



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2+7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №1

$$ab: 2^{15} \cdot 7^{11} \quad bc: 2^{17} \cdot 7^{18} \quad ac: 2^{25} \cdot 7^{39} \quad \text{т.ч. } abc \rightarrow$$

что бы найти минимальное значение произведения, то это произведение
равно, а не делится на эти числа. Итого из этого и составив
систему составим систему

a_2 - степень двойки в разложении
числа a и a_1, a_2, a_3, a_4
 $a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{Z} \geq 0$

$$\begin{cases} a_2 + b_2 = 15 \\ b_2 + c_2 = 17 \\ a_2 + c_2 = 25 \\ a_1 + b_1 = 11 \\ b_1 + c_1 = 18 \\ a_1 + c_1 = 39 \end{cases}$$

$\rightarrow 2b_2 = 15 + 17 - 25 = 9$
получается, что это невозможно,
потому что тогда b - не целое.

$\Rightarrow$ нужно увеличить произведение на единицу

(2-знач. число в котором может быть
произведение)

Пусть $b_2 = 5$, тогда $2b_2 = 10 > 9$ в этом случае верооятно

выполняется, а минимальное на 2 фактора, не считая, что

$b_2 = 7$ для интереса произведение $abc = 2^{28} \cdot 7^{38}$

но случай $b_2 = 5$ является все еще минимальным и
поэтому нам следует взять этот.

$$\Rightarrow a_2 = 10$$

$$c_2 = 13$$

$$\Rightarrow b_1 + c_1 = 18 > 11$$

можно получить b

$$c_2 = 12$$

$$a_2 = 11$$

$$a_2 + b_2 = 16 > 11$$

$$1.1. (a_1 + b_1 + c_1 = 28)$$

но так b и получается, но случай $b_2 = 5$ является

и то можно получить abc

Итак в первые 3 фактора получим $a_2 + b_2 + c_2 = 25$ и округлим до след
аналогично произведем 7 (т.е. 2 - взаимно простые числа)

и никак округ на округ не влияют!

$$2b_2 = 11 + 18 - 39 =$$

$$2c_2 = 39 + 18 - 11 \Rightarrow c_2 = 23$$

$$\text{тогда } a_2 = 39 - 23 = 16$$

$$\Rightarrow a_1 + b_1 = 11 \Rightarrow$$

$$16 + b_1 \geq 11$$

$$\text{тогда } \min b_1 = 0$$

$$23 + b_1 \geq 18$$

$$b_1 = 0$$

$$a_1 = 16$$

$$c_1 = 39$$

$$b_1 + a_1 + c_1 = 33$$

любая другая система округления до делительности
даст одну и ту же сумму т.е. каждая из предложенных входит
в систему в виде суммы одинакового кол-ва раз и они факторы

$$\Rightarrow \min abc = 2^{a_2 + b_2 + c_2} \cdot 7^{a_1 + b_1 + c_1} = 2^{28} \cdot 7^{38}$$

ответ

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

$$\begin{cases} a+b \vdots m \\ a^2-7ab+b^2 \vdots m \end{cases} ; \neq 0 \rightarrow \frac{(a+b)^2-9ab}{m}$$

$$\Rightarrow 9ab \vdots m \text{ т.е. } m \vdots 9$$

Курс не может, значит ли m может быть > 9

пусть $m = 9k$ $k \in \mathbb{N}$ $k > 1$

$$\Rightarrow a+b = 9kn \quad n \in \mathbb{N}$$

$$ab \vdots k$$

$$a \cdot b$$

$$\rightarrow a = \frac{9n}{b}$$

получается, что сумма взаимно простых
кратно толще, чем их произведение,
где их сумма > 9

$$\begin{matrix} a+b \vdots 9k \\ ab \vdots k \end{matrix}$$

т.к. если ab - a -крат, b -крат, то $a+b$ - крат, ab - крат

$a = 9k$ и k - одной четности

$\Rightarrow$ возможен только вариант: a - чет, b - чет, тогда

дробь $\frac{a}{b}$ сократится на 2

чет + чет = чет

чет * чет = чет

$\Rightarrow$ максимальное значение $m = 9$ ответ

приведем такой пример: $a = 4$; $b = 5$

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{5} \quad \checkmark$$

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{4+5}{16-25+25} = \frac{9}{-9} = -1 \quad \checkmark$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

