m = k_1 \cdot k_2 \cdot 2^i$$

$$m = k_1 \cdot k_2 \cdot 2^i$$

$$k_1 z_1 + k_2 z_2 : m$$

$$k_1 z_1 + k_2 z_2 : k_1 k_2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~очень~~ ~~вхождение~~ ~~7~~ ~~6~~ ~~9~~ ~~10~~ ~~11~~ ~~12~~ ~~13~~ ~~14~~ ~~15~~ ~~16~~ ~~17~~ ~~18~~ ~~19~~ ~~20~~

ас - сумм. ~~др~~ ~~всходы~~ ~~7~~ ~~не~~ ~~меньше~~ ~~37~~

смерз $k_1 k_2 : 7^{20}$

$$\begin{aligned} ab &= 2^{14} \cdot 7^{20} \\ bc &= 2^{18} \cdot 7^{12} \\ ac &= 2^{20} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 7^{20} \\ c &= 7^{12} \end{aligned}$$

$$b = 2^{20} \cdot 7^{12}$$

$$\begin{aligned} (abc)^2 &= 2^{61} \cdot 7^{64} \cdot 2 \cdot 7^{10} \\ abc &= 2^{30} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{20}$$

$$bc = 2^{18} \cdot 7^{12}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$\frac{8}{49} - \frac{10^{12}}{7} + 3 = \frac{8 - 70 + 349}{49} = \frac{85}{49}$$

$$\frac{8}{49} + \frac{4^{12}}{7} + 1 = \frac{8 + 18 + 49}{49} = \frac{85}{49}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 - 7x$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_a \quad \underbrace{\hspace{10em}}_b \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{a^2 - b^2}$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a - b = (a - b)(a + b)$$

$$a - b = 0$$

$$a = b$$

$$a + b = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$2 = 25 - 24 = 1$$

$$2 = 4 - 8 < 0$$

$$x_0 = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$y_0 = 2 \cdot \frac{1}{4} - 1 + 1 = \frac{1}{2}$$

$$x_0 = \frac{5}{4}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{4}$$

$$y_0 = \frac{2 \cdot 25}{16} - \frac{25}{4} + 3$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{3}{2}$$

$$y_0 = 3 - \frac{80}{16} = -2$$

$$= \frac{-2}{16}$$

~~$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 - 7x$$~~

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 12 \\ \hline 82 \\ 41 \\ \hline 492 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 41 \\ \hline 12 \\ 48 \\ \hline 492 \end{array}$$

$$484 + 492 = 976 = 2^2 \cdot 20$$

$$\frac{2}{7}$$

$$\frac{36}{41}$$

$$484 + 492 =$$

$$82$$

$$216$$

$$\begin{array}{r} 484 \\ + 492 \\ \hline 976 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 484 \\ + 492 \\ \hline 976 \end{array}$$

$$976 = 4 \cdot 244 = 4 \cdot 4 \cdot 61$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$$

~~108~~

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 34 \\ \hline 136 \\ 102 \\ \hline 1156 \end{array}$$

$$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

$$\frac{25}{41}$$

$$\frac{1}{7}$$