



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

n1.

$$\begin{cases} ab : 2^{14} \neq \\ bc : 2^{17} \neq \\ ac : 2^{12} \neq \end{cases} \Rightarrow abc : 2^{31} \neq 2^{24}, \text{ но условие } ac : 2^{20} \neq, \text{ следовательно,} \\ abc : 2^{31} \neq 2^{24}.$$

$$\begin{cases} ab : 2^{14} \neq \\ bc : 2^{17} \neq \\ ac : 2^{20} \neq \end{cases} \Rightarrow (abc)^2 : 2^{51} \neq 2^{64}, \text{ т.к. это квадрат, то } (abc)^2 : 2^{52} \neq 2^{64}, \\ \text{и из неравенства следует, что} \\ (abc)^2 : (2^{52} \cdot 2^{64} \cdot (-7)^2), \text{ то есть} \\ abc : 2^{26} \neq 2^{34}.$$

Пример: $a = 2^9 \neq 2^{20}$, $b = 2^5$, $c = 2^{12} \neq 2^{17}$.
 $abc = 2^{26} \neq 2^{34}$ (это min число, кратное $2^{26} \neq 2^{34}$, кроме этого):

Ответ: $2^{26} \neq 2^{34}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2.

МОД

1. т.к. $\frac{a}{a+b}$ неокрашено, то $(a; b) = 1$.

$$2. \frac{a+b}{a^2+b^2+ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - ab}$$

Понимаю, что, чтобы сократить дробь на n , надо, чтобы в знаменателе делится на n , но если n -делитель $(a+b)$, а a , значит, a делит $(a+b)^2$. Тогда ~~здесь~~ где bab и a должны быть делителями.

Поэтому $n = (bab; a+b)$. Понимаю, что $(a; a+b) = 1 = (b; a+b)$, т.к.
по алгоритму Евклида $(a; a+b) = (a; b) = 1$ по условию и $(b; a+b) = (b; b) = 1$
следует. Таким образом, n -делитель b , т.е. $\max n = b$

Ответ: b .

Примечательно, что если a и b разной четности, то $n=1$,
т.к. в числителе, в знаменателе будут нули.

a и b не могут быть оба четными, т.к. тогда $(a; b) \neq 1$.

тогда ~~здесь~~ ~~здесь~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

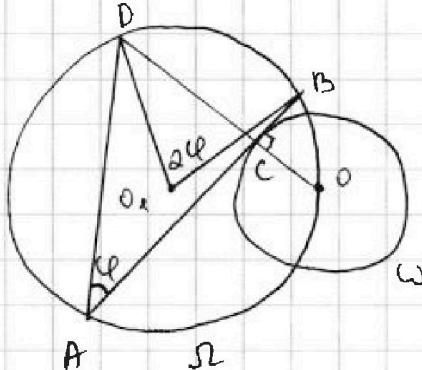
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



n 3.

1. Пусть $BC = x$, $AC = 7x$, n. O - центр ω .
Проведем OC до пересечения с Ω , так что Syg окружности Ω , n. O₂ - центр S_2

2. Пл. к. AB -secant line to ω , то
 $\angle BCO = \angle BCD = \angle COA = \angle ACO = 90^\circ$ то
недалеко о касательной к радиусу, проводящему
в точку касания.

3. По теореме о пересекающихся хордах, где
 $S_2: AC \cdot CB = OC \cdot DC$
 $7x \cdot x = 1 \cdot DC$
 $DC = 7x^2$

4. Итоги: $\angle AOB = 4\varphi$, следовательно, $\angle COB = 2\varphi$ - центральный.