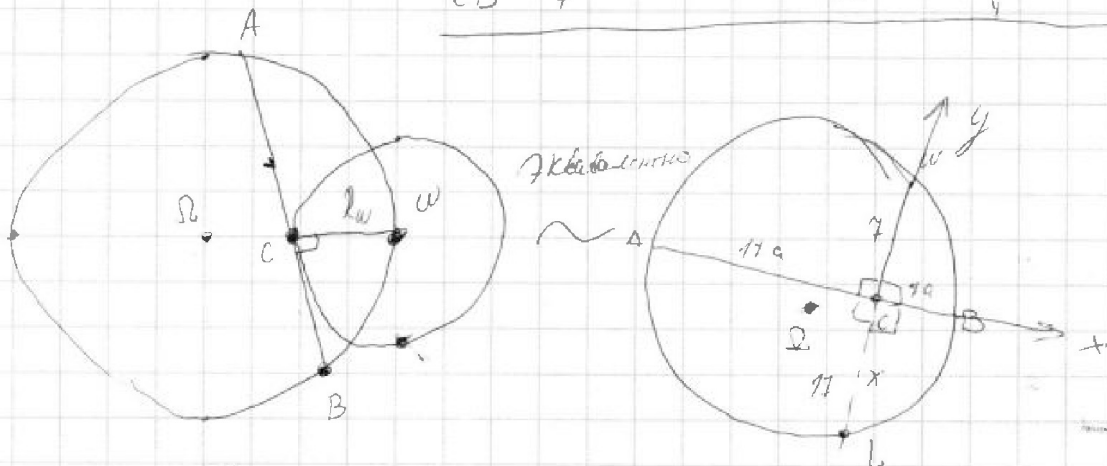
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №3

$$\frac{AC}{CB} = \frac{17}{7} \quad R_\omega = 4 \quad R_\Omega = 13 \quad | \quad AB = ?$$



продолж. радиуса ω с до пересек. с окружностью в т. L.

т.к. это секущая хорды $\Rightarrow \frac{17a}{17a+x} = \frac{x}{7}$ $\Rightarrow x=17$

$\Rightarrow \frac{17a}{x} = \frac{7}{7a} \Rightarrow 17a^2 = x$
введем ось

$\omega(0; 7) \quad B(7a; 0) \quad A(-17a; 0)$ - диаметр ω радиуса 13

$\rightarrow \omega: (0 - \Omega_x)^2 + (7 - \Omega_y)^2 = 13^2 \Rightarrow \Omega_x^2 = 13^2 - (7 - \Omega_y)^2$ с координатами Ω_x, Ω_y

B: $(7a - \Omega_x)^2 + \Omega_y^2 = 13^2$

A: $(-17a - \Omega_x)^2 + \Omega_y^2 = 13^2$

3 крив. 3 ур.

$\Rightarrow 7a - \Omega_x = -17a - \Omega_x \Rightarrow 2\Omega_x = -10a$

$\Omega_x = -5a$

$\Rightarrow (7a + 5a)^2 + (7 - \Omega_y)^2 = 13^2 \Rightarrow 7 - \Omega_y = \sqrt{25a^2 - 13^2} \Rightarrow \Omega_y = 7 - \sqrt{25a^2 - 13^2}$

$12^2 a^2 + 49 + 25a^2 - 13^2 - 14\sqrt{25a^2 - 13^2} = 13^2$

$\Rightarrow a^2(12^2 + 25) + 49 - 2 \cdot 13^2 = 14 \cdot \sqrt{25a^2 - 13^2} \quad \text{кв. ур относ } a^2 = 1$

т.е. $(12^2 + 25) + (49 - 2 \cdot 13^2) + 2 \quad \text{подберем } a = 2 \Rightarrow AB = 4 + 17a = 24 \cdot 2 = 48$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$$

$$\Rightarrow a-b = a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$\Rightarrow a^2-b^2 = 3x^2-6x+2 - (3x^2+3x+1) = 1-9x$$

$$\Rightarrow (a-b)(a+b-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=b & \text{I} \\ a+b=1 & \text{II} \end{cases}$$

I $a=b \Rightarrow \sqrt{3x^2-6x+2} = \sqrt{3x^2+3x+1} \Rightarrow 3x^2-6x+2 = 3x^2+3x+1 \Rightarrow 1=9x \Rightarrow x=\frac{1}{9}$

проверка: $\sqrt{3 \cdot \frac{1}{9} - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2} - \sqrt{3 \cdot \frac{1}{9} + 3 \cdot \frac{1}{9} + 1} \stackrel{!}{=} 1 - 9 \cdot \frac{1}{9} = 0$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{2}{3} + 2} - \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + 1} \stackrel{!}{=} \sqrt{\frac{1-2+6}{3}} - \sqrt{\frac{1+1+3}{3}} \stackrel{!}{=} \sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{5}{3}} = 0$$

$x = \frac{1}{9}$

II $\begin{cases} a+b=1 \\ a-b=1-9x \end{cases}$ (начальное ур.) $\Rightarrow 2b = 9x \Rightarrow b = \frac{9}{2}x \Rightarrow \sqrt{3x^2+3x+1} = \frac{9}{2}x$

$$3x^2+3x+1 = \frac{81}{4}x^2 \Rightarrow (12-81)x^2 + 12x + 4 = 0 \Rightarrow -69x^2 + 12x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow -69x^2 + 12x + 4 = 0 \quad D = 12^2 + 4 \cdot 69 = 4^2 \cdot (3^2 + 69)$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-12 - 4\sqrt{78}}{-69 \cdot 2} = \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69}; \quad x_2 = \frac{6 - 2\sqrt{78}}{69}$$

Если ответное некорректно, могли возникнуть лишние корни - возведем в квадрат.

Проверим, чтобы полученное выражение было неотрицательно

$$3x_1^2 + 3x_1 + 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{3 \cdot (36 + 4\sqrt{78} + 24\sqrt{78})}{69^2} + \frac{3(6 + 2\sqrt{78})}{69} + 1 > 0$$

$$3x_2^2 + 3x_2 + 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{3(36 + 4\sqrt{78} - 24\sqrt{78})}{69^2} + \frac{3(6 - 2\sqrt{78})}{69} + 1 \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{1044 - 72\sqrt{78} + 1242 - 414\sqrt{78} + 69}{69} \geq 0 \quad \Rightarrow \frac{2286 - 486\sqrt{78}}{69} \geq 0$$

$$2355 < 486 \cdot 8 < 486 \cdot \sqrt{78}$$

$$\Rightarrow \text{Kорень}$$

тогда подходит только 1 корень $\Rightarrow$ X

$$\Rightarrow \text{Ответ: } x = \frac{1}{9}; \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

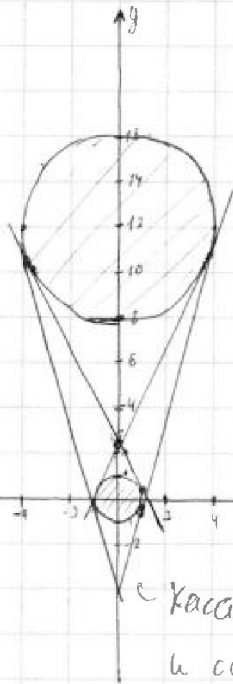
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 64) \leq 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y = 8b - ax & \text{— это прямая} \\ x^2 + y^2 \geq 1^2 & \text{— область вне круга } R=1 \text{ с } (0,0) \\ x^2 + (y-12)^2 \leq 4^2 & \text{— область внутри круга } R=4 \text{ с } (0,12) \\ x^2 + (y-12)^2 \geq 4^2 & \text{— область вне круга } R=4 \text{ с } (0,12) \\ x^2 + y^2 \leq 1^2 & \text{— круг } R=1 \text{ с } (0,0) \end{cases}$$

далее будет показано, что эти
круги **нигде не пересекаются**, т.е.
просто области **пограничные**

Никакая прямая не может иметь 2 точки с
кругом. Любая линия (1 точка) либо хорда —
делит окружность

⇒ т.е. в нашей системе было
только 2 решения.