из $\triangle OCA$ из $\varphi = \frac{7x}{7x} = \frac{BC}{AC} = x$
из тригонометрических $\cos 2\varphi = 2 \cdot \frac{x}{x^2+1} - 1$ ($\frac{\sqrt{4x+1}}{\cos^2 \varphi} \wedge \cos 2\varphi = 2 \cos^2 \varphi - 1$)

5. По теореме Фибоначчи для $\triangle ABC$, $AB^2 = AC^2 + BC^2 = 49x^4 + x^2$

6. Теорема косинусов для $\triangle COB$:

$$49x^4 + x^2 = 25 + 25 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{1-x^2}{x^2+1} /x(x^2+1)$$

$$t = x^2, t \geq 0$$

$$49t^2 + 49t^2 + t^2 + t = 50t + 50 - 50 + 50t$$

$$49t^3 + 50t^2 - 99t = 0$$

$$t(t-1)(49t+99) = 0$$

$t=0$, не подходит по смыслу задачи

$$t=1$$

$t=-\frac{99}{49}$, не подходит по смыслу задачи

$t=-1$, не подходит по смыслу задачи

$$t=1$$

$$AB = 8x = 8$$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x \quad | \times (\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}) > 0$$

\cancel{x}

$D_x = 1 - 2 = -1 < 0, \quad 2x^2 + 2x + 1 > 0$

$$-4x + 2 = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$\begin{cases} -7x + 2 = 0 \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \\ 2 - 7x \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x^2 - 5x + 3} < 1 \\ \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \leq 1 \end{cases}$$

получаем систему неравенств

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 < 1 \\ 2x^2 + 2x + 1 \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 < 0 \\ 2x^2 + 2x \leq 0 \end{cases}$$

$\xrightarrow{-1, 0}$

Ответ: $\frac{2}{7}$.

\emptyset

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

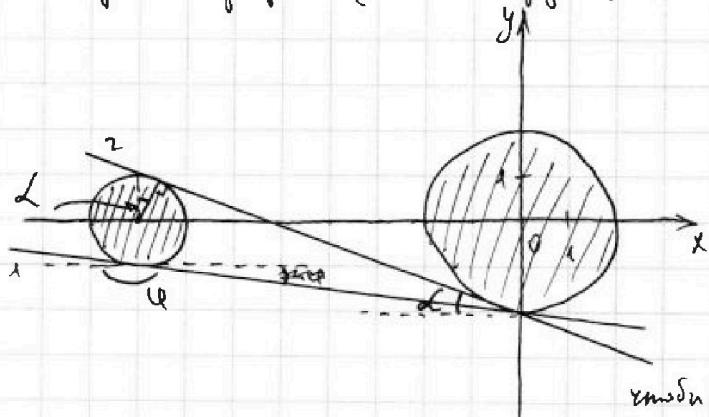
№6.

Рассмотрим второе уравнение.

$$(x+3)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 4 \\ (x+3)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \\ (x+3)^2 + y^2 > 1 \end{cases}$$

Найдем график (есть 2 круга).



второе уравнение — это ~~один~~ ^{ур-ки} ~~уравнение~~.

$y = ax + b$ ~~один~~ ^{уравнение} ~~пересекает~~ с осью ^и ~~и~~ ^{у-координат} ~~у-координат~~

роль 2 решения Δy , если
прямая Δy касается двух ^{кругов}
2-х окружностей (кругов)

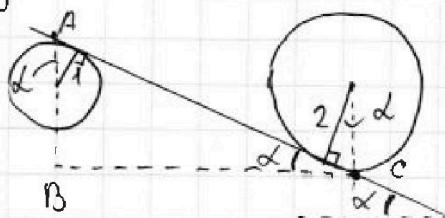
только 2 касания, основание 2 дуги на ^{чтобы} ~~и~~ ^и ~~на~~ ^{самодублированием}
оси ox .

зр. касательной λ :

$$a = f'_y \varphi = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{8}$$

текущая касательная: $y = \frac{1}{8}x + 2 \quad a = \frac{1}{8}, \quad b = 0,2$
 $y = -\frac{1}{8}x - 2 \quad a = -\frac{1}{8}, \quad b = -0,2$

зр. касательных 2:



зр. ΔABC :
 $a = f'_y(180^\circ - \alpha) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{2}{\cos \alpha} =$
 $= -\frac{3}{8} \cos \alpha = \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha}$
 $\sin(180^\circ - \alpha) = \frac{3}{8}$

1 и 2 — радиусы 2 ур-ких
касательных: $y = \frac{-\sqrt{55}}{8} - \frac{16}{\sqrt{55}}$ $a = -\frac{\sqrt{55}}{8}, \quad b = -\frac{16}{\sqrt{55}}$
 $y = \frac{\sqrt{55}}{8} + \frac{16}{\sqrt{55}}$ $a = \frac{\sqrt{55}}{8}, \quad b = \frac{16}{\sqrt{55}}$

Ответ: $y \in \left\{ \pm \frac{1}{8}, \pm \frac{3}{8\sqrt{55}} \right\}$

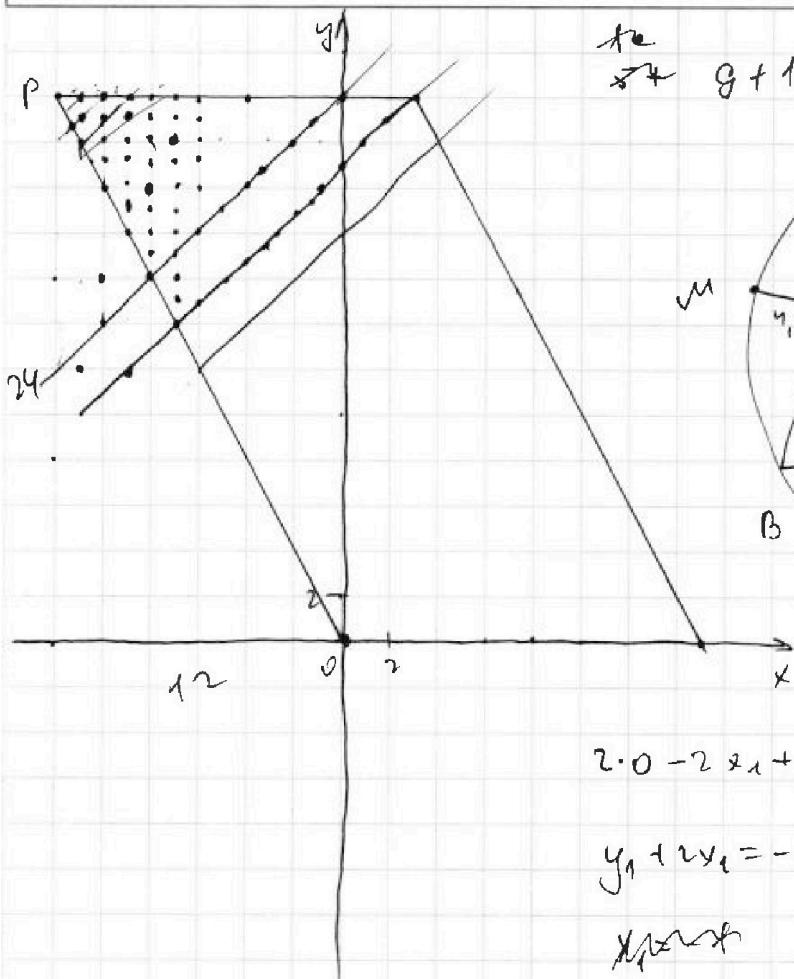
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

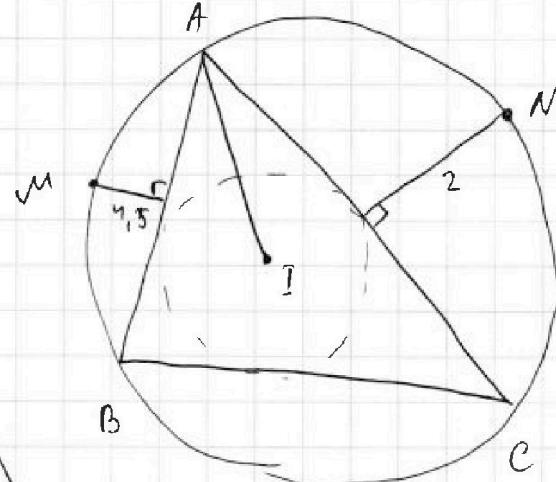
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x + y = 12$$



$$2 \cdot 0 - 2x_1 + 0 - y_1 = 12$$

$$y_1 + 2x_1 = -12$$

$$\text{Max } x_1 =$$

$$2x_2 - 2x_1 - 2x_2 + 2x_1 = 12$$

$$y = -2x$$

$$\Delta y_{\max} = 24$$

$$\Delta x_{\max} = 24$$

$$\frac{\Delta x_{\min}}{\Delta x_{\max}} = \frac{12}{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