нужно рассмотреть случаи
спосредств касания, так как
касательных будет 2 симметричные

относ осей

касания с разных сторон. Если же касание по одну сторону от оси $x \rightarrow -x$
и с одной стороны

Запишем ур. касания, как расстояние от точки центра окружности = радиусу
прямая $ax + y - 8b = 0$ $C_1(0,0)$ $C_2(0,12)$ $R_1=1$ $R_2=4$

$$D_1: \frac{|a \cdot x_0 + y_0 - 8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 1 \Rightarrow \frac{|8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 1 \Rightarrow 8|b| = \sqrt{a^2 + 1}$$

$$D_2: \frac{|a \cdot x_0 + y_0 - 8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 4 \Rightarrow \frac{|12 - 8b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 4 \Rightarrow 12 - 8b = 4\sqrt{a^2 + 1}$$

$$\Rightarrow 8|b| = \sqrt{a^2 + 1}$$

$$\Rightarrow 8|b| = 13 - 2b = 3b - 2b = 2b - \frac{3}{2}$$

$$① b \geq \frac{3}{2} \Rightarrow 8b = 3 - 2b \Rightarrow 10b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{10}$$

$$② b \in [0; \frac{3}{2}) \Rightarrow 8b = -2b + 3 \Rightarrow 10b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{10}$$

$$③ b \leq 0 \Rightarrow -8b = 3 - 2b \Rightarrow -6b = 3 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{3}{10}\right)^2 = a^2 + 1 \Rightarrow a^2 = \left(\frac{3}{10}\right)^2 - 1 < 0$$

$$16 = a^2 + 1 \Rightarrow a^2 = 15$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8 \cdot \frac{3}{10} = \sqrt{a^2 + 1} \\ 8 \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{a^2 + 1} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Решение: 100 квадрат равен сумме квадратов стороны прямоугольника~~
$$\left(\frac{12}{5}\right)^2 = a^2 + 1 + \frac{9 \cdot 32}{50} \Rightarrow a^2 = \frac{12^2}{25} - 1 - \frac{9 \cdot 32}{50} = 288 - 50 -$$

$$a^2 = \frac{12^2}{5^2} - 1 = \frac{119}{5^2} \Rightarrow a = \pm \sqrt{\frac{119}{25}}$$

$$a^2 = 15 \Rightarrow a = \pm \sqrt{15}$$

Ответ: $a = \frac{\sqrt{119}}{5}, -\frac{\sqrt{119}}{5}, \sqrt{15}, -\sqrt{15}$

это 4 прямых, которые мы искали,
судя из условия.