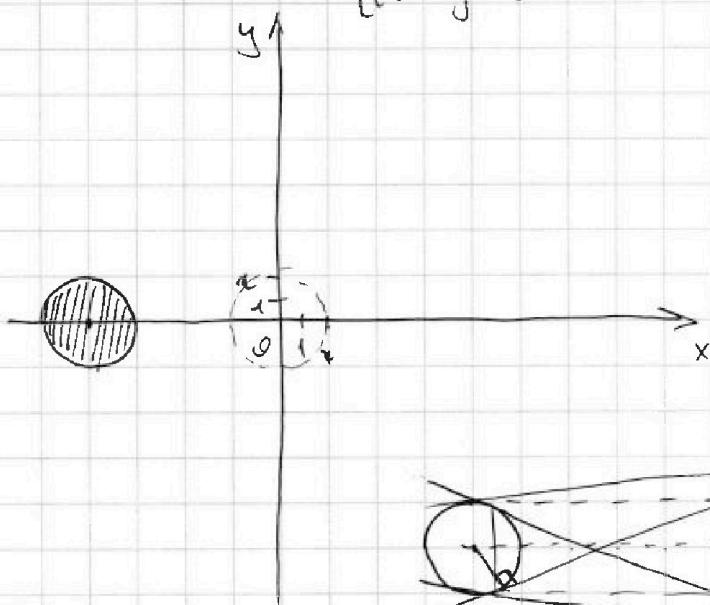
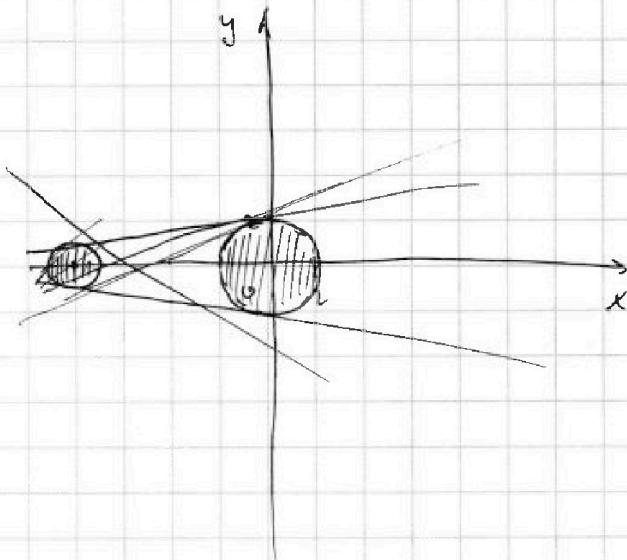
- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

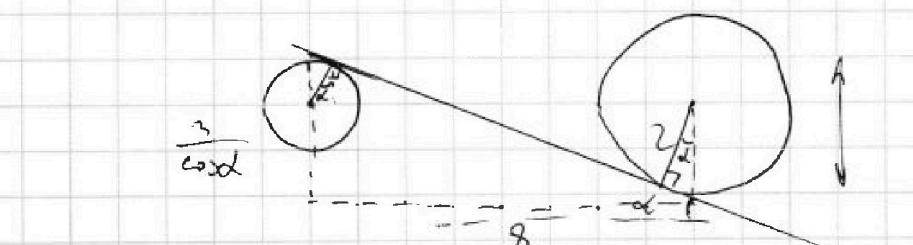
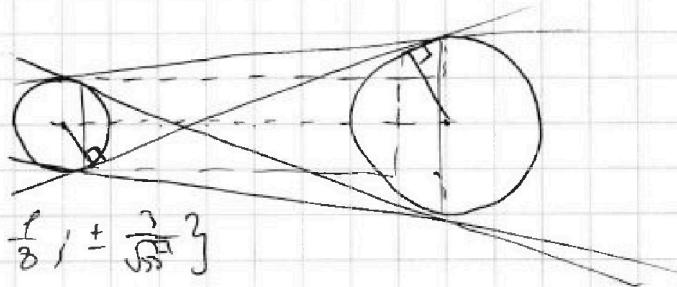
$$((x+3)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 - 4 \\ & \cancel{x^2 + y^2 - 4} \\ & \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 > 4 \\ (x+3)^2 + y^2 \leq 1 \\ (x+3)^2 + y^2 > 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{array} \right. \end{aligned}$$



$$y = ax + b$$

$$a \in \left\{ \frac{1}{8}, -\frac{1}{8}, \pm \frac{\sqrt{55}}{8} \right\}$$



$$\frac{2}{\cos d} = \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{55}}$$

$$\tan d = \frac{3}{2 \cos d} = \frac{3 \sin d}{2 \cos d}$$

$$\sin d = \frac{3}{8} \quad \cos d = \frac{\sqrt{55}}{8}$$

$$\tan d = a = \frac{3}{\sqrt{55}}$$

$$64 - 9 = 55$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$u_{01}^2 = 160000 + 600 + 1$$

4542

$$u_{50}^2 = 160000 + 40000 + 1500 = 201201500$$

$$u_{90}^2 = 160000 + 80000 + 4000 = 240000$$

80000

$$u_{91}^2 = 240000 + 2 \cdot 4000 + 1 = 241000 + 980 + 1 = 2410981$$

$$u_{99}^2 = (500 - 1)^2 = 250000 - 1000 + 1$$

уравн.

3

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 - 2x + 1$$

$$\frac{8 - 70 + 147}{49} = \frac{8 + 28 + 49}{49}$$

8

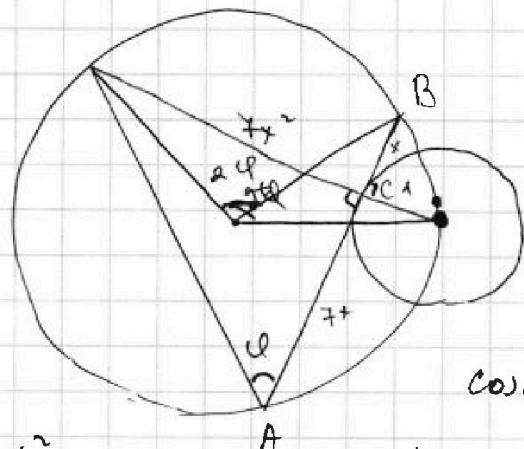
$$36 + 49 =$$

$$= 85$$

$$72 + 8$$

$$ugt^2 + t = ugt + ugt^2 + ut - 829112$$

$$ugx^4 + x^2 = ugx^2 + ugx^4 + 64x^2 - 2 \cdot 7x \cdot 8x \sqrt{x^2 + 1} \cdot \sqrt{\frac{1}{x^2 + 1}} \approx$$



$$\begin{cases} \varphi = x \\ \cos \varphi = \sqrt{\frac{1}{x^2 + 1}} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} ugx^4 + x^2 &= 64x^2 + ugx^4 + ugx^2 - \\ &- 2 \cdot 8x \cdot 8x \sqrt{x^2 + 1} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ugx^4 &= 64x^2 + 16x^2 - 2 \cdot 56x^2 \\ \cos 2\varphi &= \frac{2}{x^2 + 1} - 1 = \frac{-x^2 + 1}{x^2 + 1} \end{aligned}$$

$$l = x^2$$

$$ugx^4 + 64x^2 + 1 = 25 + 25 - 2 \cdot 25 \cdot 25 \cdot \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$$

$$ugt^3 + ugt^2 + ut^2 + ut + 1 = 50t + 50 - 2 \cdot 25 \cdot 25 + 2 \cdot 25 \cdot 25 t$$