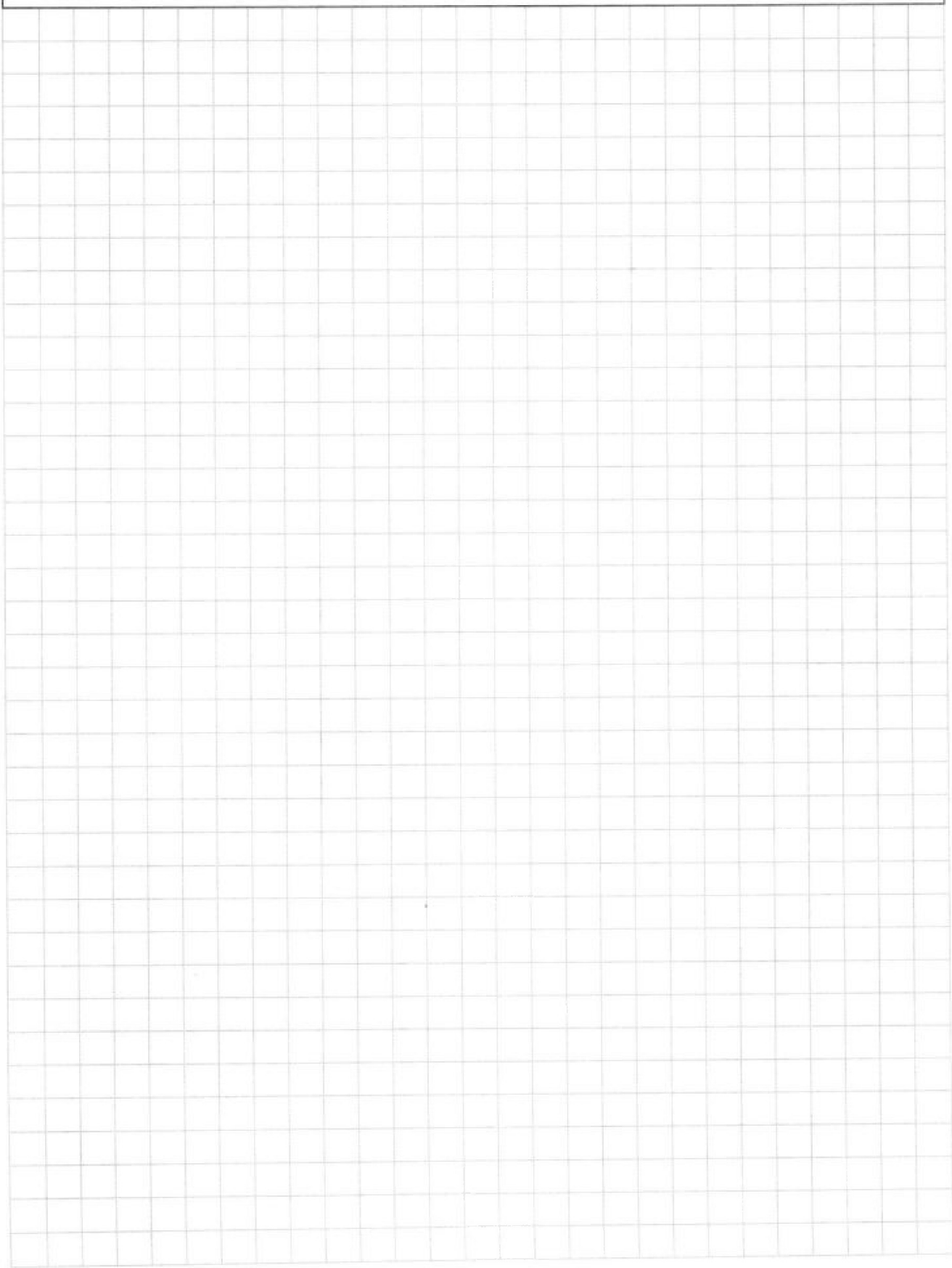
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



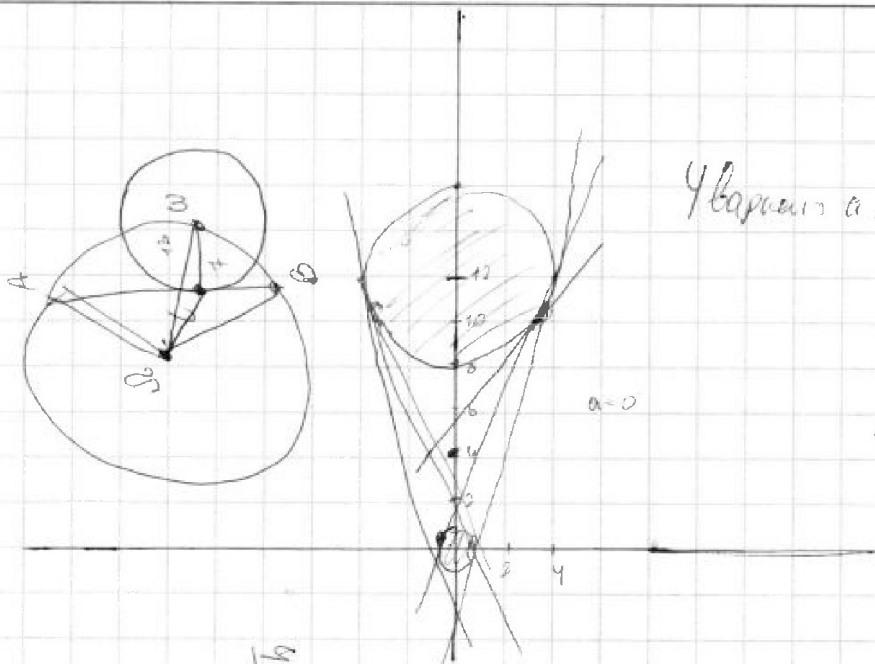
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