$$ugt^3$$

$$2x_1 - 2x_2 + y_1 - y_2 = 12$$

$$y_1 + 2x_1 + 12 = y_2 + 2y_2$$

$$ugx^4 + x^2 = 25 + 25 - 2 \cdot 5 \cdot 5 - \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$$

$$t = x^2$$

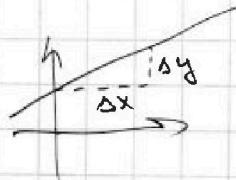
$$(y_1 - y_2) + 2(x_1 - x_2) = -12$$

$$ugt^3$$

$$ugt^3 + ugt^2 + t^2 + t = 50t + 50 - 50 + 50t$$

$$ugt^3 + 50t^2 - ggt^2 = 0$$

$$t(t - 1)(ugt + gg) = 0$$



$$5y + 28x = -12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 3 \\ 9 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 8 & 1 & 3 & 3 & 3 \\ 9+6 & 2 & 2 & 2 \\ 4+4 & 0 & 0 & 0 \\ 2-6 & 3 & 3 \\ 1-6+1 \\ 2-6=4 \\ 2-6 \cdot 3 = 2+6 = 8 \end{array}$$

2 1 3 1 3

$$\frac{8 - 5 \cdot 1 \cdot 7 + 3 \cdot 4 \cdot 9}{4 \cdot 9} =$$

$$= \frac{\sqrt{8 - 5 \cdot 1 \cdot 7 + 3 \cdot 4 \cdot 9}}{7} = \frac{\sqrt{35}}{7}$$

$$77+3=85=5 \cdot 17$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

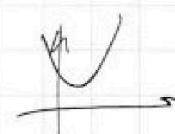
$$2 = 9 - 2 \cdot 40$$

$$A = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$\begin{cases} 3 \\ 1 \end{cases}$$

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$



$$\sqrt{8 - 2 \cdot 2 \cdot 7 + 4 \cdot 9} =$$

$$= \frac{\sqrt{8 - 2 \cdot 2 \cdot 7 + 4 \cdot 9}}{7} =$$

$$= \frac{\sqrt{19}}{7} = \frac{19}{7} = 2 \frac{1}{7}$$

$$\sqrt{+} + \sqrt{=} \neq 0$$

$$-7x + 2 = (2 - 4x)(\sqrt{+} + \sqrt{=}) \quad \sqrt{3} - \sqrt{=} = 2$$

$$\sqrt{+} + \sqrt{=} = 1 \quad \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \quad \begin{cases} 8 - 10 + 2 \\ 2 - 8 + 2 \end{cases}$$

$$\cancel{2x^2 - 5x + 3} = 1 + \cancel{2x^2 + 2x + 1} - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\cancel{-7x + 2} = 7x - 2 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$49x^2 - 28x + 4 = 8x^2 + 8x + 4$$

$$41x^2 - 36x = 0$$

$$x(41x - 36) = 0$$

$$\frac{2 \cdot 36 \cdot 36 - 5 \cdot 41 + 3 \cdot 41 \cdot 41}{41^2}$$

$$\sqrt{41(41) - 5} + 1196$$

41

2 1 3 1 3
8 1 3 3 3
2 1 3 3 3
2 1 3 3 3
2 1 3 3 3

$$\begin{cases} x=0 \\ x=\frac{36}{41} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 \leq 0 \\ 2x^2 + 2x \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2x^2 + 2x + 1 \leq 1$$

$$2x^2 + 2x \leq 0$$

$$2x(x+1) \leq 0 \quad -1; 0$$

$$\begin{array}{c} \bullet \text{---} \bullet \\ -1 \quad 0 \end{array} \quad x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &= 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc &= 2^{13} \cdot 7^{12} \\ ac &= 2^{20} \cdot 7^{37} \\ ab^2c &= 2^{31} \cdot 7^{27} \\ ac^2 &= 2^{20} \cdot 7^{37} \\ ab &= 2^{21} \end{aligned}$$