 **МФТИ**



Уваров а.

$$a + b \cdot 9k$$

60

$$dx: da$$

Q. 2

$$xy = k$$



$$|816| = |3-2b|$$

2/3
19-61

$$-80 = 3.26$$

$$0 \in [0, \frac{3}{2}]$$

$$8b = 3.26$$

$$106 = 3$$

$\frac{1}{10} = 0.1$

$$\frac{29}{10} = \frac{12}{5}$$

$$2y + 4x + 1 = 0$$

$$\frac{11}{\sqrt{9+1}} = 1$$

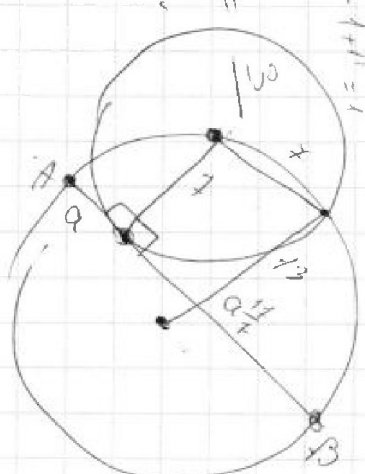
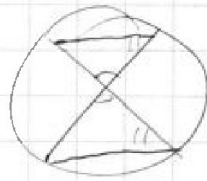
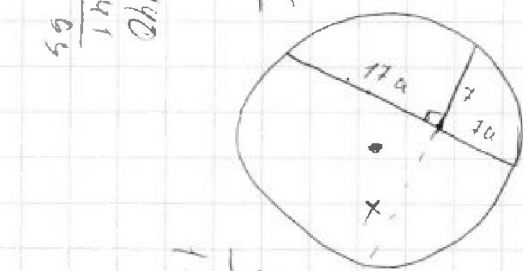
$$\sqrt{a^2 + 1} = 1$$

$$\sqrt{a^2 + 1 + 1}$$

11
110

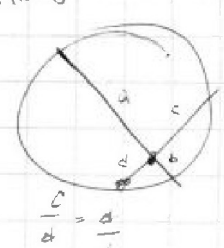
$$\frac{1+2}{1+y-1.2} = 5-14$$

$$\begin{array}{r} 140 \\ 41 \\ \hline 55 \end{array}$$



$$cd = ab$$

$y + 5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$t = 0$$

$$558.4 = 9$$

$$006 = 9 + 0$$

$$6 \text{ м } \textcircled{1}$$

$$10 + 4)^2 - 9ab = m \cdot 16$$

$$9ab = m$$

$$a + b = m$$

$$a^2 - 10ab + b^2 = m$$

$$a : 8$$

$$b : 9k - a$$

$$a \leq 8$$

$$b \leq 26$$

$$20 \leq 82$$

$$20 + 6 \leq 58$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$$

$$9a + b = 14$$

$$\frac{a}{b} = \frac{14}{a+b}$$



$$= 3214$$

$$y = -\frac{26}{13}x + b$$

$$y = -\frac{26}{13}x$$

$$b = 26 \cdot (1 + \frac{13}{2})$$

$$y = -\frac{26}{13}x$$

$$y = -2x + 32$$

$$y = -\frac{26}{13}x$$

$$y = 26$$

$$y = 26$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^{10} \cdot 7^{11}$$

$$bc: 2^{17} \cdot 7^{15}$$

$$ac: 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 53 \\ 53 \\ 159 \\ \hline 265 \end{array}$$

$$55 \rightarrow 27,5$$

$$C_7 = \frac{39 + 1}{2} = 23$$

$$\begin{aligned} a_2 + b_2 &= 15 \\ b_2 + c_2 &= 17 \\ a_2 + c_2 &= 23 \end{aligned} \quad \text{⊕} \quad \begin{aligned} a_2 + b_2 + 2b_2 &= 32 \\ 2b_2 &= 32 - 23 = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_2 &= 5 \\ c_2 &= 12 \\ a_2 &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 81 \\ -12 \\ \hline 69 \end{array}$$