$$\frac{ab}{a^2 - 6ab + b^2} =$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x - 1} = 2 - 7x$$

$$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a+b}$$

$$\begin{aligned} ab &= 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc &= 2^{17} \cdot 7^{12} \\ ac &= 2^{20} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

$$(ab; ac)$$

$$ab^2c = 2^{31} \cdot 7^{27}$$

$$(a+b; a^2 - 6ab + b^2) = m$$

$$\begin{aligned} (a+b; b) &= \\ &= (a; b) = p \\ &= (b; c+b) \end{aligned}$$

$$(a+b)^2 - 8ab = a^2 - 6ab + b^2$$

$$\begin{array}{ll} 9 & H \\ 8 & K \\ 7 & K \\ 6 & H \\ 5 & H \\ 4 & H \\ 3 & H \end{array}$$

$$(a-3b)^2 - 4b^2 = (a-3b-2b\sqrt{2})(a-3b+2b\sqrt{2})$$

$$(a-b)^2 + (a-2b)^2 = 2a^2 - 6ab + 4b^2$$

$$2a^2 - 6ab + 4b^2 = a^2 - 7b^2$$

3
5

$$25 - \frac{3+5}{9-90+25} = \frac{8}{-56} \cdot 8$$

5
7

$$\frac{5+1}{25+49-240} = \frac{12}{-136}$$

4
7

$$\frac{4+7}{16+49-168} = \frac{11}{-103} \cdot 136 = 4 \cdot 34 = 4 \cdot 2 \cdot 17$$

$$65 - 168$$

$$\frac{2}{5} \quad \frac{2+5}{4+25-60} = \frac{7}{-31}$$

29

$$\frac{2}{7} \quad \frac{2+7}{4+49-84} = \frac{9}{-31}$$

23

$$\frac{2}{3} \quad \frac{2+3}{4+9-36} = \frac{5}{-23}$$

13

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

$$\begin{aligned} abc &= 2^{61} \cdot 7^{64} \\ ab^2c &= 2^{15} \cdot 7^{10} \\ bc &= 2^{12} \cdot 7^{12} \\ ac &= 2^{20} \cdot 7^{37} \\ a &= 2^3 \cdot 7^{20} \\ b &= 2^5 \cdot 7^{12} \\ c &= 2^{12} \cdot 7^{17} \\ b &= 2^5 \cdot 7^8 - 128 \end{aligned}$$

$$3x+80 = 51$$

$$\frac{3+7}{9+49-6 \cdot 21} = \frac{10}{68}$$

$$\begin{aligned} (abc)^2 &= 2^{61} \cdot 7^{64}, \text{ но слишком} \\ &\Rightarrow (abc)^2 = 2^{62} \cdot 7^{64}, \text{ но} \\ ab^2c &= 2^{19} \cdot 7^{12} \Rightarrow (abc)^2 = 2^{62} \cdot 7^{74} \\ ac &= 2^{20} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} abc &= 2^{31} \cdot 7^{37} \\ a &= 2^9 \cdot 7^{20} \\ b &= 2^5 \\ c &= 2^{12} \cdot 7^{17} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

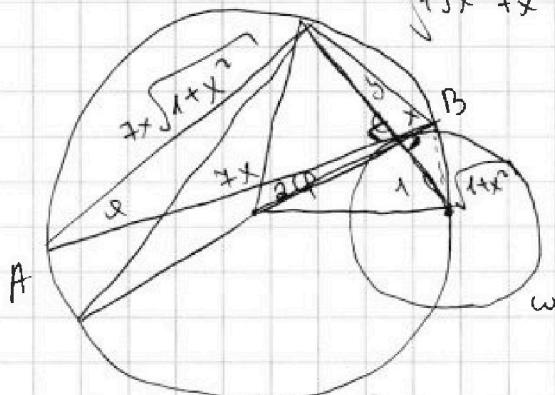
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos 2\alpha = \frac{2}{x^2+1} - 1 = \frac{-x^2+1}{x^2+1}$$