$$a_7 = 39 - 23$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 4761 \\ -192 \\ \hline 4569 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 8 \\ 69 \\ \times 69 \\ \hline 611 \\ 414 \\ \hline 4761 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 12 \\ \hline 32 \\ 16 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= 3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 \\ &= 1 - 9x \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a - b = a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$\Rightarrow (a - b)(a + b - 1) = 0$$

$$a = b$$

$$a + b = 1$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3x^2 - 6x + 2} &= \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \quad \text{ⓐ} \\ 3x^2 - 6x + 2 &= 3x^2 + 3x + 1 \\ 9x &= 1 \\ x &= \frac{1}{9} \quad \text{проверим:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} &= 1 \\ \sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} &= 1 - 9x \quad \text{ⓑ} \end{aligned}$$

$$\sqrt{3 \cdot \frac{1}{9} - \frac{1}{9} \cdot 6 + 2} - \sqrt{3 \cdot \frac{1}{9} + 3 \cdot \frac{1}{9} + 1} \quad \checkmark \quad 0$$

$$\sqrt{\frac{2}{3 \cdot 9} - \frac{2}{3} + 2} \quad \checkmark \quad \sqrt{\frac{2}{3 \cdot 9} + \frac{1}{3} + 1}$$

$$\sqrt{\frac{4 - 18 + 2 \cdot 27}{3 \cdot 9}} \quad \checkmark \quad \sqrt{\frac{1 \cdot 9 + 27}{3 \cdot 9}}$$

$$\sqrt{\frac{32}{3 \cdot 9}} = \sqrt{\frac{32}{27}}$$

$$2 \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 9x \quad \text{ⓐ}$$

$$3x^2 + 3x + 1 = \frac{81}{4} \cdot x \quad | \cdot 4$$

$$3x^2 + 12x + 4 = 81x$$

$$3x^2 - 69x + 4 = 0$$

$$12x^2 - 69x + 4 = 0$$

$$D = 69^2 - 4 \cdot 12 \cdot 4 = 4569$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 2 \\ 173 \\ \times 173 \\ \hline 219 \\ 511 \\ \hline 5329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 63 \\ \times 63 \\ \hline 189 \\ 378 \\ \hline 3969 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 67 \\ \times 67 \\ \hline 469 \\ 402 \\ \hline 4589 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 69 \\ \times 4 \\ \hline 276 \\ 9 \\ \hline 285 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \times 5 \quad | \quad 5 \\ \hline 25 \quad | \quad 5 \\ \hline 35 \quad | \quad 5 \\ \hline \end{array} = 800$$

$$x_1 = \frac{-3 \pm \sqrt{285}}{-2 \cdot 69}$$

$$y = -ax + 8b$$

$$\int ax + y - 8b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 12^2 - 16^2) \leq 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 69 \\ \times 9 \\ \hline 78 \end{array}$$

$$39 \quad | \quad 3$$

$$3 \cdot 2 \quad | \quad 13$$

$$\frac{-12 + 4\sqrt{78}}{2 \cdot 69} = \frac{-6 + 2\sqrt{78}}{69}$$

$$x^2 = \frac{6^2 + 4 \cdot 78 - 4 \cdot 6 \sqrt{78}}{69^2}$$

$$\sqrt{\frac{3(6^2 + 4 \cdot 78 - 4 \cdot 6 \sqrt{78})}{69^2} - \frac{6 \cdot (-6 + 2\sqrt{78})}{69} - 12}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 78 \\ \times 4 \\ \hline 312 \\ + 36 \\ \hline 318 \\ \times 3 \\ \hline 1044 \\ + 1242 \\ \hline 22186 \\ + 69 \\ \hline 2255 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 18 \\ \times 69 \\ \hline 162 \\ 108 \\ \hline 1242 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 69 \\ \times 6 \\ \hline 414 \\ + 72 \\ \hline 6486 \\ + 8 \\ \hline 88 \end{array}$$