$$49x^4 + 14x^2 + l = 25 - 2 \cdot 25 \cdot 25 \cdot \frac{1-x^2}{x^2+1}$$

$$t = x^2 \quad 1 \quad 4 \quad 9 \quad 6 \quad 5 \quad 6 \quad 9 \quad 4$$

$$4gt^3 + 4gt^2 + 4t + 1 = 25 - 2 \cdot 25 \cdot 25 \cdot \frac{1-t}{t+1}$$

$$4gt^3 + 4gt^2 + 4t + 1 = 25 + 25 - 2 \cdot 25 \cdot 25 + 2 \cdot 25 \cdot 25 t$$

$$4gt^3 + 53t^2 - 1250t + 1226 = 0$$

$$-24 \quad 15 \quad -10 \\ 1 - 25t + 250 \quad 14 + t - 25 - 1250 = -1260$$

$$49 \cdot 8 + 53 \cdot 4 - 1280 \cdot 2 + 1226 = 4(98 + 53 - 630)$$

022

$$49x^4 + x^2 = 25 + 25 - 1226 = 21613$$

$$-2 \cdot 25 \cdot 25 \cos 2\alpha \quad \text{no} \quad \text{no} \quad \text{no} \quad \text{no} \quad \text{no} \quad \text{no}$$

$$t = x^2 \quad 12.6^2 = 144.16 + 4^2 = 144 + 16 + 4^2 = 160 + 16 + 16 = 192$$

$$4gt^3 + t = 50 - 2 \cdot 25 \cdot 25 \frac{1-t}{t+1} \quad -49 \quad 37.6^2 = 144 + 16 + 4^2 = 160 + 16 + 16 = 192$$

$$4gt^3 + 4gt^2 + t^2 + t = 50 + 50 - 2 \cdot 25 \cdot 25 + 2 \cdot 25 \cdot 25 t$$

$$4gt^3 + 50t^2 - 1250t + 1200 = 0 \quad t = 1 \quad 49 + 50 - 1250 + 1200$$

$$(t-1)(49t^2 + 99t + 1200) = 0 \quad \Delta = 99^2 + 4 \cdot 49 \cdot 1200 = 245009$$

$$t = \frac{-99 \pm \sqrt{99^2 + 4 \cdot 49 \cdot 1200}}{2 \cdot 49}$$

$$\sin^2 d + \cos^2 d = 1$$

$$l^2 d + l = \frac{l}{\cos^2 d}$$

$$\cos^2 d = \frac{1}{l^2 d + 1}$$

$$\cos 2d = 2 \cos^2 d - 1$$

$$(l^2 d + l)^2 = 25 + 25 - 2 \cdot 25 \cdot 25 \cdot 60524$$

$$49x^4 + 14x^2 + 1 = 25 - 625 \cdot 2 \cos 2d$$

$$49x^4 + 14x^2 + 1 =$$

$$\cos 2d = 2 \cos^2 d - 1$$

$$\cos 2d = \frac{2}{l^2 d + 1} - 1$$

$$\frac{x^2}{60524}$$

$$\cos 2d = \frac{2}{l^2 d + 1} - 1$$

$$\frac{60524}{7569}$$

$$\frac{60524}{226050}$$

$$\frac{664}{64535}$$

$$64535 = 1250$$

$$1250$$

$$121 \cdot 49 =$$

$$= 9680 + 121 =$$

$$= 9801$$

$$\frac{49}{4} + \frac{9801}{12153}$$

$$49 \cdot 49 =$$

$$= 48^2 + 4^2 =$$

$$= (2 \cdot 4)^2 + 4^2 =$$

$$= 144 \cdot 16 + 4^2 =$$

$$= 2304 + 16 = 2280$$

$$= 14400 + 600 +$$

$$= 240 + 24 + 4^2 =$$

$$= 2352$$

$$121 \cdot 31 =$$

$$= 3751$$

$$= 3751$$

$$= 3751$$

$$= 3751$$

$$= 3751$$

$$= 3751$$

$$= 3751$$

$$= 3751$$

$$= 3751$$

$$= 3751$$

$$= 3751$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!